

M. FÜRSTOVÁ: FILOZOFIA

EVOLÚCIA VEDENIA

Karteziánska interpretácia filozofie ako jediného a všeobecného základu sa v dôsledku priemyselnej revolúcie prevratným spôsobom mení. Prudký pokrok v špeciálnych vedách vedie k čoraz väčšej dôvere vo vedu.

Základný filozofický alebo vedecko-teoretický postoj, ktorý je príznačný nielen pre filozofiu, ale aj pre vedecký výskum vo všeobecnosti, a ktorý zodpovedá tomuto novému vývinu, je POZITIVIZMUS. Podobne ako empirizmus tiež sa pridrižiava skúsenosti – zohľadňuje len to, čo je pozitívne, čo je dané zmyslovými vnemami. Od empirizmu sa však odlišuje svojím striktným odmietaním akejkolvek metafyziky. Pozitivismus je polemicky zameraný proti každému predpokladu súcna nezávislého od vnímania, proti každému predpokladu neoveriteľných príčin, proti apriórnyim formám myslenia, a tak sa stáva **antimetafyzikou**. Filozofia, ktorá je odtrhnutá, nezávislá od exaktných vied, nemá právo na existenciu. Tento postoj sa často stotožňuje s likvidáciou filozofie.

Za jedného z prvých pozitivistov možno pokladať Davida HUMA. „Pre skutočného filozofa nejestvuje nijaká dôležitejšia požiadavka než tá, aby potlačil svoju neskrtnú túžbu pátrať po príčinách, a ak vybuodoval učenie na základe dostatočného počtu pozorovaní, mal by sa s tým uspokojiť, len čo postrehne, že ďalšie skúmanie ho musí viesť do temných a neistých špekulácií“ (D. Hume: Úvahy o ľudskom rozume).

Výraz pozitivismus sa však začal používať až v 19. storočí, a to zásluhou Augusta COMTE.¹

VZOSTUP ČLOVEKA: AUGUSTE COMTE

V protiklade k negatívne mu je pozitívne to, čo je dané, jestvujúce, ale aj užitočné a zmysuplné, ďalej aj to, čo sa dá určiť bez námietok a čo je takto isté.

Comte konštatuje, že veda postupuje od myslenia, ktoré vychádza z fantázie, k vedeckému mysleniu. Vývin prebieha v troch štádiách: „Podľa tohto základného učenia musia všetky naše teórie, nech sú akéhokoľvek druhu, prejsť aj u jednotlivca aj u ľudského rodu nevyhnutne tromi rozličnými, po sebe nasledujúcimi teoretickými štádiami, ktoré možno označiť obvyklými názvami ako teologické, metafyzické a pozitívne štádium, čo bude dostatočne presné aspoň pre tých, ktorí skutočne pochopili ich pravý, všeobecný zmysel. Hneď na začiat-

¹ AUGUSTE COMTE (1789 Montpellier – 1857 Paríž) pochádzal z prísne katolíckej úradníckej rodiny. Absolvoval polytechnickú školu a vyučoval matematiku. V Paríži pracoval na svojom systéme filozofie. Po krátkom pobyte v nemocnici v dôsledku psychickej krízy pokračoval znovu vo svojej filozofickej práci. Miesto učiteľa matematiky a mechaniky na Parížskej polytechnike však čoskoro stratil. Na živobytie si zarábala čiastočne súkromnými hodinami, avšak väčšinou bol odkázaný na podporu priateľov a stúpcov, ktorí ho zbožňovali, medzi nimi aj anglický filozof John Stuart Mill. Po dokončení hlavného diela *Kurz pozitívnej filozofie* v šiestich zväzkoch ho pred ďalšou krízou zachránila známosť s Clotildou de Vaux, ktorú úprimne a vášnivo zbožňoval.

ku však treba neodkladne povedať, že prvé štádium sa aj naďalej vždy bude chápať iba ako dočasné a prípravné; druhému štádiu, ktoré v skutočnosti predstavuje iba čistú obmenu prvého, možno určiť ako prechodné, aby sme sa postupne dostali k tretiemu; v ňom, ako v jednom úplne normálnom (normotvornom) štádiu, sa v každom ohľade definitívne presadzuje panstvo ľudského rozumu“ (A. Comte: Rozprava o duchu pozitivizmu).

Prvé štádium je teologické alebo fiktívne; v ňom sa prírodné procesy vysvetľujú pomocou nadprirodzených síl. Siahla od animizmu - viery, že všetky veci sú oduševnené - cez vieru v bohov až k monoteizmu klasických svetových náboženstiev.

Druhé štádium je metafyzické alebo abstraktné a podľa Comta ešte vôbec nie je prekonané. Namiesto Boha nastupujú abstraktné, logické princípy. Toto štádium predstavuje určitý druh prechodnej filozofie.

„Metafyzika teda v skutočnosti neznamená v podstate nič iné ako istý druh teológie, ktorú postupne rozvracajú zjednodušenia, odhaľujúce jej tajomstvá. Tieto (zjednodušenia) ju totiž oberajú o bezprostrednú moc brániť najmä vývinu pozitívnych predstáv, lenže zároveň jej ponechávajú dočasnú schopnosť pokračovať v určitom nepostrádateľnom cvičení ducha zovšeobecňovania dovtedy, kým sa tomuto duchu nedostane lepšej potravy. Tento protirečivý charakter metafyzického alebo ontologického spôsobu myslenia ho neustále stavia pred alternatívu, ktorej sa nedá vyhnúť: buď sa bude pokúšať o márnú reštauráciu teologického štádia, aby zadosťučinil požiadavkám poriadku, alebo je nútený zaujať čisto negatívny postoj, aby sa vymanil zo stiesňujúcej nadvlády teológie.

V konečnom dôsledku možno teda metafyzické štádium pokladať za istý druh chronickej choroby, ktorá je prirodzene spätá s duchovným vývinom individua a ľudského rodu od detstva k mužnému veku“ (tamže).

V treťom - pozitívnom alebo reálnom štádiu - sa eliminuje všetko metafyzické. Vysvetľovanie už nepostupuje tak, že sa odvoláva na neznáme faktory, ale opisuje empiricky pozorovateľné vzťahy a vzťahy, pravidelné a zákonité väzby samotných javov. Jediným absolútnom podľa Comta je, že nejestvuje nič absolútne.

„... základná revolúcia, ktorá charakterizuje mužný vek nášho ducha, spočíva v podstate v tom, že sa namiesto nedosiahnuteľného určenia najvlastnejších príčin všade sústreďuje na jednoduché skúmanie zákonov, t.j. stálych vzťahov, ktoré jestvujú medzi pozorovanými javmi. Či potom ide o najmenšie, alebo najväčšie pôsobenie, o impulz a tiaž, alebo o myslenie a mravnosť, tu všade môžeme naozaj poznávať iba rozličné vzájomné väzby, vlastné priebehu týchto javov, bez toho, aby sme sa niekedy dokázali dopátrať tajomstva ich vzniku“ (tamže).

Veda slúži praktickým cieľom. Má predvídať priebeh javov, aby ich mohla ovplyvňovať („voir pour prévoir“). Aby bolo možné predvídanie javov, ktoré majú nastúpiť, nemožno sa uspokojovať s púhym zbieraním údajov, „nemožno skutočnú vedu znetvoriť na určitý druh neplodného zhromažďovania faktov bez súvislosti“, faktov, ktoré nemajú nijakú inú prednosť ako presnosť v detaile. Výčitku čistého zbierania údajov adresuje Comte empirizmu. Veda spočíva v „zákonoch javov“. K týmto zákonom sa treba dopracovať. Cieľ sa dosiahne vtedy, ak všetky jednotlivé javy bude možné začleniť pod jeden všeobecný fakt.²

² Úsilie odvodiť podľa možnosti všetky prírodné procesy len z malého počtu zákonov charakterizuje fyziku od čias Newtona, ktorý celý pohyb planetárnej sústavy odvodzuje z gravitačného zákona. Na začiatku osemdesiatych rokov sa podarilo previesť všetky v prírode známe sily (interakcie) len na tri: gravitáciu, elektricky slabé a silné väzby (jadrové sily). Teoretici pracujú na tom, aby našli jednotnú prasiľu, „Super Gravity“. Rovnaký cieľ sa dá sledovať aj pri hľadaní jednotného stavebného princípu hmoty len z mála častíc. Kým pred niekoľkými rokmi to boli tri kvarky, z ktorých sa vysvetľovala hmota, medzitým sa ich počet zdvojnásobil (objavom nových elementárnych častíc a potrebou ich vysvetlenia bolo nevyhnutné prijať predpoklad ďalších kvarkov). Existujú však už rozličné teórie o malom počte

„Veda v skutočnosti spočíva v zákonoch javov, pričom vlastné fakty, nech sú akokoľvek exaktné a početné, jej stále poskytujú iba nevyhnutnú surovinu. Ak skúmame stály, konečný účel týchto zákonov, potom môžeme bez akejkoľvek nadsádzky povedať, že pravá veda – ktorá má ďaleko k tomu, aby sa skladala iba z jednoduchých faktov – neustále smeruje k čo najväčšiemu odpútaniu sa od bezprostredného skúmania tým, že ho nahrádza spomínaným racionálnym predvídaním, ktoré v každom ohľade predstavuje hlavný znak pozitívneho ducha, ako si to celkom jasne uvedomuje celý súbor astronomických vied. Toto predvídanie ako nevyhnutný následok objavu stálych vzťahov medzi javmi zabráňuje, aby sa skutočná veda zamieňala za onú planú učenosť, ktorá mechanicky zhromažďuje fakty bez toho, aby sa usilovala vzájomne ich odvodzovať. Táto významná vlastnosť všetkých našich zdravých teórií je rovnako dôležitá pre ich praktický úžitok, ako aj pre ich vlastnú dôstojnosť; lebo bezprostredné skúmanie hotových javov by nestačilo na to, aby nám umožňovalo meniť ich priebeh, keby nás zároveň nevedelo k tomu, že ho môžeme primerane predvídať. A tak skutočný pozitívny duch spočíva predovšetkým v schopnosti vidieť, aby sme mohli predvídať, skúmať to, čo je, aby sme z toho na základe všeobecnej tézy o premenlivosti prírodných zákonov dokázali usúdiť, čo bude“ (tamže).

Podľa stupňa zložitosti a podľa ubúdajúcej abstraktnosti a všeobecnosti dospievame k hierarchii vied, v ktorej každá nasledujúca veda sa zakladá na predchádzajúcej tým, že sa opiera o jej zákonitosti, ale zároveň má aj svoje vlastné zákony, takže sa nedá bezo zvyšku previesť na svoju základnú vedu. Poriadok je u Comta spojený s **ideou hierarchie**, so systémom prísnej podriadenosti časti celku, zvláštneho všeobecnému, procesu výsledku. Tento poriadok sa dosahuje pokrokom. V protiklade k tomu je u Descarta idea poriadku výsledkom analýzy a syntézy, výsledkom, ktorý vyplýva z intelektuálnej aktivity.

V hierarchii vied stojí najvyššie matematika ako najistejšia a najvšeobecnejšia veda, po ktorej nasledujú astronómia, fyzika, chémia, biológia a sociológia. Pritom **sociológia** (výraz pochádza od Comta, ktorý sa pokladá za zakladateľa tejto vedy) je najzložitejšou a najdôležitejšou vedou. Pokrok od teologického štádia k pozitívnemu štádiu sa prejavuje v narastajúcej matematizácii, ktorá nakoniec má nájsť svoje uplatnenie aj v sociológii.

Comte mal veľký vplyv na anglickú filozofiu, predovšetkým na najvýznamnejších anglických filozofov 19. storočia, ako boli John Stuart MILL a Herbert SPENCER. V druhej polovici 19. storočia ovplyvnil Comte v Európe spôsob myslenia jednej celej spoločnosti.

Pozitivismus sa často pokladá za základný vedecko-teoretický postoj v prírodných vedách. Operajúc sa o jeho metódu, prírodné vedy podnikli pokrok v technike a spolu s tým aj v hospodárstve.

V 20. storočí dochádza k znovuoživeniu pozitivismu v podobe **NOVOPOZITIVIZMU** alebo logického pozitivismu, ktorý vystupuje ešte radikálnejšie a ešte polemickejšie proti všetkému nepozitivistickému. Kantova otázka o hraniciach rozumového poznania sa v 20. storočí kladie nanovo ako otázka zdôvodnenia a dosahu vedeckých metód.

VOLANIE PO JASNOSTI

„Nový spôsob filozofovania vznikol v úzkom spojení s vedeckou prácou v špeciálnych vedách, najmä v matematike a vo fyzike. Následkom toho je, že prísny a vedome zodpovedný základný postoj vedca-výskumníka sa stáva vzorom aj pre základný postoj filozofa, kým postoj filozofa starého razenia sa prirovnáva skôr k básneniu. V tomto novom postoji sa nemení len

nových častíc, z ktorých sa majú skladať kvarky. Einsteinov pokus vytvoriť jednotnú teóriu poľa je tiež jedným z mnohých príkladov, ktorý dokumentuje tieto tendencie vo fyzike.

štyl myslenia, ale aj formulovanie úloh; jednotliviec sa už nepodujíma na to, aby odvážnym činom vystaval celú budovu filozofie. Naopak, v rámci jednej celej vedy každý pracuje na svojom určenom mieste. Pre fyzikov aj historikov je takýto postoj samozrejmy; vo filozofii sme však boli svedkami takej hry (a tá musí na ľudí vedeckého zmysľovania pôsobiť deprimujúco), že po sebe i vedľa seba vzniklo množstvo filozofických systémov, ktoré sú navzájom nezlučiteľné. Ak jednotlivcov vo filozofickej práci rovnako ako v špeciálnej vede vymedzíme len čiastkovú úlohu, veríme, že o to spoľahlivejšie budeme môcť nazrieť do budúcnosti: pomalou, rozvážnou prácou sa bude získavať poznatok za poznatkom; každý prispeje len tým, čo dokáže zdôvodniť a na čo dokáže odpovedať pred spoločenstvom spolupracovníkov. Takto sa bude starostlivo ukladať tehlička k tehličke a vybuduje sa bezpečná stavba, na ktorej môže ďalej tvoriť každá nasledujúca generácia.

Z požiadavky, že každú tézu treba vysvetliť a nevyhnutne zdôvodniť, vyplýva vylúčenie špekulatívnosti a básnenia z filozofie. Keď sa aj vo filozofii začala brať vážne požiadavka vedeckej prístnosti, muselo sa nevyhnutne dospieť k tomu, že celú metafyziku treba z filozofie vykázať, pretože jej tézy sú racionálne neudržateľné. Každá vedecká téza sa musí dať racionálne zdôvodniť; to však neznamená, že sa k nej musí aj racionálne, t.j. iba rozumovým uvažovaním, dospieť. Základný postoj a zameranie záujmov predsa nevzniká na základe myšlienok, ale je podmienené citmi, inštinktami, vlohami, životnými okolnosťami. Platí to nielen vo filozofii, ale aj v najracionálnejších vedách: vo fyzike a v matematike. Rozhodujúcim však je, že fyzik sa pri zdôvodnení určitej tézy neodvoláva na niečo iracionálne, ale zdôvodňuje ju čisto empiricky a racionálne. To isté požadujeme aj od nás v našej filozofickej práci. Praktické narábanie s filozofickými problémami a nachádzanie nových riešení sa nemusí diať iba na čisto myšlienkovom základe, ale vždy bude určované inštinktivne, bude používať nazeracie, intuitívne prostriedky. Lenže zdôvodnenie sa musí prebiehať pred fórom rozumu: tu sa nesmieme odvolávať na intuitívne zážitky či na túžby duše. Aj my vo filozofii máme „túžby duše“; lenže tieto sú zamerané na jasnosť pojmov, čistotu metód, obhájiteľnosť téz, na výkon na základe spolupráce, do ktorej sa jednotliviec začleňuje.

Nemôžeme si zakrývať, že práve dnes opäť nadobúdajú silný vplyv také prúdy vo filozoficko-metafyzickej a náboženskej oblasti, ktoré sa tomuto postoju bránia. Čo nám aj napriek tomu dáva istotu, že s našou výzvou k jasnosti, k vede oslobodenej od metafyziky prerazíme? Je to poznanie alebo – aby sme to povedali opatrnejšie – viera, že sily, ktoré nám stoja v ceste, patria do minulosti. Cítíme vnútornú príbuznosť medzi postojom, ktorý tvorí základ našej filozofickej práce, a duchovným postojom, ktorý sa v súčasnosti šíri v úplne iných oblastiach života; cítíme tento postoj v umeleckých prúdoch, najmä v architektúre a v tých hnutiach, ktoré sa usilujú o zmysluplné utváranie ľudského života – osobného života i života v spoločenstve, výchovy i vonkajších okolností. Všade tu cítíme rovnaký základný postoj, rovnaký štyl myslenia a tvorby. Je to zmysľovanie, ktoré všade smeruje k jasnosti, no pritom uznáva komplikovanosť života, ktorá nikdy nebude úplne priehľadná, zmysľovanie, ktoré nabáda k dôslednosti pri detailnom stvárnení a zároveň k veľkorysosti, ak ide o celok, k spolupatričnosti ľudí a zároveň k slobodnému rozvoju jednotlivca. Celá naša práca sa zakladá na viere, že tomuto zmysľovaniu patrí budúcnosť“ (R. Carnap: Logická výstavba sveta).

Vývin prírodných vied a techniky v 19. a 20. storočí priviedol k diferenciacii jednotlivých špeciálnych vied. Viditeľné úspechy v špeciálnych vedách spôsobili, že sa tieto vedy odpútali od filozofie, ktorá bola pôvodne univerzálnou vedou (mathesis universalis). Popri jednotlivých špeciálnych vedách neostáva už filozofii nijaká možnosť formulovať zdôvodniteľné výpovede o skutočnosti – a tak sa stáva skúmaním základov vedy, teóriou vedy a logikou. Metafyzika sa vyháňa z filozofie, lebo čistým uvažovaním, teda apriórne, nemožno dospieť k nijakým tvrdeniam o skutočnosti. Namiesto apriórnych zákonov o podstate nastupujú **hypotézy zákonov**, ktorých správnosť možno overiť pozorovaním a experimentom. Namiesto absolútneho vedenia nastupuje absolútna exaktnosť.

Požiadavka vedeckosti stojí na prvom mieste. Má sa zaručiť intersubjektívnou overiteľnosťou. Keďže bežný, každodenný jazyk má logické nedostatky, je nevyhnutné skonštruovať ideálny jazyk vedy, jazyk, ktorý zodpovedá normám vedeckej exaktnosti a ktorý je vybudovaný podľa precíznych pravidiel. Hľadanie umelých jazykových systémov vedie k intenzívnemu zaoberaniu sa logikou. Tradičná logika sa pri nových problémoch ukazuje ako nedostatočná, a tak sa rozvíja nová **formálna logika**, nazývaná aj **logistika**, ktorá sa stáva základom novej filozofie. Okrem logiky sa centrálnou témou filozofie stáva **analýza jazyka**. Ukazuje sa, že všetky tradičné filozofické problémy sa dajú previesť na problémy jazyka. Logickou analýzou ich jazykovej formulácie sa potom možno priblížiť k ich riešeniu. „Ak je filozofia ochotná vstúpiť na cestu vedy (v striktnom zmysle), potom sa nebude môcť zrieknuť tohto ohromne účinného prostriedku na objasnenie pojmov a na prečistenie problémových situácií“ (tamže).

Z toho potom vyplývajú stále väčšie požiadavky na spresňovanie pojmového aparátu. Napríklad pojem „bezprostrednej danosti“, na ktorý sa odvoláva pozitivizmus ako na základ, sa pri prísnom kritickom overení ukazuje ako nejasný, a tým aj nepoužiteľný.

Pretože do popredia filozofického záujmu sa dostáva na jednej strane skúsenosť a pozorovanie a na druhej strane analýza jazyka, dostáva táto filozofia názov moderný alebo logický empirizmus alebo analytická filozofia - namiesto názvu logický pozitivizmus či novopozitivizmus. „Empirizmus možno definovať ako tvrdenie: Celé syntetické poznanie sa zakladá na skúsenosti“ (B. Russell: *Ludské poznanie, jeho rozsah a hranice*). Oproti tradičnému pojmu empirizmu spočíva novým tejto definície empirizmu v tom, že uvedené tvrdenie bude dostatočne určené až vtedy, keď sme zadefinovali pojmy „syntetický“, „poznanie“, „skúsenosť“ a „zakladať sa“. Bude však veľmi ťažké dokázať, že všetko syntetické poznanie, t.j. poznanie, ktoré nebolo dosiahnuté logickou, matematickou cestou, pochádza zo skúsenosti.

V zmysle tejto novej vedeckosti sa akceptujú len také výpovede, ktoré možno odvodiť čisto logicky, alebo také, ktoré možno potvrdiť skúsenosťou; preto existujú len analytické výpovede alebo syntetické aposteriórne výpovede. Syntetické apriórne poznanie, ako ho postuloval KANT, v logickom empirizme nemôže jestvovať. Preto je aj centrálna otázka Kantovej kritiky rozumu o existencii syntetického apriórneho poznania pre logický empirizmus bezpredmetná.

Pre všetky empirické prúdy je spoločné striktné odmietanie **metafyziky**. Jej problémy sa vykladajú ako **zdanlivé problémy**. Akékoľvek zaobranie sa metafyzikou sa pokladá nielen za nezmyselné, ale za priamo nebezpečné. „Obvinenie, že niekto pestuje metafyziku, sa vo filozofii stalo asi takým istým obvinením, aké sa vznáša proti úradníkovi, ktorý ohrozuje bezpečnosť krajiny“ (B. Russell: *Môj filozofický vývin*).

Kritika metafyziky ako tradičnej filozofie je kritikou nepriehľadných súvislostí, ktoré sa teraz odstraňujú preniknutím do toho, **ako sa produkuje veda**. Filozofia už nie je v rukách jednotlivého učenca, ktorý buduje systém, zakladá teoretickú školu a svoje myšlienky ďalej odovzdáva svojim žiakom, ale veda a poznanie sa „vyrába“ - prostredníctvom interdisciplinárneho, medzinárodného združovania, ktoré je porovnateľné s organizačnými štruktúrami, ako sú strany a podniky. Vo forme pestovania vedy sa ukazujú paralely so spoločenskou realitou.

S prudkým vývinom prírodných vied a matematiky súvisia aj hlboké zmeny v teoretických základoch vedy. **Teória relativity** Alberta EINSTEINA (1905) predpokladá neeuklidovskú geometriu. **Euklidovská geometria** vychádza z predpokladu priestoru, ktorého tri rozmery sú na seba navzájom presne kolmé. V takomto priestore platí, že jedným bodom roviny nemožno viesť viac ako jednu rovnobežku k priamke tejto roviny. Dajú sa však vytvoriť aj iné geometrické systavy, ako ukázali BOLYAI, LOBAČEVSKIJ a neskôr RIEMANN, v ktorých potom táto axioma o rovnobežkách neplatí. Takto síce euklidovská geometria nebola zrušená, ale na niektoré z jej tvrdení boli možné rozličné odpovede.

Nejakú vetu, ktorá platí ako „evidentná“ (zrejmä), možno negovať a nahradiť inými vetami, čím dospejeme ku koherentnému (spojitému) systému. Výrazy ako napr. bod alebo

priamka potom nemajú ten istý význam ako v bežnom jazyku. Svoj význam nadobúdajú prostredníctvom viet, v ktorých sa vyskytujú. Takto dospievame k úplnej formalizácii geometrie, ktorá je pre naše bežné predstavy o priestore šokujúca.

Ukázalo sa, že EUKLIDOVO učenie, ktoré celé stáročia predstavovalo základ geometrie, nie je jedinou možnou neprotirečivou sústavou geometrie. To znamená, že geometria za svoju „pravdivosť“ nevďačí „evidentnosti“ svojich princípov, ale koherentnosti viet, ktoré pôsobia vnútri nej a ktoré sa stali systémom; definícia používaných výrazov teda nie je explicitná, ale vyplýva implicitne zo súhrnu všetkých viet, v ktorých sa tieto princípy vyskytujú. Axiómy matematiky nie sú absolútne pravdy, ich formulovanie prebieha podľa hľadísk jednoduchosti a účelnosti. Pravdivosť matematických teórií závisí od axiém, ktoré postavíme na začiatok systému. Nový obraz sveta – štvorrozmerne (k trojrozmernému priestoru pristupuje čas ako štvrtý rozmer) zakrivené kontinuum sveta – nemá nijaký korelát vo svete našej skúsenosti, prístup k nemu je možný len cez zložitú matematickú symboliku.

V logickom pozitivizme sa na čelo vied dostali matematika a fyzika, stali sa vzorom a nástrojom filozofie, lebo matematizovateľnosť a experimentálna skúsenosť sú rozhodujúcimi kritériami vedeckosti.

OD KRÍZY MATEMATIKY K NOVEJ LOGIKE

„V posledných desaťročiach matematici vybudovali novú logiku. Donútila ich k tomu núdza, kríza základov matematiky, lebo stará logika v tejto kríze úplne zlyhala. V tejto ťažkej problémovej situácii sa zistilo nielen to, že stará logika nestačí, ale niečo oveľa horšie, to najhoršie, čo sa môže prihodiť vedeckému učeniu: že viedla k protirečeniam. To bolo asi najsilnejším podnetom k výstavbe novej logiky. Nová logika sa vyhýba protirečeniam starej; lenže okrem tejto iba negatívnej zásluhy poskytla už aj dôkaz svojej pozitívnej výkonnosti; pravda, spočiatku len na poli overenia a nového vybudovania základov matematiky“ (R. Carnap: Logická výstavba sveta).

Toto „nové vybudovanie základov matematiky“ uskutočnil Gottlob FREGE.³ Je zakladateľom „matematickej logiky“, ako aj iniciátorom modernej sémantiky (úlohou sémantiky je preskúmať podmienky pre konštruovanie ideálnych jazykov).

³ GOTTLOB FREGE (1848 - 1925)

Friedrich Ludwig Gottlob FREGE sa narodil v roku 1848 vo Wismare (Nemecko). Študoval matematiku, fyziku, chémiu a filozofiu najprv v Jene, potom v Göttingene, kde bol v roku 1873 po obhajobe matematickej dizertácie promován na doktora filozofie. O rok neskôr sa vrátil späť do Jeny. Tam pôsobil ako mimoriadny profesor a potom ako čestný profesor na Matematickom ústave univerzity. Cieľ svojej akademickej dráhy – ordinariát – však nedosiahol.

Jeho prvá publikácia, *Pojmové písmo*, v ktorej navrhol logický znakový systém, ktorý by umožňoval reprodukcii logických zákonov, nemala úspech. Keďže sa nenašiel vydavateľ, musel vydať na vlastné náklady aj prvý zväzok svojho hlavného diela *Základné zákony aritmetiky*. Tieto náklady boli v dôsledku zavedenia nového pojmového písma veľmi vysoké, a tak trvalo deväť rokov, kým vyšiel prvý zväzok, druhý zväzok potom nasledoval až o ďalších desať rokov.

FREGE počas svojho života nedosiahol uznanie a až B. RUSSELL vo svojom diele *Principia Mathematica* upozornil na význam FREGEHO diela. V roku 1902 oznámil Russell Frege mu v liste svoje uznanie a ocenenie, upozornil ho však aj na protirečenie v jeho diele (Russellova antinómia). Frege na tento list ihneď odpovedal: „Váš objav protirečenia ma nanajvýš prekvapil a povedal by som, že takmer vyviedol z rovnováhy, pretože sa tým sponchyňuje základ, na ktorom som chcel vybudovať aritmetiku... V každom prípade je Váš objav veľmi pozoruhodný a bude snáď znamenať veľký pokrok v logike, aj keď sa na prvý pohľad javí ako nežiadúci.“

Tragédiou pre FREGEHO bolo, že práve ten človek, ktorý na neho upozornil vedeckú verejnosť a prispel k jeho dlho odopieranému uznaniu, mu zároveň rozbúral celý základ, na ktorom bola vybudovaná jeho práca.

Frege uskutočnil redukciu aritmetiky na logiku. Jeho zásluhou je, že previedol pojem počtu na logické pojmy, čím možno dokázať, že vety aritmetiky sú analytické, a nie apriórne syntetické, ako to predpokladal KANT.

ČO JE POČET ?

FREGE spochybňuje naivnú koncepciu, že prirodzené čísla predstavujú nejakú konečnú danosť. Zatiaľ čo matematické operácie sa zavádzajú per definitionem a rozšírenie pojmu čísla na záporné, racionálne, iracionálne a komplexné čísla sa uskutočňuje na základe pravidiel konštruovania, prirodzené čísla sa predpokladajú už ako niečo jestvujúce. Napriek rozličným pokusom sa matematikom nepodarilo vysvetliť, čo je to vlastne číslo. Dospeli iba k opisom, ako dochádzame k predstave čísla; to však nevysvetľuje, čo je číslo. „Opis, ako vzniká nejaká predstava, nemožno pokladať za definíciu a ani údaj o duševných a telesných podmienkach toho, že si uvedomujeme nejakú vetu, nemožno pokladať za dôkaz, teda nesmieme zamieňať pravdivosť nejakej vety s tým, že ju myslíme“ (G. Frege: Základy aritmetiky).

FREGE vychádza z toho, že počet nie je niečo, čo možno pripísať jednotlivým predmetom; o 12 červených jablkách môžeme povedať, že každé jablko je červené, ale nemôžeme povedať, že každé jablko je 12. Číselné údaje sa netýkajú príznamov, ako napríklad byť červený, ale sa týkajú vlastností, sú to výpovede o pojmoch. Preto možno tým istým predmetom priradovať rozličné čísla podľa toho, pod ktorý pojem tieto predmety subsumujem. Napríklad môžem hovoriť o tucte jablák alebo o 12 jablkách, mohol by som však hovoriť aj o 7 jablkách určitej odrody a o 5 jablkách inej odrody. FREGE tu prvýkrát zreteľne rozlišuje medzi vlastnosťami a príznamami. Takto je „červený“ vlastnosťou všetkých vecí, ktoré zahrnujeme do pojmu „červený predmet“, červený je potom príznamom tohto pojmu, ale nie je jeho vlastnosťou (pojmy nie sú červené).

Vlastnosti môžu prislúchať tak predmetom, a potom sú to vlastnosti 1. stupňa, ako aj pojmom, a potom sú to vlastnosti 2. stupňa - teda vyššieho stupňa. Napríklad rozsah pojmu „veľryba“ je zahrnutý do rozsahu pojmu „cicavec“, ale sám pojem nie je cicavec. Príznamy nadradeného pojmu nepriradujeme pojmu, ale len predmetom zahrnutým pod tento pojem ako ich vlastnosti. Pojem pojmu je pojem druhého stupňa, „do ktorého“ môžeme zahrnúť len pojmy. Nikdy nemožno vypovedať vlastnosť druhého stupňa o nejakom predmete, tak ako nemožno nikdy vypovedať vlastnosť prvého stupňa o nejakom pojme.

Touto hierarchiou stupňov položil FREGE začiatok novej teórie - teórie typov.

Výpoveď „V našej slnečnej sústave existuje deväť planét“ znamená, že pojem „planéta“ je v našej slnečnej sústave realizovaný deväťkrát. Pojmy ako „jednorozec“ alebo „deliteľné prvočíslo“ síce existujú, ale pod ne nespadá nijaký predmet, majú teda vlastnosť „byť prázdne“, lebo vlastnosť existencie prislúcha len pojmom, a nie predmetom.

Pojmy majú teda tú vlastnosť, že im prislúcha číslo, ale toto číslo nie je vlastnosťou pojmov. Číslovky preto nie sú ani pojmy, ani obyčajné vlastné mená, ale niečo tretie. V snahe dospieť k odpovedi na otázku „Čo je číslo?“ používa FREGE „definíciu prostredníctvom abstrakcie“. Pritom však prechádzame od starého k novému spôsobu vyjadrovania.

Definícia pojmu čísla priradením nejakej množiny (napr. 12 mesiacov) k inej množine (napr. 12 apoštolov) už predpokladá pojem čísla. Až keď určité číslo postihneme, t.j. keď ho opätovne rozpoznáme, môžeme ho priradiť. (Takéto priradovanie sa deje v každodennom používaní jazyka, nové je len v rámci tejto rekonštrukcie.)

Niečo môžeme opätovne rozpoznať vtedy, ak máme kritérium pre totožnosť. FREGE uvádza ako príklad kritérium z geometrie, totiž totožnosť rovnobežnosti a smeru dvoch priamok, ktorú berie do úvahy pri definícii slova „smer“. To, že priamka g je rovnobežná s priamkou h : $g \parallel h$, možno vyjadriť aj takto: smer priamky g je rovnaký so smerom priam-

ky h : $\vec{g} = \vec{h}$. Smer priamky g sa preto definuje ako to, čo je totožné v tom, keď sú priamky g a h navzájom rovnobežné. To znamená, že rozsah pojmu „priamka rovnobežná s g “ je ten istý ako rozsah pojmu „priamka rovnobežná s h “, „Ľubovoľná priamka, ktorá je rovnobežná s g , patrí do rozsahu pojmu „priamka rovnobežná s g “. Pretože priamky g a h sú rovnobežné, patrí aj do rozsahu pojmu „priamka rovnobežná s h “.

Tak ako sa v geometrii zavádza slovo „smer“ bez predchádzajúceho zisťovania smeru, možno analogickým spôsobom, bez zisťovania počtu, definovať slovo „počet“ ako to, čo je to isté, ako keď sú dva pojmy navzájom rovnopočetné. Vytvárame takto vzťah medzi dvomi rovnopočetnými pojmami (napr. 4 ročné obdobia a 4 svetové strany), ktorý umožňuje jednoznačné priradenie (každému ročnému obdobiu môžem priradiť jednu svetovú stranu). Počet sa tak definuje ako rozsah pojmu. FREGE k tomu poznamenáva: „Predpokladáme tu zmysel výrazu „rozsah pojmu“ ako známy. Tento spôsob prekonávania ťažkostí však určite nebude všade vítaný potleskom“ (tamže).

Tento intuitívny predpoklad rozsahu pojmov bol neskôr aj východiskom pre kritiku FREGEHO.

Počet, ktorý priradujeme pojmu P	←→	Rozsah pojmu „rovnopočetný s pojmom P“
--	----	--

Tým je daný vzťah aritmetiky k logike, lebo rozsahy pojmov patria do oblasti logiky. „Dúfam, že sa mi v tomto spise podarilo ukázať pravdepodobnosť toho, že aritmetické zákony sú analytické sudy, a to apriórne. Podľa toho by aritmetika bola iba ďalším rozpracovaním logiky a každá aritmetická veta by bola logickým zákonom, avšak odvodeným. Aplikácie aritmetiky na vysvetľovanie prírody by potom boli logickým spracovaním pozorovateľných faktov; počítanie by bolo odvodzovaním“ (tamže).

Definíciu počtu, ku ktorej dospel FREGE, neskôr preformulovali A. N. WHITEHEAD a B. RUSSELL⁴ a prevzali do svojho základného diela *Principia Mathematica*.

FREGE takto vytvoril základy modernej teórie abstrakcie, a tým zaviedol „logické predmety“ (predmety 2. rádu). Ukázal, že jazyk umožňuje hovoriť o „abstraktných predmetoch“. Ako prvý poukázal na to, že kroky abstrakcie možno chápať čisto ako prechody v jazyku. Na tomto fakte buduje analýza jazyka, ktorá sa v 20. storočí stáva centrálnou témou analytickej filozofie (*linguistic turn*). Takým spôsobom bolo možné riešiť rozličné otázky, napríklad otázku podstaty čísla nastrojovaných už od antiky, ako „problémy jazyka“.

Uvedená abstrakcia o definícii počtu je príkladom uvedomenia si nových problémov a poukazuje na ťažkosti, ktoré s tým súvisia. Na predpokladoch, ktoré rozvinul FREGE, buduje moderná logika, ktorá funguje ako základ „počítačového jazyka“.

⁴ BERTRAND ARTHUR WILLIAM RUSSELL (1872-1970) pochádza z Walesu. Rodičia mu skoro zomreli, a tak vyrastal v prostredí s prísne puritánskou výchovou u svojho starého otca lorda Johna Russella (ministerský predseda za kráľovny Viktórie). Už ako jedenásťročný sa zaoberal geometriou, ako osemnásťročný začal študovať matematiku a filozofiu v Cambridge. Po samotárskom detstve prežil študentské roky medzi rovnako zmýšľajúcimi ľuďmi. Pôsobil v diplomatických službách v Paríži a v Berlíne a potom sa začal zaoberať intenzívnym štúdiom matematiky. Spolu s A. N. Whiteheadom napísal dielo *Principia Mathematica*. Pre svoj aktívny pacifizmus prišiel Russell v roku 1916 o miesto a bol odsúdený na 6 mesiacov väzenia. V roku 1927 založil Beacon Hill School, vychádzajúc z najnovších poznatkov modernej psychológie dieťaťa. Nebol len riaditeľom tejto školy, ale aj osobne sa staral o deti. Po rozchode so svojou druhou ženou sa opäť venoval filozofii. V roku 1950 dostal Nobelovu cenu za literatúru.

FREGE výrazne ovplyvnil najvýznamnejších filozofov z oblasti analytickej filozofie, logického pozitivizmu, ale aj iných smerov. Tak napríklad RUSSELL a WHITEHEAD v predslove svojho diela *Principia Mathematica* píše: „Vo všetkých otázkach logickej analýzy sme zaviazaní predovšetkým Fregemu“. A v predslove svojho *Logicko-filozofického traktátu* spomína na WITTGENSTEIN,⁵ že za väčšinu podnetov k svojim myšlienkam vďačí „veľkolepým dielam Fregeho a prácam svojho priateľa pána Bertranda Russella“. Tak RUSSELL, ako aj WITTGENSTEIN vo svojom ďalšom vývine však odhalili slabé miesta vo FREGEHO diele.

MNOŽINA, KTORÁ OBSAHUJE SAMU SEBA LEN VTEDY, KEĎ NEOBSAHUJE SAMU SEBA

Russellovi sa podarilo ukázať, že FREGEHO logický systém je protirečivý, pretože jeho požiadavka na výstavbu pojmov nebola dostatočne prísna. V *antinómii*,⁶ ktorú zistil Russell a ktorá bola pomenovaná po ňom, ide o množinu všetkých množín, ktoré neobsahujú samy seba - táto množina obsahuje samu seba práve vtedy, keď neobsahuje samu seba, a naopak.

Rozdeľme všetky množiny nejakých predmetov na dve triedy tak, že do prvej triedy patria práve tie množiny, ktoré obsahujú samy seba ako prvok („*nenormálne množiny*“), do druhej triedy patria množiny, ktoré neobsahujú samy seba ako prvok („*normálne množiny*“). Nech N je normálna množina. Potom musí patriť do jednej z obidvoch uvedených množín, pretože

⁵ LUDWIG WITTGENSTEIN sa narodil v roku 1889 ako najmladší z ôsmich detí vo Viedni. Jeho otec patril k zakladateľom rakúskeho oceliarskeho priemyslu. Veľkoburžoázny dom rodiny Wittgensteinovcov sa stal kultúrnym centrom (častým hosťom bol J. Brahms, Wittgensteinov brat Paul bol slávnym koncertným klavíristom).

Ludwig Wittgenstein mal až do svojich štrnástich rokov domácich učiteľov, potom študoval na gymnáziu v Linzi a neskôr na Technickej vysokej škole v Berlíne (pretože Boltzmann, u ktorého chcel študovať vo Viedni, v roku 1906 spáchal samovraždu).

Neskôr sa v Manchestri zaoberal aeronautickými experimentami a základmi matematiky. Po návšteve u Fregeho odišiel na jeho odporúčanie do Cambridge, aby na Trinity College študoval u Russella a Moora.

Počas prvej svetovej vojny, na ktorej sa zúčastnil ako dobrovoľník pri delostrelectve, napísal svoj *Tractatus logico-philosophicus*, ktorý bol však uverejnený až v roku 1921. Po *Traktáte* sa mu zdalo ďalšie zaoberanie sa filozofiou nezmyselné. Wittgenstein sa zriekol dedičstva, z ktorého predtým svoj podiel venoval jednej anonymnej kultúrnej nadácii (podporujúcej napríklad Rilkeho, Trakla, Kokoschku a Loosa). V rokoch 1920-1926 pôsobil ako vidiecky učiteľ v Trattenbachu (Dolné Rakúsko). V tom čase napísal slovník pre školy. Potom nasledovalo krátke obdobie, kedy pôsobil ako záhradník v jednom mužskom kláštore. Po čase sa vrátil do Viedne, kde sa zaoberal projektovaním rodinnej vily pre svoju sestru Margarétu Stoneboroughovú.

Koncom dvadsiatych rokov sa Wittgenstein opäť vrátil k filozofii. Udržiaval kontakty s Moritzom Schlickom a Viedenským krúžkom.

V roku 1929 promoval v Cambridge u Russella a Moora. Dizertačnou prácou a predmetom skúšky bol jeho *Tractatus*. Jeho plány presídliť do Sovietskeho zväzu, pretože mu anglický a aj akademický spôsob života pripadali neznesiteľné, stroskotali.

V roku 1939 prevzal v Cambridge katedru po Moorovi. Počas druhej svetovej vojny pracoval ako ošetrovateľ v Londýne a neskôr ako pomocník v laboratóriu. Po vojne sa vrátil do Cambridge a opäť začal prednášať. Sám sa však nepokladal za dobrého prednášateľa a o tri roky sa svojej profesúry vzdal. Utiahol sa do ústrania v Írsku, kde v úplnej odlúčenosti dokončil svoje *Filozofické skúmania*, nad ktorými začal pracovať už v roku 1937. Wittgenstein zomrel v roku 1951 v Cambridge.

⁶ ANTINÓMIA je logická výpoveď, ktorá je aj kontradiktória (vylučujúco protirečivá), aj dokázateľná. Ak máme dva výroky, z ktorých jeden tvrdí opak druhého, potom výrok získaný z obidvoch predstavuje formálne protirečenie. Sám výrok je ale dokázateľný, pretože obidva výroky, z ktorých vznikol, môžu byť dokázané.

ich zjednotenie predstavuje súhrn všetkých množín. Predpokladajme, že množina N patrí do prvej triedy, potom by obsahovala samu seba ako prvok. To by však protirečilo definícii tejto množiny, lebo N môže obsahovať len tie množiny, ktoré patria do druhej triedy. Z toho musíme odvodiť, že N nepatrí do prvej, ale do druhej triedy. Potom je N normálna množina a nemôže obsahovať samu seba. To však protirečí jej definícii, podľa ktorej musia v nej byť obsiahnuté všetky normálne množiny, teda množina N by musela obsahovať aj samu seba ako prvok. To znamená, ak predpokladáme, že množina N obsahuje samu seba ako prvok, potom nie je prvkom samej seba, lebo N je množina všetkých množín, ktoré neobsahujú samu seba ako prvok. Ak predpokladáme, že množina N neobsahuje samu seba: v tomto prípade spĺňa podmienku obsahovania samej seba práve preto, že neobsahuje samu seba, lebo neobsahovanie samej seba je podstatnou vlastnosťou všetkých tried, z ktorých sa skladá trieda N .

Paul Watzlawick uvádza k tomu nasledujúci Russellov príklad: „V jednom príbehu sa rozpráva, že v malej dedinke žije holič, ktorý holí všetkých mužov, ktorí sa neholia sami. Musíme síce konštatovať, že toto rozdelenie obyvateľov dedinky na tých, ktorí sa holia sami, a na tých, ktorí sa neholia sami, je na jednej strane vyčerpávajúce, lenže na druhej strane nás priamočiaro vedie k paradoxnosti, ak sa budeme usilovať priradiť samého holiča k jednej alebo k druhej skupine. Exaktná dedukcia síce dokáže, že nijaký takýto holič nemôže existovať; no napriek tomu sa necítíme presvedčení a pýtame sa: Prečo nie?“ (P. Watzlawick: *Ľudská komunikácia*).

Odhalenie antinómií otriaslo samozrejmosťou matematiky, veď bola odjakživa pokladaná za vedu, v ktorej sú procesy dokazovania a tvorba pojmov nenapadnuteľné.

Odvodenie paradoxného výsledku, ktorý je obsiahnutý v Russellovej antinómii, sa zakladá na striktnom odvodzovaní, v priebehu ktorého nedochádza k nijakému porušovaniu logických zákonov. Pomocou takzvanej **teórie typov** sa RUSSELL a WHITEHEAD usilujú zabrániť výskytu antinómií. Predmety a množiny sa rozdeľujú podľa určitej hierarchie. Pritom to, čo sa týka vždy celku nejakej množiny, nesmie byť časťou tejto množiny. Najspodnejší stupeň hierarchie zahrnuje predmety, druhý stupeň množinu predmetov, tretí stupeň zahrnuje potom množiny druhého stupňa atď.

Množina patrí k vyššiemu typu ako jej prvky; aby sme ju vytvorili, musíme v hierarchii logických typov pokročiť o jeden stupeň. Preto tu už nemožno vytvoriť pojem množiny, ktorá obsahuje samu seba ako prvok, lebo množina môže v princípe obsahovať iba množiny nižších stupňov ako prvky.

Takáto teória typov síce odstraňuje antinómiu, nie je však zbavená ťažkostí. Aby bolo možné vo všeobecnosti dokázať vety klasickej matematiky, bolo potrebné prijať rozličné dodatočné predpoklady. Preto rozliční matematici (ZERMELO, QUINE, BERNAYS) okrem tejto teórie typov rozvinuli aj axiomatický smer v teórii množín. Spoločným cieľom všetkých teórií je zbavenie sa antinómií.

Okrem logických, resp. matematických antinómií dochádza však v jazyku aj k paradoxným definíciám, k **sémantickým antinómiám**. Už FREGE ukázal, že treba rozlišovať medzi vlastnosťami vecí a vlastnosťami pojmov, a priradil ich k rozličným úrovňam. Táto stupňovitá hierarchia je základnou myšlienkou všetkých moderných teórií typov. Pojem nižšej úrovne ako prvok nejakej triedy nie je totožný s „pojomom“ najbližšej vyššej úrovne, t.j. samotnej triedy. Zmiešavanie úrovní vedie k protirečeniam v jazyku.

„Tieto ťažkosti podľa môjho názoru naznačujú možnosť, že každý jazyk, ako hovorí pán Wittgenstein, má štruktúru, o ktorej v samom jazyku nemožno nič vypovedať, ale zrejme jestvuje iný jazyk, ktorý sa zaoberá štruktúrou prvého jazyka a sám má novú štruktúru, a že táto hierarchia jazykov je možno neohraničená“ (B. Russell v úvode k Wittgensteinovmu *Logicko-filozofickému traktátu*).

Na základe tohto konštatovania rozvinuli CARNAP a TARSKI⁷ teóriu úrovni analýzy jazyka. Rozlišuje sa medzi objektovým jazykom a metajazykom. V objektovom jazyku sa formulujú výpovede o objektoch, patrí mu rád 1 v rámci sémantických úrovní, kým objekty, na ktoré sa vzťahuje, patria k rádu 0. Výpoveď o objektovom jazyku patrí k metajazyku, a je takto 2. rádu. V metajazyku sa napríklad formulujú pravidlá, ktoré majú platiť pre objektový jazyk. Formalizácia metajazyka vedie potom k **metametajazyku** atď. Obyčajne sa ako metajazyk používa hovorový prirodzený jazyk. Napríklad „Pes má 4 nohy“ je veta objektového jazyka (1. rádu), kým veta „Slovo *pes* (v nemčine *hund* – pozn. prekl.) má 4 písmená“, patrí do metajazyka (2. rádu).

V logike sa však musí dodržiavať prísne rozlišovanie medzi jednotlivými úrovňami jazyka, aby sme sa vyhli sémantickým antinómiám, ako to ukazuje príklad „Luhára“: Ak Kréťan povie: „Všetci Kréťania sú luhári“, potom to vedie k antinómii, ktorá bola známa už v antike. Nová verzia takejto antinómie znie: Na tabuli je napísaná jediná veta: „Všetky vety napísané na tejto tabuli sú nepravdivé“. Ak je táto veta nepravdivá, potom musí byť pravdivá, pretože potvrdzuje svoju vlastnú nepravdivosť; ak je však pravdivá, potom musí byť nepravdivá, pretože tvrdí, že je nepravdivá.

Konštatovania ako „pravdivý“ alebo „nepravdivý“, ako aj výrazy, ktoré sa vzťahujú na význam jazykových znakov, patria do metajazyka. Preto veta nemôže potvrdzovať svoju vlastnú pravdivosť alebo nepravdivosť.

KAŽDÝ FORMÁLNY SYSTÉM JE NEÚPLNÝ

Matematik Kurt GÖDEL⁸, člen Viedenského krúžku, odhaľuje podobné problémy vo svojej slávnej **druhej teoréme o neúplnosti**, z ktorej predovšetkým vyplýva tvrdenie, že neprotirečivosť klasickej teórie čísel nie je dokázateľná prostriedkami tejto teórie. (Aj keď táto teoréma spôsobila pád HILBERTOVHO programu, štúdium logickej štruktúry axiomatických systémov patrí aj naďalej k prednostným oblastiam skúmania základov vedy.) Gödelova **prvá teoréma o neúplnosti** (vyšla v roku 1931 v práci *O formálne nerozhodnuteľných tvrdeniach Principia Mathematica a príbuzných systémov*) znie v zjednodušenej forme takto:

„Všetky neprotirečivé axiomatické formulácie teórie čísel obsahujú nerozhodnuteľné tvrdenia“ (t.j. nedokázateľné i nevvrátiteľné – pozn. prekl.).

„Dôkaz Gödelovej teorémy o neúplnosti sa zakladá na tom, že matematickú vetu, ktorá sa vzťahuje na seba samu, zapíšeme tak ako Epimenidov paradox⁹, ktorý je jazykovou výpoveďou vzťahujúcou sa na seba samu. Lenže kým v jazyku je veľmi jednoduché hovoriť o jazyku, nie je vôbec také ľahké postihnúť, ako môže nejaká výpoveď o číslach hovoriť o sebe samej. Nápad spojiť ideu výpovede, ktorá sa vzťahuje na seba samu, s teóriou čísel si vyžadoval skutočnú genialitu. Keď Gödela napadlo, že sa takáto výpoveď dá sformulovať, prekonal najväčšiu prekážku. Túto výpoveď potom sformuloval tým, že rozpracoval túto jednu krásnu iskru intuície. Matematické tvrdenia – sústreďme sa na teóriu čísel – sa týkajú vlastností celých čísel. Celé čísla nie sú výpovede a ani ich vlastnosti nie sú výpovede. Tvrdenie

⁷ ALFRED TARSKI (nar. 1902) bol najprv profesorom vo Varšave, od roku 1942 v Berkeley. Svojím priekopníckym dielom *Pojem pravdy vo formalizovaných jazykoch* sa stal zakladateľom formálnej sémantiky.

⁸ KURT GÖDEL (1906 Brno - 1978 Princeton), rakúsky logik a matematik. V období nacistu emigroval do USA. Od roku 1953 bol profesorom na Institute for Advanced Study v Princetone.

⁹ Paradox „Luhára“

teórie čísel nevypovedá nič o tvrdení teórie čísel; je iba výpoveďou teórie čísel. V tom je problém; lenže Gödel postrehol, že tu ostalo skrytého oveľa viac, než sa dalo predpokladať na prvý pohľad.

Gödel dospel k poznatku, že tvrdenie teórie čísel môže vypovedať niečo o tvrdení teórie čísel (možno o sebe samom), ak by sme nejakým spôsobom dosiahli, aby čísla reprezentovali výpovede. Inými slovami: jadrom jeho konštrukcie je predstava o kóde. V **Gödelovom kóde**, ktorý sa obyčajne označuje ako „**Gödelova numerácia**“ alebo „**gödelizácia**“, stoja čísla namiesto symbolov a postupností symbolov. Takým spôsobom nadobúda každá výpoveď teórie čísel – dôsledok špecializovaných symbolov – určité Gödelovo číslo (podobne ako telefónne číslo alebo číslo auta), ktorým ju možno označiť. Až tento umelý zásah kódovaním umožňuje, že tvrdenia teórie čísel možno chápať na dvoch rozdielnych úrovniach: ako tvrdenia teórie čísel a ako výpovede o tvrdeniach teórie čísel.

Keď Gödel vynašiel túto schému kódovania, musel vypracovať procedúru, aby dostal Epimenidov paradox do systému teórie čísel. To, čo nakoniec od Epimenida prebral, však neznelo: „Toto tvrdenie teórie čísel je nepravdivé“, ale „Pre toto tvrdenie teórie čísel nejstuuje dôkaz“. Môže to spôsobiť veľký zmätok, pretože vo všeobecnosti máme o pojme „dôkaz“ len vágne predstavy. Gödelovo dielo vlastne tvorí len časť dlhotrvajúcich úsilí matematikov objasniť si, čo sú to vlastne dôkazy. Dôležité je však konštatovať, že dôkazy operujú v rámci striktné určených systémov výpovedí. V Gödelovom prípade je týmto systémom aritmetických výpovedí, na ktorý sa vzťahuje slovo „dôkaz“, systém *Principia Mathematica* (P.M.), gigantické dielo, ktoré napísali Bertrand Russell a Alfred North Whitehead a ktoré vyšlo v rokoch 1910-1913. Preto by mala Gödelova veta G vyjadrená v prirodzenom jazyku znieť: Pre toto tvrdenie teórie čísel nejstuuje v systéme *Principia Mathematica* nijaký dôkaz.

Mimochodom, táto Gödelova veta G nie je vetou Gödela, tak ako Epimenidova veta nie je konštatovanie: „Tvrdenie Epimenida je paradox.“ Môžeme len povedať, čo objav G spôsobuje. Kým tvrdenie Epimenida vedie k paradoxu, pretože nie je ani nepravdivé, ani pravdivé, Gödelova veta G (v systéme P.M.) je nedokázateľná, ale pravdivá. Aký je teda onen grandiózny záver? Taký, že systém *Principia Mathematica* je „neúplný“ – jestvujú pravdivé tvrdenia teórie čísel, na dokázanie ktorých sú jeho metódy príliš slabé.

Ak aj *Principia Mathematica* boli prvou obeťou tohto úderu, určite neboli poslednou! Výraz „a príbuzných systémov“ v názve Gödelovej state je veľavýznamný; keby totiž bola Gödelova veta poukázala len na nedostatok v diele Russella a Whiteheada, potom by bola zrejme podnietila iných, aby toto dielo opravili a preľstli tak Gödelovu vetu. To však nebolo možné. Gödelov dôkaz platil pre každý axiomatický systém, ktorý si nárokoval na dosiahnutie cieľov, ktoré si vytýčili Russell a Whitehead. A jediná zásadná metóda by fungovala pre každý jednotlivý systém. Skrátka, Gödel ukázal, že dokázateľnosť je slabší pojem ako pravdivosť, nezávisle od toho, o aký axiomatický systém ide.

„Preto Gödelova veta elektrizovala logikov, matematikov i filozofov, ktorí sa zaoberali základmi matematiky, lebo ukázala, že nijaký konzistentný systém, nech je akokoľvek zložitý, nemôže reprezentovať komplexnosť celých čísel: 0, 1, 2, 3, ...“ (Douglas R. Hofstadter: Gödel, Escher, Bach).

GÖDEL ukázal, že pravda je silnejšia ako dokázateľnosť, t.j. že **nie všetko, čo je pravdivé, možno aj dokázať**. Svojím dôkazom, že každý formálny systém je neúplný, GÖDEL ukázal, že ciele RUSSELLA a WHITEHEADA – vytvoriť na základe metódy použitej v *Principia Mathematica* neprotirečivý a úplný systém – sú iluzórne. Matematika musí nevyhnutne ostať neúplná. „Ludské myslenie nie je schopné sformulovať (alebo zmechanizovať) všetky matematické intuície. To znamená, že ak sa mu podarilo sformulovať niektoré z nich, potom už sám tento fakt vedie k novému intuitívnemu vedeniu“ (H. Wang in: J. Weizenbaum: Moc počítačov a bezmocnosť rozumu).

GÖDELOVA teoréma má svoj korelát v **počítačovej teórii**, ktorú vytvoril Alan TURING. Rozvinul model stroja (**Turingov stroj**), ktorý dokáže simulovať každý počítač. Nemô-

že však simulovať sám seba. Existenciu takéhoto univerzálneho stroja dokázal tak, že ukázal cestu jeho konštrukcie. Jeho práca bola uverejnená v roku 1936, teda presne desať rokov pred skonštruovaním moderného počítača. Nemožno vytvoriť počítačový program, ktorý skúma programy z hľadiska ich správnosti; nijaký počítač nemôže načítať svoj vlastný kód.

Otras, ktorý spôsobil GÖDEL v matematike svojou teorémou o neúplnosti, sa dá porovnať s otrasom, ktorý spôsobil HEISENBERG formuláciou *vzťahu neurčitosti*. Sebavedomie rozmáhajúcich sa prírodných vied, posilnené poznatkami GALILEIHO a NEWTONA, priviedlo k viere, že pri dostatočnej znalosti počiatkových podmienok (miesto a rýchlosť každej častice v univerze) možno úplne predpovedať priebeh procesov v univerze. HEISENBERG ukázal, že to nie je možné, a to nie z technických dôvodov (t.j. ani pri vylepšenom stave techniky v budúcnosti by to nebolo možné), ale z principiálnych dôvodov. Lebo čím presnejšie možno určiť jednu veličinu (napr. miesto, kde sa nachádza častica), tým nepresnejšie je určenie druhej veličiny, v tomto prípade impulzu (impulz = $\text{masa} \times \text{rýchlosť}$); veľmi presné určenie času zasa neumožňuje presne určiť energiu. Kým sme nedisponovali veľmi presnými metódami merania, nedali sa tieto relácie zistiť. Lenže keď sme prenikli do oblasti veľmi malých veličín (jadrová fyzika, fyzika elementárnych častíc), ukázalo sa, že práve tie prístroje, ktoré potrebujeme na meranie určitých javov, spätne ovplyvňujú tieto javy, takže exaktné meranie nie je v zásade možné.

„Z predpokladaných implikácií Heisenbergových a Gödelových výsledkov sa už až príliš veľa vyťažilo pre umelú inteligenciu. K tejto diskusii by som už nechcel nič dodať. Ale v určitom zmysle by umelá inteligencia a psychológia mohli nasledovať príklad modernej matematiky a fyziky a ich nanovo získanej skromnosti: mali by si uvedomiť, že „obmedzenia a hranice logiky síce nemajú nijakú moc nad vecami tohto sveta, ale obmedzujú a ohraničujú to, čo má platiť ako reprezentatívny opis a interpretácia vecí“ (K. Gödel). Keby si to museli priznať, potom by mohli urobiť aj nasledujúci oslobodzujúci krok a spoznať, že pravda a formálna dokázateľnosť nie je to isté“ (J. Weizenbaum: Moc počítačov a bezmocnosť rozumu).

Z nemeckého originálu preložil Ladislav Kiczko

NAŠI AUTORI

VLADIMÍR LEŠKO, Katedra filozofie FF U P. J. Šafárika v Košiciach, 17. novembra č. 1, 080 78 Prešov, SR; VLADIMÍR SKALSKÝ Jr., Palkovičova 15, 821 08 Bratislava, SR; EVA SMOLKOVÁ, Filozofický ústav SAV, Hviezdoslavovo nám. 10, 813 64 Bratislava, SR; ONDREJ MÉSZÁROS, Filozofický ústav SAV, Hviezdoslavovo nám. 10, 813 64 Bratislava, SR; PETR JEMELKA, ÚER ČAV, Mendlovo nám. 19, 603 00 Brno, ČR; EGON BONDY, Krátka č. 4, 588 56 Telč, ČR; MARINA ČARNOGURSKÁ, Kabinet orientalistiky SAV, Klemensova 19, 813 64 Bratislava, SR; GEORGE F. McLEAN, Catholic University of America, Washington; MARIA FÜRST, Wien, Österreich; RAISA KOPSOVÁ, Filozofický ústav SAV, Hviezdoslavovo nám. 10, 813 64 Bratislava, SR; JOZEF SIVÁK, Filozofický ústav SAV, Hviezdoslavovo nám. 10, 813 64 Bratislava, SR; FRANTIŠEK NOVOSÁD, Filozofický ústav SAV, Hviezdoslavovo nám. 10, 813 64 Bratislava, SR; JÁN LETZ, Katedra humanistiky PF UK, Mlynská dolina, 842 15 Bratislava, SR; JIŘÍ KÁNSKÝ, Katedra filozofie a dejín filozofie FF UK, Šafárikovo nám. č. 6, 818 06 Bratislava, SR.