

INKVIZIČNÝ ROZSUDOK NAD GÖDELOM?

FRANTIŠEK GAHÉR, Katedra logiky a metodológie vied FiF UK, Bratislava

Časopis *Filozofia* v siedmom čísle roku 2000 v rubrike RECENZIE uverejnil text od Tomáša Čana s názvom *Gödelove filozofické eseje*. Podľa autora textu ide o recenziu knihy *Filozofické eseje* od Kurta Gödela, ktorú vydalo vydavateľstvo Oikúmené v Prahe v roku 1999.

Čana postupuje veľmi zvláštnym spôsobom: hodnotí či odsudzuje úplne na začiatku bez toho, aby to podložil argumentmi, ktoré by vychádzali z faktov a súvislostí. V prvej vete predpovedá sklamanie čitateľa, v druhej vete hovorí, že "vo vetách a odstavcoch tejto knihy totiž zrazu "stretávame" tak trochu iného Gödela než ..." - a teraz poprosím čitateľa o zvýšenú pozornosť - "aký vystupuje v rozličných poznámkach v dielach napr. z oblasti logickej sémantiky alebo metodológie vied" (s. 596).

Máme tomu rozumieť tak, že obraz o Gödelovi - zrejme o jeho filozofických názoroch - si autor vytvoril na základe poznámok? To Gödel nič iné okrem spomínaných esejí nenapísal, alebo autor "recenzie" predpokladá, že čitatelia nič od Gödela alebo o ňom nečítali? Alebo to len Čana od Gödela nič iného nečítal? Určite viem, že prvá zložka uvedenej alternatívy je nepravdivá. To však vonkoncom nie je všetko. Druhý odsek Čana začína vetou "Autor esejí sa tu totiž prezentuje hlavne ako ideológ." (s. 596)

Už v tomto okamihu sa súdnemu čitateľovi môže natiskať otázka: *Kto tu je naozaj hlavne ideológ?*

Štvrtý odsek zas začína vetou "Terčom Gödelových útokov a početných invektív sa tak postupne stáva napr. Poincaré a jeho konvencionalizmus, Brouwer, Weyl, Heyting a ich intuicionizmus, Carnap, Schlick, Hahn a ich nominalizmus...". To máme tomu teda rozumieť tak, že Gödel je v princípe človek, ktorí útočí bez uváženia a argumentácie? Čana na túto otázku ponúka čitateľovi priamočiaru odpoveď a Gödela pre istotu onálepkuje: "Svojou dikciou pripomínajú tieto eseje zo všetkého najviac spisy stredovekých "ikonodúlov". Pritom s oponentom sa na ich stránkach nediskutuje. S oponentom sa bojuje." (s. 597)

Čitateľ, ktorý si o Gödelovi urobil čo i len trochu adekvátnejší obraz ako Čana, zrejme už po týchto "hodnoteniach" musí byť znechutený. Možno si súdny čitateľ položí ďalšiu otázku: *Ako je možné, že takúto argumentačne nepodloženú intelektuálnu "popravu" Gödela redakcia odborného vedeckého časopisu, ktorý vydáva Filozofický ústav SAV, uverejnila?*

Aby sme neurobili tú istú hrubú chybu, akej sa dopustil Čana v uvedenom texte, a aby sme neodsúdili autora bez toho, aby sme objektívne preskúmali vec (Gödel sa už nemôže - na rozdiel od Čanu - brániť pred takýmto "hodnotením") a argumentačne odôvodnili závery, preskúname hlavné východiská i závery a pokúsime sa nájsť ich vecný podklad.

Gödel najmä v článku *Je matematika syntaxí jazyka? II, III, resp. Je matematika syntaxí jazyka? V, VII*¹ kritizuje Carnapovo ponímanie matematiky ako syntaxe jazyka. Táto explikácia úzko súvisí s chápaním matematiky, ktoré rozvinuli okolo roku 1930 R. Carnap, H. Hahn a M. Schlick. Gödel ho stručne charakterizuje ako kombináciu nominalizmu a konvencionalizmu. Hlavným cieľom tejto koncepcie malo byť zmierenie striktného empirizmu s apriórnu istotou matematiky. Platnosť matematických tvrdení mala spočívať výlučne v tom, že sú logickými dôsledkami syntaktických konvencií o používaní symbolov - matematika mala byť podľa Carnapa systémom pomocných výrokov bez obsahu a predmetu ([1], 127-129).

Príkladom "vecnej" argumentácie má byť nasledujúci postup: Čana najprv cituje prvú tézu Gödelovej charakteristiky doktríny matematiky ako syntaxe jazyka:

(1) *1. Matematická intuícia môže byť pre všetky vedecky relevantné účely, zvlášť potom pre vyvodzovanie záverov ohľadom pozorovateľných faktov vyskytujúcich sa v aplikovanej matematike, nahradená konvenciami o používaní symbolov,*²

a v zápätí bohorovne konštatuje:

(Č 1) *Pretože je nad akúkoľvek pochybnosť, že ani Carnap, ani Schlick a ani Hahn netvrdili nič také, resp. netvrdili to v tom zmysle, v akom to Gödel prezentuje (s. 597).*

Tvrdiť takéto niečo je odôvodnené iba v prípade, že autor pozná všetko, čo spomínaní páni tvrdili v príslušnom období, alebo v prípade - ak predpokladáme, že boli konzistentní vo svojich názoroch - že z toho podstatného, čo tvrdili v príslušných dielach v danom čase, nič také nevyplýva. Nanešťastie, o tom prvom nás autor asi - a to z dôvodov skôr praktických ako principiálnych - nemôže presvedčiť. Našťastie, o tom druhom by nás presvedčiť mohol, ak by na základe textovej evidencie doložil relevantné tvrdenia, z ktorých by bol odvoditeľný opak tézy (1). Zrejme by mal citovať aspoň jedného z nich. Žiaľ, autor neuvádza v tejto súvislosti žiadne citácie ani odkazy na ne okrem Gödelových.

Ústretovo predpokladajme, že to autor jednoducho akosi opomenul. Možno v súvislosti s inými tvrdeniami bude dôslednejší. Musíme však s prekvapením konštatovať, že táto nedôslednosť je skôr "metóda práce" autora, nie neúmyselná chyba: v celej recenzii nie je jediný citát na podporu toho, že Gödelom kritizovaní autori údajný názor nezastávali. Aby však čitateľ nebol bezradný, stačí, ak uverí - zrejme v duchu najlepších tradícií ikonodúlov - v Čanov "obraz". Ved' on tvrdí, že podľa nich je to tak a tak. Načo by sa obťažoval nejakými zdôvodneniami, ktoré sú podložené textom? Zrejme je to nejaká nová - mne doposiaľ neznáma - metóda filozofickej argumentácie. Alebo sa mýlim?

Keďže si netrúfam prečítať v krátkom čase všetko to, čo Carnap, Schlick a Hahn napísali v spomínanom období o povahe matematiky, a teda nemôžem ani pri najlepšej vôli pomôcť Čanovi, skúsím pomôcť "chudákovi" Gödelovi. Zrejme akýmsi "nedopátraním" píše Hans Hahn: "The propositions of mathematics are exactly the same kind as the propositions of logic: they are tautologous, they say nothing at all about the objects

¹ Gödel zanechal niekoľko verzií článku a v uvedenom preklade sú uvedené najprv verzie II a III, a potom V a VII. Bližšie o tom pozri edičnú poznámku in: ([1], 219-220).

² Čana tu zrejme necituje text českého prekladu (s. 185 recenzovanej práce), ale slovenský text, ktorý získal asi prekladom českého prekladu.

we want to talk about, but concern only the manner in which we want to speak of them."³

Vzápätí uvádza príklad, že to, že výraz "24x31" znamená to isté ako "744", zistíme na základe konvencie ohľadom používania znakov ("...on the basis of the conventions regarding the use of the signs involved..." ([2], 158)), ktoré sa tam vyskytujú (číslice a znak pre násobenie). Takže aspoň Hahn tvrdí to, čo im pripisoval v (1) Gödel.

Moritz Schlick sa taktiež Čanovi nehodí, lebo o tom, na základe čoho sú analytické tvrdenia (tými rozumeli najmä logické a matematické tvrdenia) pravdivé, napísal: "... they are not "true" because they correctly express some fact. What makes them true is just their being correctly constructed, i.e. their standing in agreement with our arbitrarily established definitions."⁴ Takže aj Schlick potvrdzuje autorstvo názoru, ktorý Gödel kritizuje.

A ako to bolo s Carnapom? Gödel v prvej téze (II verzia článku) hneď po konventionalistickom chápaní matematiky Hahna a Schlicka uvádza - vraj - Carnapovu formuláciu: "Matematika je systémom pomocných výrokov bez obsahu nebo předmětu." ([1], 129) Nanešťastie pre Čanu aj Carnap sa vymyká z jeho fixnej predstavy, pretože naozaj matematiku ako formálnu vedu zbavil predmetov: "Formální vědy nemají vůbec žádné předměty; jsou to systémy bezobjektových, bezobsažných pomocných vět." ([3], 35); [4], 29)

Takže textová evidencia u všetkých troch autorov signalizuje, že Čana nevie, aké názory títo autori zastávali v danej veci. Na to, aby sme takto dokázali nepravdivosť Čanovho tvrdenia (Č 1), sme nemuseli podať bohvieaký intelektuálny výkon, stačilo len trochu pozorného čítania.

Čana však nie je bojovník, ktorý používa iba jednu metódu. Niekedy siahne po triku a "zahrá" v maske nepriateľa: obhajuje stanovisko - vraj protikladné Gödelovmu - tvrdením: "Matematická operácia je, ako intuitívne cítime, čosi viac než len výsledne naznačený - akoby mechanický - postup. ...Čosi, čo presahuje to, čo sa v jazyku prezentuje. Je to akoby istý "vhlád do danej veci." (s. 598) Tu je však zmätok zrejmý: autor sa jednak opiera o intuíciu, ktorú na rozdiel od Carnapa (ktorý ju odmietal rovnako ako odmietal psychologizmus v matematike) zdôrazňoval práve Gödel (hoci tiež odmietal psychologizmus v matematike), a jednak možno nechcená parafráza Gödelovej formulácie "vhlád do (nějaké) říše abstraktních (matematických) objektů" ([1], 128) sa mení na podivný "vhlád do danej veci". Ako môžeme mať "vhlád" do jednoduchých objektov, akými sú napríklad prirodzené čísla 1, 2, 3, ...? Na záver diskusie o (1) to Čana "priklinčuje": "... táto Gödelova formulácia nie je ničím iným ako jeho hrubou dezinterpretáciou." (s. 598) Prečo by vôbec Čana hovoril o nejakých menších Gödelových chybách, ako sú nekorektnosť či dezinterpretácia? Ale najradšej hovorí práve o jeho *hrubých* dezinterpretáciách (pozri aj s. 599). Čana však používa aj iné paralogizmy. Akosi celkom

³ Hahn, H.: *Logik, Mathematik und Naturerkennen*, ktorá vyšla v roku 1933 ako druhý diel série *Einheitwissenschaft* a ktorej hlavná časť vyšla v anglickom preklade Arthura Papa *Logic, Mathematics and Knowledge of Nature*. In: ([2], 158). Z tohto prekladu sú aj naše citácie.

⁴ Schlick, M.: *Über das Fundament der Erkenntnis*. Prvýkrát publikované in: *Erkenntnis*, Vol. IV (1934). Anglický preklad *The Foundation of Knowledge* (David Rynin). In: ([2], 223). 223

pozabudol, že Gödel mal pre kritiku empirizmu v matematike veľmi presvedčivé dôvody. Bola to najmä potreba zabezpečiť *konzistentnosť* sústavy axióm a *korektnosť* pravidiel, ktoré sa nemohli opierať o empirickú hypotézu. Na druhej strane nevyhovoval ani konvencionalizmus, pretože významy výrazov "konzistentnosť" či "pravdivosť" neboli redukovateľné na sústavu syntaktických pravidiel manipulácie so symbolmi. Koniec koncov, práve toho sa týkal jeho najslávnejší objav.

Autor nepochopil ani Gödelovu myšlienku z práce *Russellova filozofia matematiky*: "Náš formalizmus funguje dokonale a je dokonale nenapadnutelný, dokud jej pokládame za pouhou hru se symboly. Jakmile však začneme spojovat s našimi symboly nějaký význam, vyvstanou vážné potíže" ([1], 17), keď to komentuje: "Domnievam sa, že presnejšie by nedokázal motiváciu svojho tvrdenia o "bezobsažnosti" matematických viet vyjadriť ani Carnap" (s. 598). *Po prvé*, Gödel sa neháši k názoru, že matematiku máme považovať za hru so symbolmi. *Po druhé*, ťažkosti, ktoré vznikajú so sémantickým prístupom k matematike a na ktoré upozorňuje v uvedenej práci, sa týkajú Russellovej rozvetvenej teórie typov z *Principia Mathematica*. *Po tretie*, Gödel vždy zdôrazňoval obsažnosť viet matematiky a celého matematického poznania. Preto kritizuje Carnapovu definíciu obsahu, založenú na vzťahu logického dôsledku, ako svojvoľnú a považuje ju skôr iba za definíciu "empirického obsahu" ([1], 170).

Čanom nedocenené či nepochopené - okrem iného - zostalo aj vysvetlenie úlohy konvencionalizmu. Gödel hovorí jasne a zrejme úplne správne: "Také v matematike je totiž to, co je konvenční, pouze to, které symboly jsou spojeny s významy, ale jakmile se tyto konvence učiní, pravdivost nebo nepravdivost výroků je určena objektivně." ([1], 157) Čana zo svojho repertoára paralogizmov uplatní ešte jeden - v jednom okamihu sa dopustí malého úskoku a po uvedení tretej Gödelovej tézy o konvencionalizme povie: "Tieto tvrdenia sa možno vzťahujú na niektoré rané Carnapove práce ... v žiadnom prípade však nejde o predstavu podstatnú a nevyhnutnú pre tento spôsob uvažovania (autor asi myslí syntaktický program - F. G.) o matematike..." (s. 599) Tak zrazu by mohla byť Gödelova kritika Carnapových názorov oprávnená, čo predtým kategoricky popieral? Gödel na niektorých miestach explicitne hovorí, že dnes by Carnap už niektoré formulácie nezastával a niektoré, ktoré formulovali iba Hahn či Schlick, by nepodpísal ([1], 130). Čana opomenul, že Gödelova kritika sa týkala istého programu, o ktorý sa Carnap usiloval v istom období. Je známe, že Carnap prešiel vývojom od číro syntaktického obdobia až po explicitné sémantické obdobie, ktoré v zrelej podobe predstavuje najmä jeho práca *Meaning and Necessity*. Ak výhrada platí voči jeho raným názorom, tak je voči nim odôvodnená bez ohľadu na to, či ich Carnap zastával aj neskôr. Sám Carnap ich neskôr považoval za neudržateľné a explicitne konštatoval: "Teze, že logická analýza jazyka musí být čistě formální, a tedy syntaktická, se ukázala později být poněkud úzká. Rozšířila se na základě rozvoje sémantiky jakožto teorie pravdivosti a významu." ([5]; [6], XIII)

Mimochodom, Gödel tento Carnapov program nehodnotí ako niečo prevažne negatívne, práve naopak: "Syntaktický program v podobě, jak jej zde předkládám, je apriori dokonale rozumný a klade zajímavý problém." ([1], 130)

Čanova prezentácia najslávnejšieho Gödelovho objavu *o nerozhodnuteľných vetách* je zavádzajúca a skresľujúca. O tomto výsledku nemôžeme pravdivo tvrdiť, že je

"o principiálnej neuskutočiteľnosti odvekého sna mnohých systematických mysliteľov o úplnej formalizácii nášho poznania" (s. 600).

Po prvé, nie je to vôbec odveký sen, pretože na to, aby takýto cieľ mohol byť vôbec formulovaný a aby niekto o jeho uskutočnení mohol čo i len "snívať", a nie to ho ešte aj uskutočňovať, museli byť metódy symbolickej logiky radikálne zmodernizované. Tento pokrok uskutočnili najmä G. Frege a B. Russell svojimi prácami pri realizácii projektu logicizmu. Po druhé, Hilbertov program formalizácie, ktorého neuskutočiteľnosť tento objav demonštroval, bol oveľa skromnejší - išlo o pokus číro syntaktickými prostriedkami vybudovať v prvom rade aritmetiku, nie celé naše poznanie. Až potom, ak by sa toto podarilo, mohol byť dôvod na optimizmus ohľadom iných oblastí poznania. Treba pripomenúť, že prvé kroky na ceste uskutočňovania tohto programu boli nádejné: M. Presburger dokázal, že tzv. *aditívna teória čísel* je úplná⁵ v tom zmysle, že všetky jej pravdy vieme dokazovacími prostriedkami tejto teórie dokázať (a tieto prostriedky sa považovali za syntaktické). Podobný výsledok platil o elementárnej teórii násobenia. "Spojenie" týchto teórií - tzv. Peanova aritmetika - však v štandardnom modeli už úplná nie je (ak je konzistentná) a takto neúplnou teóriou je dokonca každá teória, ktorá ju obsahuje a ktorá má konečný počet axiém alebo je rekurzívne axiomatizovateľná. A to dokázal práve Gödel.

Z Gödelovho odkazu by sme mohli zdôrazniť toto: pravidlá logického vyplývania a konzistentnosť systému axiém nie sú redukovateľné na systém syntaktických pravidiel. Výber správnych odvodzovacích pravidiel (u Carnapa *transformačných*) nie je možný iba na základe konvencie - nemôže ísť o systém číro syntakticky určených pravidiel. Konzistentnosť axiém a korektnosť pravidiel odvodzovania ako predpoklad aplikovateľnosti napr. matematickej teórie nie sú redukovateľné na číro syntakticky riešiteľný problém.

Súdny čitateľ určite sám príde k záveru, že Gödel rozhodne nie je "hlavne ideológ", ak si prečíta jeho filozofické eseje a niektoré relevantné práce autorov, ktorých názory kritizuje. Samozrejme, to vôbec neznamená, že musíme s ním vo všetkom súhlasiť.

S mladosťou sa často spája hyperkritickosť, za ktorou pokrívajúca zdôvodňujúca argumentácia. Úlohou redakcie vedeckého časopisu by malo byť okrem iného aj pomôcť mladému adeptovi nájsť vyváženosť cieľov a metód a upozorniť ho na prípadnú neadekvátnosť a nepodloženosť kritiky. V opačnom prípade "neregulovaným" poskytnutím priestoru na publikovanie mu urobí skôr "medvediu" službu. Myslím, že uvedený text T. Čanu by sme ani nemali považovať za recenziu, pretože ak by som chcel niekomu demonštrovať, ako **recenzia nemá vyzerat'**, tak by som len konštatoval: *recenzia určite nemá vyzerat' tak, ako vyzerá spomínaný Čanov text.*

LITERATÚRA

- [1] GÖDEL, K.: *Filosofické eseje*. Preklad J. Fiala. Praha, Oikúmené 1999.
- [2] *Logical positivism*. A. J. Ayer (ed.), New York, The Free Press 1959.
- [3] CARNAP, R.: "Formalwissenschaft und Realwissenschaft". In: *Erkenntnis*, 5, 1935.

⁵Tento typ úplnosti sa dnes nazýva *sémantická úplnosť*.

- [4] CARNAP, R.: "Formální a reálné vědy". In: *Problémy jazyka vědy*. Praha 1968.
[5] CARNAP, R.: *Philosophy and Logical Syntax*. P. Alson, G. Nannikian, eds., 1963.
[6] FIALA, J.: *Analytická filosofie*. Plzeň. Západočeská univerzita, Fakulta humanitních věd.
První čítanka, 1999.

Doc. PhDr. František Gahér, CSc.
Katedra logiky a metodologie vied FiF UK
Šafárikovo nám 6
Bratislava
SR