FILOZOFIA
Roč. 50, 1995, č. 11

PŘEVOD ARISTOTELOVY SYLOGISTIKY PROSTŘEDKY BOOLEOVY ALGEBRY

VÁCLAV FISCHER, Katedra společenských věd VSB – TU, Ostrava, ČR

FISCHER, V.: The Transposition of the Aristotelian Sylogistics by Menas of Boole's Algebra
FILOZOFIA 50, 1995, No 11, p. 604

Aristotel's sylogisms (BARBARA, CESARE, CELARENT) are transitive ones. Their transitivity is to be understood either as the transitivity of inclusive groups, or as the transitivity of implication. They can as well be represented by specific symbols corresponding to his conception of logic. Aristotel's sylogistics can also be seen as an inclusion of groups in the conclusion, an inclusion following from true inclusions of premises. The premise "C c C", which is always true, is not explicit in the premises, yet its presence is involved. There are then two types of judgements which the author takes into account. The author aims at their interpetation by means of Boole's algebra and symbolics, by which the basic Aristotel's formulas can be reduced to two: A c B and C c C, with the exception of those expressing transitivity. The ananlysis wants also to show, that Aristotel did not connect the functor of negation with the one-place predicate, but with broader units (judgements, sentences). Thus he has closed for himself the way to modern conception of logic, which he was very close to.

Aristotelovy sylogismy mají v případě modů BARBARA, CESARE, CELARENT atd. povahu tranzitivnosti, kterou lze chápat buď jako tranzitivnost inkluzí tříd, nebo jako tranzitivnost implikace, či je lze označovat nějakým specifickým symbolem, odpovídajícím jeho pojetí logiky. Jinak lze Aristotelovu sylogistiku interpretovat jako inkluzí tříd v závěru, která vyplývá z pravdivosti inkluzí v premisách, přičemž vždy pravdivá premisa typu „C c C" není mezi premisami uváděna explicitně, ale je možné předpokládat její přítomnost nebo je předpokladem pravdivosti celého výrazu a také jeho platnosti. Máme tedy co do činění s dvěma typy úsudků. Pro náš účel zvolíme interpretaci pomocí symboliky Booleovy algebry a použijeme symbolu inkluze pro soudy tradiční logiky A a E (obecné kladné a obecné záporné) a predikáty nahradíme proměnnými tříd, jež mohou mít též povahu paralelně platných implikací. Výrazy obsahující inkluzi budou spojovány výrokovými spojkami, a to zejména implikací (impl.) nebo konjunkcí (et) či disjunkcí (nebo, V).

Výjdeme z toho, že základními výrazy tohoto převodu budou výrazy (A c B) a (C c C). Aristoteles předpokládal obecnou platnost výrazů typu (A c B). Pozdější tradiční logika je nazývala soudy A, soudy obecnými kladnými. Symbol „c" bude sloužit jako symbol pro inkluzi tříd. Symbol „." poslouží jako symbol průniku tříd, ale obvykle bude vynecháván a průnik tříd bude vyjadřován výrazy (AB) nebo (AC) atd. Výraz (C c C), který znamená „být nevlastní podtřídou", Aristoteles neznal, ale v podstatě je obsažen jako předpoklad správnosti závěru v řadě jeho úsudkových pravidel. Kupříkladu všechny tzv. závěry částečné kladné a částečné záporné vycházejí z předpokladu nějaké premisy (C c C) nebo její kontrapozice (C' c C'), jež se rovněž v jeho sylogistice explicitně nenachází. Symbol „ ' " slouží jako označení funktoru negace.

I když nebudeme premisu (C c C) zapisovat, a totéž platí i pro její kontrapozici, objeví se „C" v jedné z premis a v závěru:

* (AcB) impl. ((AC) c (BC) { nebo

* * (AcB) impl. ((AC') c (BC')) }

Toto „ * " je úsudkový modus v přepisu do BOOLEOVY ALGEBRY, který patří do skupiny úsudků typu DARII, DATISI, DISAMIS a DIMATIS. Varianty tohoto typu úsudku vzniknou tím, že obrátím výrazy v průniku:

(AC) = (CA) a (BC) = (CB).

Vznikají celkem čtyři kombinace, které byly ve středověku pokládány za samostatné úsudky.

Další úsudkové schema obdržíme, nahradíme-li výraz (C c C) výrazem (C' c C'):

(A c B) impl. ((AC') c (BC')), který patří do skupiny úsudku typu BOCARDO a BAROCO. Jedná se tedy o výrazy, které už známe jako výrazy „ * * „.

Jinak mohou tyto druhy úsudkových schemat vzniknout kontrapozicí A c B = B' c A' za pomoci C c C:

A c B impl. (B'c) c (A'C)

Zkratka „impl." nahrazuje symbol výrokové spojky implikace a spojuje zde předpoklady a závěry úsudkového schematu.

Aristoteles chápal soudy obecné záporné v přepisu na zmíněnou algebru tříd jako disjunktní třídy, které nemají společné prvky, a neznal doplňkovou třídu, i když nebyl tomuto pojetí daleko, soudě podle toho, co píše ve spise *O vyjadřování*, kde se vyskytují negované predikáty, a také podle toho, co se objevuje v jednom místě v *Prvních analytikách*. Přesto jeho chápání tzv. soudů obecných záporných je spíš blízké vyjádření složeného výrazu Shefferovým funktorem v podobě výrazu A/B (neplatí současně A a B). Soudy, které byly později tradiční logikou označovány jako soudy „ E „, obecné záporné, lze v Booleově algebře zaznamenat ve tvaru výrazů (A c B'), přičemž symbol „'" označuje negaci (vystupuje jako symbol negace), jak již bylo připomenuto jinde. Jiným způsobem vyjádření by byl výraz (AB)' jako negace průniku tříd. (Soudy E lze v Booleově algebře a v dalších systémech tedy ekvivalentně označovat A/B = A c B' = (AB)'). Aristoteles neznal negované jednotlivé predikáty, protože se v běžném jazyce nepoužívají tak běžně, zejména ne ve spojení s podstatnými jmény – pouze se jmény přídavnými – nemocen, nevelký, nepříjemný, ale již nikoliv v podobě „nesedlák", „nesoudce", „nestudent", i když používáme výrazů „nevoják", „nepřítel" atd. Tento převod prostředky Booleovy algebry ukazuje, jak by se rozšířily možnosti tvoření teorémů, kdyby byl Aristoteles negované predikáty zařadil do svého systému. V případě průniku tříd typu „O" ani při zápisu nemáme jiné možnosti, než při zápisu do Booleovy algebry použít negace symbolů či proměnných tříd. Se zavedením negovaných predikátů či proměnných tříd (a samozřejmě i konstant tříd) zmizí rozdíl mezi soudy „A" a soudy „E", tedy mezi soudy kladnými a zápornými, a toto rozdělení přestane mít smysl, protože všechny soudy „E" budou převoditelné na soudy „A" a v našem přepisu všechny disjunktní třídy se změní v inkluzi podtřídy a doplňku třídy. Tato práce je v podstatě věnována odpovědi na otázku, co by se stalo s Aristotelovou nebo tradiční logikou, kdyby operovala s negovanými jednomístnými predikáty nebo v našem případe s negovanými proměnnými a konstantami tříd. Mnohé tradiční operace by se také objevily v jiném světle a povaha jistých ekvivalencí Aristotelovy či tradiční logiky by se jevila rovněž poněkud jinak.

Tak obdržíme další úsudková schemata:

(A c B') impl. ((CA) c (CB')).

Protože (CA)=(AC), obdržíme další kombinaci úsudku. Dále je možná kontrapozice (B c A') z (A c B') a díky ní i další kombinace a dva sylogismy, jež byly v tradiční logice označovány jako mody (spolu s předchozími dvěma) FERIO, FESTINO, FRESISON A FERISON:

(A c B') impl. ((AC) c (CB') (Včetně kombinací vyplývajících
(B c A') impl. ((BC) c (CA') z kontrapozice A c B' = B c A'
(B c A') impl. ((AC) c (CB') a obratu AC=CA, BC=CB.)
(Celkem je možných osm kombinací.)

Aristoteles ale neznal obrat soudů „O" z (AB') na (B'A), protože ve slovním vyjádření nezněly podobné výrazy přirozeně (Někteří sportovci nejsou Češi = Někteří ne-Češi jsou sportovci), a tudíž tím omezil počet možných modů úsudků. Na druhé straně konsekvent implikace ukazuje, že přední i druhý člen inkluze obsahuje (A c B') nebo (B c A'). (Lze také říci, že Někteří sportovci jsou ne-Češi.)

Jeden z modů BAROCO a BOCARDO ukazuje, že se v konsekventu implikace objevuje kontrapozice (A c B)=(B' c A'), jak bylo ukázáno:

(A c B) impl. ((CB') c (CA')

Tím jsme vyčerpali jednu skupinu modů úsudků v převodu na Booleovu algebru, které vycházely z výrazů (A c B) a (C c C) a jejich variant daných kontrapozicí a prostým obratem výrazů. U Aristotela nebo v tradiční logice se neobjevují kontraponované výrazy z (A c B) nebo aspoň se neobjevují v předpokladech, i když závěr a jedna z premis tuto kontrapozici obsahuje a předpokládá se v nich. Z uvedeného je zřejmé, že Aristoteles obrací soudy E a soudy I, tedy soudy obecné záporné a soudy částečné kladné, a jejich obrat pokládá za obrat prostý (podobně jako prostě obracíme průnik tříd v závorce výrazu (AB)' = (BA)' a ve výrazech AB = BA či ve výrazech A/B = B/A – symbol „/" představuje Shefferův funktor), i když v případě soudů E se jedná vlastně o transpozici nebo o kontrapozici, ale ve slovním vyjádření není to nikterak zřejmé: Zádný Čech není Němec (obrácený výraz zní „Zádný Němec není Čech"). Stejně jako obrací prostě soudy E a I, díky vlastnímu pojetí logiky a zejména negace v rámci tohoto systému, nemůže obracet soudy obecné kladné, které tradiční logika označovala písmenem „A" (první hláska ze slova „affirmo"), a soudy částečné záporné, které označovala písmenem „O" (druhou v pořadí samohláskou ze slova „nego"). Tento převod ukazuje, že lze provádět jak transpozici soudů A(Ac B'=BcA'), tak také prostý obrat soudů „O" (AB'=B'A) (viz závěr předchozího výkladu).

Aristotelovi by tyto obraty připadaly nepřirozené, protože byl příliš závislý na běžném jazyce, kde právě negované predikáty zněly proti duchu jazyka, a to i proti duchu řečtiny nebo právě proti charakteru tohoto jazyka, který si jinak liboval v několika způsobech vyjádření negace – záporu. Kdyby byl chápal negaci jako funktor, který lze připojit k libovolnému predikátu a ne pouze k některým přídavným jménům jako „anison" (nerovný), ale také k podstatným jménům (ne – Čech), pak by se jeho systém velmi přiblížil pojetí moderních systémů logiky a také počet axiomů a teorémů v tradiční logice by se zvětšil z devatenácti na počet mnohem větší.

Druhou skupinou soudů jsou soudy, které jsou převoditelné na tranzitivnost vztahu inkluze tříd. Tyto soudy reprezentuje především modus ve středověku pojmenovaný jako modus BARBARA:

((AcB) et (BcC)) impl. (A c C).

Aristoteles soudy obecné záporné (k tomuto rozdělení soudů na obecné kladné a obecné záporné byl právě donucen svým pojetím negace, jež se týkalo pouze složených výrazů, které byly negovány, a nikoliv pouhých predikátů), jak již bylo řečeno, chápe asi ve znění funktoru „neplatí současně A i B", tedy Shefferova funktoru (A/B) nebo výrazu (AB)'. To odpovídá slovnímu vyjádření či slovnímu kvantifikátoru „žádný". A staví vesměs funktor negace před celý soud, nikoliv před jednotlivý predikát.

V předchozím pojednání o soudech jiného typu bylo ukázáno, že v tzv. soudech částečných proniká jiné pojetí negace, a sice takové, kde negace stojí ve spojení s jednoduchým predikátem nebo je vyjádřena v tomto pojetí jako součást výrazu, jehož základem je jméno třídy a jež spolu s funktorem negace označuje doplňkovou třídu. Z předchozího výkladu vyplynulo, že tedy výraz A/B = A c B' = B c A'. Proto si dovolíme soudy E přepisovat ekvivalentními výrazy A c B' a B c A'. Obdržíme pak výrazy:

((A c B) et (B c C')) impl. (A c C')
((A c B) et (C c B')) impl. (A c C')
((A c B) et (B c C')) impl. (C c A')
((A c B) et (C c B')) impl. (C c A').

Tyto mody byly ve středověku pojmenovány jmény CELARENT, CESARE, CAMESTRES a CALEMES. Kdyby byl Aristoteles znal negaci jako funktor týkající se samotného predikátu či přidělitelný k němu nebo ke třídě či k její proměnné, pak by provedl i kontrapozici nebo transpozici výrazu (A c B) = (B'c A') a obdržel by další čtyři mody ze základního výrazu

((B'c A') et (A c C')) impl. (B c C').

(Těchto modů je ovšem mnohem více, využijeme-li všech ekvivalentních výrazů bez omezení Aristotelovým pojetím negace.)

Kromě těchto modů zná tradiční logika ještě případy, kdy nějaká podtřída je současně podtřídou dvou tříd, a to znamená, že je podtřídou průniku těchto dvou tříd, hovoříme-li jazykem teorie tříd či Booleovy algebry. Tyto mody byly označovány ve středověku jako mody DARAPTI, FELAPTON a FESAPO. Za základní tvar budeme pokládat modus DARAPTI opět v přepisu do symboliky Booleovy algebry:

((A c B) et (A c C)) impl. (A c BC).

V tradičním pojetí vzniká nepřesnost v konsekventu úsudku, jenž by neměl v našem přepisu povahu inkluze tříd, ale omezil by se na třídu, vyjádřenou průnikem tříd, tedy na druhý člen vztahu inkluze (BC). (Výraz „et" je zde funktorem konjunkce, stejně jako v předchozích výrazech spojujícím části antecedentu implikace.)

Zkrácení se týká vynechání výrazu „A" v závěru úsudku, který pak má tvar jen „BC". Zapsaný výraz má ale „protože je přesný, formu, která by se v tradiční logice musela vyjádřit jako modus DARAPTAI, protože by nemohl být platný, kdyby třída „A" nebyla uvedena. Oba další mody vycházejí z toho, že místo výrazu (B c C) je výraz (B c C'), případně jeho kontrapozice (C c B'). Aristoteles sice stále i v tomto případě se opírá o výrazy typu (A/B), ale závěry modů FESAPO a FELAPTON dokazují, že tuto kontrapozici obsahují.

Aristoteles mohl připojit ještě to, že i místo výrazu (A c B) by volil výraz (A c B'), takže by obdržel další modus a ještě další jeho variantou kontrapozici (B c A') atd.

Kromě toho mohl Aristoteles předpokládat i případ, že by dvě třídy byly podtřídou téže třídy, ale to by potřeboval buď funktor diskunkce („v"), nebo funktor „sjednocení tříd" (+):

((A c C) et (B c C) impl. ((A+B) c C)).

Aristoteles ale tento typ sylogismu neuvádí a ani ho nezná a samozřejmě nezná ani možné kombinace, které se i zde nabízejí zařazením negovaných predikátů nebo doplňků tříd.

Závěry:

Tento převod tradiční sylogistiky na výrazy Booleovy algebry měl ukázat, v čem tkví vymezenost Aristotelova pojetí sylogistiky zejména ve vztahu k pojetí funktoru negace, které zůstalo pod vlivem slovního vyjádření v běžném jazyce. Tím není řečeno, že tento slavný muž nebyl na stopě tohoto pojetí, jak to dokazuje spis *O vyjadřování*, který obsahuje řadu dalších devíz včetně principu sémantického trojúhelníku, ale z neznámého důvodu šel pak jinou cestou, než kterou v tomto spisku naznačil. Jeho dílo o logice současně ukazuje, jak byl omezen i nedostatečnou formalizací, než aby mohl překročit jisté hranice, které mu určovalo běžné vyjádření v jazyce. Celá sylogistika může vycházet ze dvou základních formulí, jež v přepisu do jazyka Booleovy algebry dají dva základní výrazy, a to inkluzi tříd v obecném formalizovaném tvaru (A c B), která nemá povahu tautologie, a inkluzi typu (A c A) (nebo B c B či C c C), která naopak má povahu tautologie a vyjadřuje vztah „být nevlastní podtřídou". Ve výrazech, které vyjadřují průnik a inkluzi tříd, najdeme oba dva typy výrazů, jejichž přítomnost je výrazem platnosti a pravdivosti celého složeného výrazu, a to jak jeho antecedentu, tak v jeho konsekventu, protože úsudková schemata mají tvar implikací. Je totiž evidentní, že je-li pravdivé (A c B), pak musí být také pravdivé (AC c BC), protože obsahuje inkluzi (C c C). Jinak mají úsudky tradiční logiky povahu tranzitivnosti inkluze s kombinacemi danými kontrapozicemi (transpozicemi) inkluzí. Zbývající soudy byly v tradiční logice formulovány nepřesně, a to v případech, kdy se jedná o inkluzi jedné podtřídy ve dvou třídách – v našem pojetí přepisu tradiční sylogistiky prostředky Booleovy algebry – nebo naopak o inkluzi dvou podtříd v jedné třídě, kterou ale Aristoteles a tradiční logika neuvádí a nezná ji. Pomocí tohoto převodu jsme stanovili vcelku tři typy Aristotelových nebo tradičních sylogismů.

Kontraponováním inkluzí bychom obdrželi další mody úsudků, které jako celé výrazy, spojené spojkou implikace, můžeme pokládat za teorémy odvozené z axiomů. Ku příkladu z A c B impl. (AC c BC) = (A c B) impl. ((BC)' c (AC)' atd., čímž bychom opět rozšířili jak množinu platných úsudkových schemat, tak i teorémů za hranici Aristotelova systému i díky použití De Morganových zákonů.

LITERATURA

[1] ARISTOTELES: O vyjadřování. Organon I. Praha, Nakl. ČSAV, Filozofická knihovna 1959, s. 35-36.
[2] ARISTOTELES: První a Druhé analytiky. Organon II a III. Praha, Nakl. ČSAV 1961 a 1962.
[3] BORKOWSKI, L.: Logika formalna. kap. VII. Warszawa, PWN 1970.
[4] PASENKIEWICZ, K.: Logika ogólna. zv. 1., kap. Tradiční sylogistika. Warszawa, PWN 1953.
[5] KREJČÍ, F.: Logika. Praha, Kober 1921, (kapitola o sylogistice).

PhDr. Václav Fischer
Katedra společenských věd VSB – TU
Jana Soupala 23 (1608)
708 00 Ostrava – Poruba
ČR