

VÝVIN POJMOV – PREČO ÁNO!

LADISLAV KVASZ, Katedra humanistiky MFF UK, Bratislava

KVASZ, L.: The Evolution of Concepts – What for!
FILOZOFIA, 48, No 2, p. 75

In the article the author analyzes the development of the logical structure of the language. By comparison with natural languages he tries to show that the logical structure is not a primordial constitutive part of the language. The language has gained its logical structure during its historical development from its contacts with ideal objects (such as numbers, points, solid bodies) created by natural sciences. There are three kinds of such ideal objects which constituted three layers of concepts in our language.

The main aim of the article is to discriminate clearly these three layers and to analyze their logical structure. For this purposes a special logical formalism is suggested, which makes it possible to deal with the evolution of some concepts avoiding at the same time logical contradictions.

A. Otázka legitimacy vývinu pojmov

Táto štúdia nadväzuje na sériu polemických statí [1] – [5]. Jej cieľom je navrhnúť koncepciu, ktorá by umožnila vytvoriť vývinovú teóriu pojmov v logickom zmysle. Moja základná pozícia je, že problematika pojmov je taká zložitá, že nie je možné vytvoriť jednu univerzálnu teóriu. Preto sa mi zdá rozumnejšie pokúsiť sa o demarkáciu rôznych prístupov k otázke, čo to pojem je, a o vymedzenie priestoru, v ktorom bude možné vývinovú teóriu vybudovať.

Domnievam sa, že oblasťou, ktorá priam volá po vývinovej teórii pojmov, je didaktika matematiky. Pojem čísla v hlavie dieťaťa sa mení (svedčia o tom písomky), a preto by bolo užitočné mať akýsi teoretický rámec, v ktorom o tomto vývoji možno diskutovať. Rámec, ktorý by učiteľom dával odpovede na rôzne otázky ohľadom jednotlivých vývojových štádií, ich povahy, alternatív, logickej stavby a prípadne aj deformácií a miskoncepcií.

Možno moje odvolávanie sa na potreby učiteľov znie na stránkach filozofického časopisu čudne. Domnievam sa však, že to je skôr dôsledok ideológie moderny než veci samotnej. Totiž to, že analýza vedeckých teórií a jazyka vedy sa pociťuje ako výsostne filozofická téma, kým analýza detských "teórií" a jazyka detí je vhodná tak akurát pre psychológov a vo filozofii nemá čo hľadať, je podľa mňa predsudok. Na jeho prekonaní má veľké zásluhy J. Piaget, ktorý snáď ako prvý preniesol detské myslenie do centra epistemologického bádania. Keď sa odpútame od podobných predsudkov, tak detské myslenie je rovnoprávnym východiskom na konštituovanie samostatnej logickej disciplíny, tak, ako bola matematika (presnejšie, skúsenosť s ideálnymi matematickými objektami ako číslo, bod, ...) východiskom pre rozvoj klasickej logiky.

Na ilustráciu toho, čo rozumiem pod vývinom pojmu "v hlavie dieťaťa", možno uviesť pojem derivácie. Vychádzam pritom z práce P. Beru [6]. Historicky sa pojem derivácie prvýkrát objavuje okolo r. 1630 v prácach Fermata a Galileiho. Rôzne pokusy o jeho definíciu sa ťahnu celým 17. a 18. storočím, avšak žiadnej z nich sa nepodarilo zachytiť tento

pojem tak jasne a konzistentne, aby mohla byť všeobecne prijatá. Prvá logicky konzistentná definícia pojmu derivácie pochádza od A. Cauchyho a je z roku 1821.

To znamená, že pojem derivácie "úspešne fungoval" dvesto rokov bez toho, že by bol logicky vyjasnený. Pritom napríklad Lagrangeove výsledky vo variačnom počte alebo teórii diferenciálnych rovníc svedčia o hlbokom preniknutí do vnútornej štruktúry pojmu derivácie. Až toto hlboké preniknutie umožnilo odkryť tú rovinu, na ktorej bolo možné pojem derivácie prvýkrát logicky konzistentne definovať (mám tu na mysli teóriu limitného prechodu).

Táto skutočnosť má dôležité dôsledky pre vyučovanie matematiky. Výuku derivácie nemožno začať Cauchyho ε - δ definíciou, lebo tá predpokladá hlboké porozumenie limitnému prechodu a toto porozumenie je založené okrem iného práve na zvládnutí pojmu derivácie. Vo vyučovaní treba začať bez toho, že by sme vedeli presne povedať, čo to vlastne tá derivácia je. Niekoľkokrát treba prejsť kruh: modelovanie konkrétnej situácie, formálne počítanie, upresňovanie porozumenia; až sa dospeje na úroveň, kedy sú žiaci zrelí tento pojem prijať [7].

To ale znamená, že učiteľ je nútený pracovať s pojmom derivácie bez toho, že by ho mohol explikovať. On explikáciu pozná, ale žiaci nie sú a dlho nebudú schopní túto explikáciu pochopiť. A nie je to vec didaktickej neschopnosti učiteľa alebo psychologických zábran žiakov. Neschopnosť prijať explikáciu pojmu derivácie má epistemologický, a nie psychologický charakter (v literatúre sa hovorí o epistemologickej prekážke [8]). Prv, než sa pojem derivácie "v hlave dieťaťa" stane definovateľným a na jeho analýzu sa bude dať použiť aparát klasickej logiky, musí prejsť dlhým vývinom.

Častou námietskou proti takémuto stavaniu problému je, že u detí nejde o vývin pojmov, ale skôr o proces ich osvojovania, čo nie je otázkou logiky, ale psychológie.

Domnievam sa, že tomu tak nie je. Rovnako, ako kognitívna psychológia nevyčerpáva možnosti skúmania procesov myslenia a neberie legitimitu logike, ani vývinová psychológia nie je v stave vyčerpávajúco popisovať vývin myslenia. Otázka, ako motivovať rozvoj detského myslenia, ako aj emotívne, komunikačné, sociálne a nevedomé aspekty tohto rozvoja plne spadajú do kompetencie psychológov. Popri tom však existujú aj otázky logického charakteru: čo je to pojem v kontexte detského myslenia, čím je konštituovaný, aká je jeho štruktúra, aké požiadavky máme klásť na kritériá, pomocou ktorých možno vyčleniť vývinové štádiá pojmu, ako popísať pravidlá usudzovania v tom ktorom vývinovom štádiu, ako sa tieto pravidlá menia pri prechode z jedného štádia do druhého, ... Domnievam sa, že tieto a podobné otázky úplne legitímne zakladajú problémové pole pre samostatné logické skúmania.

Jedna z ciest, ktorá sa pre tieto skúmania prirodzene ponúka, je činnostné poňatie pojmu. Ja sa touto cestou nevyberiem, lebo podľa mňa kategória činnosti nie je ešte zvládnutá na rovine idealít, ale len na rovine pojmovej. (Povedané v duchu citátu z odseku C. tohto článku, keď sa pozeráme na činnosť, náš pohľad nie je schopný preniknúť za hranice reálneho sveta, lebo svet idealít spojený s činnosťou sa ešte neotvoril.) Na pojmovej báze však nie je možné vytvoriť logiku. Logika je vždy konštituovaná idealitami, jedine tie môžu byť zdrojom presnosti a ostrosti. Na to, aby bolo možné vytvoriť teóriu pojmov v logickom zmysle na báze činnostného poňatia pojmov, treba počkať na taký posun v kategórii činnosti, aký sa v kategórii pohybu udial medzi Aristotelom a Newtonom. Myslím si, že naše porozumenie činnosti zodpovedá aristotelovskému porozumeniu pohybu.

Je však možná aj iná cesta. Poňatie logiky, stojace v pozadí medzi logikmi takého obľúbeného spojenia "v logickom zmysle", aspoň ako mu ja rozumiem, je nesené duchom matematiky. Jeho ostrosť a presnosť je ostrosťou a presnosťou matematiky, ostrosťou a presnosťou definícií, explikácií a dedukcie. V 17. storočí v súvislosti so vznikom fyziky došlo ku zrodu nového ideálu ostrosti a presnosti, otvoril sa nový svet idealít. Preto našou prvou úlohou je odlíšiť logiku od logiky konštituovanej na báze matematiky, odlíšiť ostrosť a presnosť vo všeobecnosti od špeciálneho typu ostrosti a presnosti konštituovanej na báze mate-

matických idealít. Vodítkom pri tom bude odlišnosť ontológie sveta matematiky od ontológie sveta fyziky.

B. Predbežné úvahy o ontológii pojmov

Pod ontológiou pojmov rozumiem súhrn predpokladov o povahe ich bytia (t.j. odpovede na otázky typu Čo je to pojem?, Existuje iba vo vedomí, alebo aj mimo neho?, O aký druh existencie tu ide?), ktoré pri uvažovaní o pojmoch používame zväčša bez toho, aby sme ich tematizovali alebo si ich vôbec uvedomili.

Bohužiaľ, pojmy nie sú prístupné bezprostrednej skúsenosti, nie sú nám dané ako nejaké "to", čo by sme mohli jasne a zreteľne evidovať. Nerozumiem, čo znamená "myslieť pojem P". Domnievam sa, že myslíme skôr "cez pojmy" než pojmy, t.j. že pojmy stoja pri myslení akosi "bokom" a myslenie smeruje inam než k pojmom – buď k perцепциám, alebo k predstavám (t.j. k niečomu, čo sa stavia pred). Pozornosť však nikdy nemožno jasne zamerať na samotný pojem.

Absencia bezprostrednej skúsenosti s pojmami má za následok, že naše porozumenie povahe bytia pojmov je iba odvodené. Pri výklade bytia pojmov sme preto odkázaní nechať sa viesť niečím iným než bezprostrednou skúsenosťou so svetom pojmov.

Mohlo by sa zdať, že za to iné možno zvoliť prirodzený jazyk, t.j. že bytie pojmov v logike je analogické bytiu slov v prirodzenom jazyku. Ale čo je to prirodzený jazyk? Jazyk, ktorý používame pri každodennej komunikácii? Každý z nás prešiel aspoň dvanásťročným tréningom v škole a je otázne, či naše myslenie a jazyk možno nazvať prirodzeným. Myslím si, že nie. Nemám tu na mysli ani tak deformácie typu orwellovského Newspeak, spôsobené ideologickou indoktrináciou, ako skôr zmeny spôsobené učením sa takých predmetov ako matematika či fyzika. Fyzika nevypovedá o pohybe tak, ako sa s ním stretávame v každodennej skúsenosti, ale vnucuje nám galileovský pohľad na pohyb ako zotrvačný proces. Nachtigallove experimenty [9] ukazujú, že aj napriek vysokoškolskému vzdelaniu vo fyzike v študentoch pretrvávajú rudimenty aristotelovského názoru, podľa ktorého je pohyb dôsledkom vychýlenia telesa z jeho prirodzeného miesta alebo dôsledkom pôsobenia agensa. Preto vyvstáva otázka, či pojem pohybu v prirodzenom jazyku označuje pohyb zotrvačný, alebo "nezotrvačný".

Ak sa rozhodneme pre zotrvačný pohyb, t.j. ak za prirodzený jazyk prijmeme jazyk expertov, tak by sme po každej významnejšej vedeckej revolúcii (ako teória relativity či atómová teória) museli pojmy tohoto jazyka meniť. Nevie, nakoľko sú takéto zmeny prirodzené. Podobne sa vynára otázka, či neohraničenosť číselného radu je prirodzená skúsenosť.

Myslím si, že je rozumnejšie postaviť sa na opačné stanovisko, t.j. eliminovať z prirodzeného jazyka "galileovskú vrstvu" a všetky vrstvy zviazané so špeciálnym vzdelaním. Za prirodzený jazyk preto považujem jazyk zakotvený v prirodzenom svete, jazyk ktorý je ešte v "zhode so skúsenosťou", jazyk ktorý hovorí o svete tak, ako sa nám tento javí, a nie "aký skutočne je".

Takto chápaný prirodzený jazyk nepodlieha schémam logiky (logiku chápem v zmysle logickej nevyhnutnosti, t.j. za logické schémy považujem len schémy používané ako analytické a nevyhnutné), ale riadi sa skôr kontextovo závislými sémantickými poukazmi. Prekrásnou ilustráciou toho sú výskumy A. Lurju ([10], s. 122).

37 ročnému negramotnému Kašgarovi zadali syllogizmus: *"Na dalekém severu, kde je snáh, jsou všichni medvědi bílí. Nová Země je na dalekém severu a je tam vždy snáh. Jakou barvu tam mají medvědi?"*

Kašgar odpovedá:

"Ja nevím, viděl jsem jen černého medvěda, jiné jsem neviděl. Každá krajina má stejná zvířata. Jestliže je to bílá krajina, má bílá zvířata, jestliže je žlutá, má žlutá zvířata."

"No, a jať jsou medvědi na Nové Zemi"?

"Vždycky říkáme jenom to, co vidíme. To, co jsme neviděli, neříkáme".

"Ale co vyplývá z mých slov"?

"To je tak: náš car se nepodobá vašemu carovi a váš car se nepodobá našemu. Na vaše slova může odpovědět jenom ten, kdo viděl, a kdo to neviděl, ten nemůže na základě vašich slov nic říci".

Na tomto a mnohých podobných příkladech jasne vidno neochotu íst' za skúsenostný horizont. Ďalšou príznačnou črtou myslenia týchto ľudí je neochota definovať – ako napríklad 44 ročný negramotný kirgizský pastier (s. 140):

"Řeknete, co je to automobil?"

"Když sviští a burácí na silnici, jezdí sem a tam a uvnitř hoř oheň."

"Ale pochopí vás člověk, když neví co je automobil a neviděl ho?"

"Když k němu sám přijde, uvidí to. Kdybys neviděl tyto hory, začal bych vyprávět, že jsou to vysoké hory, leží tam sníh – vždyť ty bys nikdy nepochopil. Jestliže on to neviděl, nepochopí, a na tom zůstane!"

Už aj z týchto dvoch ukážok vidno silnú väzbu myslenia týchto ľudí na skúsenostný horizont. O tom, s čím nemajú bezprostrednú skúsenosť, nemožno vypovedať, to, čo nevideli, im nemožno priblížiť žiadnym opisom. Preto si myslím, že myslenie týchto ľudí sa neriadi formálnou logikou.

Tým, samozrejme, netvrdím, že ich myslenie je alogické. Vo sfére svojho skúsenostného sveta – pri rôznych majetkových a iných sporoch – určite veselo argumentujú a v mnohých takýchto argumentačných postupoch pri troche dobrej vôle možno rozpoznať isté pravidlá formálnej logiky.

Napriek tomu sa domnievam, že názor, podľa ktorého jazyk týchto kmeňov používa logické pravidlá (aj keď nie celkom dôsledne, ale predsa), je mylný. Tie pravidlá v ňom vidíme iba my. Podobne, ako myslenie malého dieťaťa nie je zjednodušenou a nedokonalou verziou myslenia dospelého, ani tieto jazyky nie sú primitívne, nedokonalé verzie nášho jazyka a myslenia týchto pastierov nie je primitívnu a nedokonalou verziou nášho myslenia. Ide o plne rozvinuté a dokonalé, avšak svojské druhy jazyka a myslenia; druhy, ktoré sú na rozdiel od nášho ontologicky zakotvené v prirodzenom svete. Namiesto univerzálnych logických pravidiel používajú kontextovo viazané sémantické poukazy, namiesto definícií si za základ berú skúsenosť a namiesto autority rozumu sa opierajú o rozum autorít.

To znamená, že logika nie je odvekou súčasťou jazyka, nie je jeho konštitutívnou zložkou. Do jazyka vznikla zvonku. V dejinách došlo k trom "vpádom" logiky do jazyka. Tieto vpády viedli ku vzniku troch viac-menej oddelených vrstiev jazykového nánosu, ktoré prekryli prirodzený jazyk.

Prvým vpádom bol vpád aritmetiky (staroveký Egypt, Mezopotámia,...), druhým bol vpád matematiky (staroveké Grécko) a tretím bol vpád fyziky (17. stor.). Každá z týchto troch disciplín má svoj vlastný umelý jazyk, jazyk s vlastnou ontológiou a logikou. Ich "vpád" do prirodzeného jazyka spočíva v postupnom vytlačaní "prirodzených" pojmov, v ich nahrádzaní pojmami "umelými" a v pomalom privýkaní k nim, až sa nám stanú "prirodzenými". Týmto sa do jazyka na jednej strane dostáva logika, ale na druhej strane sa narúša jeho ontologická homogenosť.

Například po vpáde matematiky sa vedľa prirodzeného pojmu "priamy" objavil geometrický pojem, vyjadrujúci dokonalú absolútnu priamosť. Po určitom prechodnom období zvíťazil geometrický pojem a prirodzený jazyk prepustil určitý svoj región (menovite región tematizácie tvaru) jazyku matematiky. Nakoniec sme si na tento pojem zvykli. Preto pre nás priamosť nie je taká, ako ju vidíme denne okolo seba, ale taká, ako ju nikto nikdy nevidel – absolútna, dokonalá, čistá a ostrá. Ak niekto použije pojem priamy v jeho prirodzenom, ne-

ostrom a nedokonalom zmysle, cítime to ako nedôslednosť, ako prehrešok voči jasnosti a ostrosti myslenia.

Vpád geometrie do prirodzeného jazyka mal za následok aj vytesňovanie prirodzených tvarov a foriem, ktoré sa geometrizácii priecili. B. Mandelbrot, autor fraktálnej geometrie, o tom hovorí: "Prečo je geometria často nazývaná chladnou a suchou? Jeden z dôvodov spočíva v jej neschopnosti popísať tvar oblaku, vrchu, pobrežia alebo stromu. Oblak nie je guľa, vrch nie je kužeľ, pobrežie nie je krivka, kôra stromu nie je plocha. Existencia takýchto tvarov nás vyzýva študovať formy, ktoré Euklides ponechal bokom ako beztvaré. Matematici pohrdli touto výzvou a zvolili útek od prírody rozpracovávaním teórií, ktoré sa nevzťahujú k ničomu, čo nachádzame v prírode" [11].

Čosi podobného sa stalo aj pri prvom a treťom vpáde, a tak súčasné jazyky sú ontologicky nehomogénne zmesi, v ktorých "plávajú" vedľa seba pojmy ako *päť*, *minus*, *menej* (pojmy vyčistené prvým vpádom), *páry*, *trojuholník*, *zhodnosť* (pojmy vyčistené druhým vpádom), *čas*, *zrýchlenie*, *sila* (pojmy vyčistené tretím vpádom), *vývoj*, *organizácia*, *život* (pojmy prirodzeného jazyka, na ktoré si "brúsi zuby" súčasná veda), *existencia*, *smrť*, *Boh* (pojmy, ktoré zotrávajú v pôvodnej vrstve prirodzeného jazyka).

V jazyku sa mi teda podarilo odlíšiť vedľa vrstvy prirodzeného jazyka ešte tri špecifické vrstvy. Prv, než sa pokúsim vyjasniť, či sú zlučiteľné s predpokladom, že ich pojmy sa vyvíjajú, urobím malé odbočenie do dejín vedy, aby som objasnil zdroje a povahu spomínaných troch vpádov.

C. Odbočenie do dejín vedy

P. Vopěnka v knihe *Rozprawy s geometrií* píše:

"Geometr má pred sebou list papíru pokreslený čarami rozmanitých tvarů, rovnými i křivými, vzájemně propletenými a protínajícími se v různých bodech. Jeho zrak spočinul na obrázku, jeho pohled však pronikl skrze obrázek, ven z reálného světa do světa geometrického. Tak například za rovnou čarou uviděl geometrickou úsečku, uviděl ji v její úplné čistotě a spolu s ní uviděl dokonalou přímou. Od okamžiku tohoto prohlédnutí je pro něj navždy úsečka úsečkou geometrickou, a ne čarou naryšovanou podle pravítka. Byly doby, kdy jsme geometrický svět neznali. Děti, které se dosud neučili geometrii, ho neznají. Učitel jim tento svět otevře" ([11], 16).

Keď sa z tejto perspektívy pozrieme na fyziku, vidno, že v hre je čosi podobné. Rovnako, ako geometer vidí za čiarami dokonalé geometrické útvary, vidí fyzik za padajúcim kameňom fyzikálne teleso. Preto sa zdá byť celkom legitímne zaviesť vedľa geometrického sveta, o ktorom hovorí Vopěnka, analogickým spôsobom svet fyzikálny. To základné, v čom sa fyzikálny svet líši od geometrického, je prítomnosť pohybu a s ním spojených javov ako zotrvačnosť, hybnosť, sila...

Pritom sa netreba nechať mýliť Galileiho ideológiou, ktorá prehlasuje fyzikálny svet za svet skutočný. Náš svet nie je totožný s fyzikálnym svetom, rovnako ako nie je totožný so svetom geometrickým.

Vedľa fyzikálneho a geometrického sveta považujem za účelné zaviesť ešte tretí svet, a to svet čísel. Je to svet, ktorý sa otvoril starým Egyptanom zhruba 2000 rokov pred n.l., a v našej civilizácii je zvykom otvárať ho deťom okolo šiesteho roku života. Je to svet počítania a početných úkonov.

V dejinách sa teda postupne otvorili tri svety idealít. Základná črta, ktorou sa tieto svety navzájom líšia, spočíva v čase. Vo svete čísel (ide o svet počítania, nie o teóriu čísel), je čas prítomný ako rytmus. Geometrický svet je bez vlastného času (čas je v ňom prítomný len do tej miery, aby pripúšťal naše konštrukcie, t.j. je to vratný čas našich manipulácií). Vo fyzikálnom svete je čas prítomný ako ako parameter v pohybovej rovnici.

Pred otvorením sa príslušného sveta idealít sa porozumenie pre ten-ktorý jav čerpá zo sveta prirodzeného. Javu rozumieme tak, ako nám ho predkladajú zmysly. Napríklad teplota pred otvorením sa fyzikálneho sveta je akýsi nejasný a neurčitý pocit, kruh pred otvorením sa geometrického sveta je neostrý a kvalitatívny tvar, mnohosť pred otvorením sa sveta čísel je hrubý a približný odhad. Po otvorení príslušného sveta sa z teploty stáva veličina, z kruhu rovinný útvar a z mnohosti počet. Všetky uvedené javy sa stávajú čímisi ostrým, jasným a určitým. Pôvodná neostrosť, ktorá ich sprevádza v prirodzenom svete, je vyložená ako nedokonalosť našich zmyslov – už nepatrí do sveta, je z neho vykázaná.

Logika sa do jazyka dostáva tak, že sa určitý región jazyka "vyčistí", t.j. prispôsobí svoj obsah a štruktúru svetu idealít, ktorý sa otvoril. Porozumenie spôsobu upresňovania pojmov, ako aj porozumenie logickým zákonom, ktorým majú byť pojmy podriadené, preto nečerpáme zo skúsenostného sveta, ale z príslušného sveta idealít.

D. Ontológia logických vrstiev jazyka

Cieľom tejto kapitoly je charakterizovať jazykové vrstvy, ktoré nepatria do oblasti prirodzeného jazyka (ako som túto oblasť vymedzil vyššie). Vychádzam pritom zakaždým zo štruktúry sveta idealít, ktorý predstavuje pre danú vrstvu jazyka vzor presnosti.

D. 1 Jazyk zakotvený vo svete čísel. Slovné spojenie "jazyk zakotvený vo svete čísel" znamená, že porozumenie tomu, čo je to pojem, čerpáme zo sveta čísel.

Počítať sa každý z nás naučil v ranom detstve, takže sa už nepamätáme, aké to bolo, keď sme ešte počítali nevedeli, t.j. keď sme mali prirodzené porozumenie pre jav mnohosti. Pre nás je množstvo vždy už číslom. Spôsoby počítania prírodných národov [13] však oprávňujú predpokladať, že mnohosť bola pôvodne ponímaná kvalitatívne. Existovali pojmy pre rôzne mnohosti, pričom čím väčší počet označovali, tým boli neostrejšie. Po otvorení sa sveta čísel bola táto vrstva prirodzeného jazyka prekrytá číselným radom.

Otvorenie sveta čísel možno pozorovať na malých deťoch. Deti, ktoré sa už naučili riekanku "Jeden, dva, tri,...", vedia, že dospelí sú veľmi radi, keď pri jej odriekavaní aj otvárajú prsty. Deti však spočiatku nevedia zladiť rytmus hovorenia s rytmom otvárania prstov, a tak pri niektorom slove otvoria naraz dva prsty, pri vyrieknutí iného zas neotvoria ani jeden. Nastane však okamih, keď to naskočí, keď sa zrodí **univerzálny rytmus**, rytmus spájajúci svet predmetov (prstov) so svetom slov. Domnievam sa, že tento rytmus po tom, čo sa stabilizuje a vyčistí, tvorí ontologický základ sveta čísel. Čísla sú vlastne akési značky, stopy, ktoré rytmus zanecháva pri svojom plynutí svetom.

Rytmus tu nechápem v zmysle psychologickom, ale transcendentálnom, ako transcendentálny schematizmus percepcie, pričom otvorenie sa sveta čísel je okamihom, kedy sa tento schematizmus aktivuje.

Je dôležité nemýliť si svet čísel s teóriou čísel, čo je vlastne rekonštrukcia tohto sveta vo svete geometrickom. Pytagorejské figurálne čísla na to jasne poukazujú. (Pytagorejci rozlišovali číslo štvorcové (00 4, 000 9, 16, 25, 36,...), trojuholníkové (00 3, 000 6, 10, 15, 21, 28,...) a pod., pričom napríklad zistili, že súčet dvoch po sebe idúcich trojuholníkových čísel je číslo štvorcové.)

Piagetov výklad aritmetiky ako atemporálnych reverzibilných operácií (viď [14], s. 152) naznačuje, že hovorí o aritmetike v duchu teórie čísel, a nie v duchu sveta čísel. Keď popisuje myslenie detí, u ktorých sú aritmetické operácie ireverzibilné, nepovažuje ho za samostatný spôsob myslenia s vlastnou logikou, ale charakterizuje ho vo vzťahu k reverzibilnej aritmetike, ako čosi neúplné a nerozvinuté.

Môj návrh je vyčleniť toto štádium nie vo vzťahu k teórii čísel, ale vo vzťahu k svetu čísel. Potom ireverzibilita prestane byť príznakom nedokonalosti tohto štádia, ale práve na-

opak, stane sa jeho konštitutívnym základom. Podobne to, že dieťa 10 žetónov rozdelených do dvoch skupín po 4 a 6 považuje za viac ako 10 žetónov v jednej škatuli, prestane byť príznakom jeho neschopnosti počítať a stane sa prirodzeným dôsledkom "rozbitia rytmu". Keď sú žetóny v jednej škatuli, je možné pri počítaní prejsť ich naraz. Keď sú v dvoch škatuliach, rytmus sa rozpadá. Žetóny každej škatule treba prejsť osobitne a ešte oba tieto prechody spojiť.

Aritmetika založená na počítaní (počty) bola pod vplyvom otvorenia sa geometrického sveta vytlačená teóriou čísel. Keď si chceme o tejto pôvodnej, kalkulatívnej aritmetike vytvoriť jasnejšiu predstavu, je účelné siahnuť po egyptských a babylonských matematických textoch. Aritmetika sa v nich redukuje na súbor receptov pre manipuláciu s číslami. Jej jazyk je iba súbor termov a elementárnych formúl ako $2+3=5$, bez premenných, predikátov a logických spojok. (Tie sa viažu až k teórii čísel.) Jej logická štruktúra sa redukuje na formálne pravidlá pre manipulácie so symbolmi.

Keby sme chceli bytie pojmov sveta čísel charakterizovať presnejšie, možno povedať, že **BYTIE POJMU JE BYTÍM VO FORMÁLNO M KALKULE.**

Čísla boli prvým regiónom, ktorý sa nám z tohto zvláštneho sveta kalkulatívnych idealít otvoril. Odvtedy sa odkrývajú stále ďalšie a ďalšie. Snáď najzávažnejšie regióny odkryli F. Viet, keď objavil algebraickú symboliku a odlíšil konštantu od premennej, a G. W. Leibniz, keď našiel pravidlá na počítanie s diferenciálmi.

D. 2 Jazyk zakotvený v geometrickom svete. Svet čísel je svetom plynutia. V protiklade k tomu svet matematiky je svetom čistého bytia. Pytagorejské figurálne čísla sprostredkovávajú práve tento posun – privádzajú počet k aktuálnemu bytiu. Číslo 5 už nie je značka po piatom takte univerzálneho rytmu, ale je to forma, menovite ooooo, t.j. mnohosť existujúca aktuálne, naraz celá.

Myslím si, že pytagorejci mohli uskutočniť tento posun od počítania k teórii čísel vďaka tomu, že sa im otvoril geometrický svet, t.j. svet aktuálne existujúcich, ostrých a dokonalých foriem. Odvtedy matematicky uchopiť nejaký jav znamená uchopiť ho pomocou týchto foriem, t.j. uchopiť ho ako **ostré a dokonale aktuálne bytie.**

S vrstvou jazyka zakotvenou v geometrickom svete nie sú problémy. Je to jazyk matematiky. Jeho pojmy sú také, ako je pojem "párny" v Peanovej aritmetike, pojem "funkcia" v Zermelo-Fraenklovej teórii množín alebo pojem "kolmý" v Euklidovej geometrii, t.j. pojem je daný jeho definíciou v axiomatickej teórii. Možno povedať, že **BYTIE POJMU JE BYTÍM V AXIOMATICKEJ TEÓRII.**

Logická štruktúra tejto vrstvy jazyka je podrobne preskúmaná (viď napr. [15]). Je dôležité uvedomiť si zviazanosť matematickej logiky s ontológiou geometrického sveta. Logika si teóriu vykladá ako súbor teorém, t.j. privádza teóriu k aktuálnemu bytiu. Žiadna skutočná teória nie je zoznamom teorém, je však veľmi výhodné takto si ju predstavovať. Podobne je veľmi efektívne vykladať si pojem ako aktuálne existujúci. Pritom ale treba mať na zreteli, že takýto výklad je rozhodnutie, a to rozhodnutie v ontologickej rovine.

Stratégia aktualizácie, t.j. snaha čo najviac fenoménov priviesť k aktuálnemu, ideálnemu bytiu, bola síce v dejinách veľmi účinná, má však svoje hranice. Grékom sa napriek veľkému intelektuálnemu úsilíu nepodarilo týmto spôsobom porozumieť pohybu. Problémy, na ktoré narazili, súvisia s aktualizáciou času. O týchto ťažkostiach pekne píše sv. Augustín vo svojich *Vyznaniach*:

"Ríkame-li tedy o čase, že jest stejně dlouhý, nebo dvakrát, třikrát delší než jiný čas, nebo cokoliv podobného, říkáme to přece jen o trvání času. Ve kterém časovém trvání tedy měříme plynoucí čas? Zda v budoucím, odkud přichází? Co však ještě není, nemůžeme měřit. Zda v přítomném, kudy právě plyne? Co však nemá žádného trvání, neměříme. Zda v minulém, kam směřuje? Neměříme však toho, co již není" ([16], s. 401).

Aj keď sa nakoniec podarilo vyložiť pohyb na základe geometrického sveta (mám na mysli teóriu obyčajných diferenciálnych rovníc, ktorá popisuje pohyb pomocou kriviek vo fázovom priestore (viď [17] a [18])), história išla inou cestou, "okľukou" cez fyzikálny svet.

D. 3 Jazyk zakotvený vo fyzikálnom svete. Na ťažkosti s pohybom ako prvý poukázal Zenón z Eley. P. Cmorej pri spochybňovaní možnosti vývinu pojmov [1], [2] v podstate len preložil problém identity objektu pri pohybe do jazyka logiky a spravil z neho problém identity pojmu počas jeho vývinu. Európska veda sa s týmto a ďalšími paradoxami vysporiadala niekde medzi Galileim a Newtonom, kedy sa otvoril fyzikálny svet.

Európa sa rozišla s gréckym ideálom teoretického myslenia. Namiesto snahy definovať pojem v rámci axiomatickej teórie nastupuje operacionalistické vymedzenie. Nejde o to, povedať, čo to čas je, ale štandardizovať situácie, v ktorých sa s ním stretávame. Najjednoduchšie sa to dá urobiť pomocou štandardizovaných predmetov, ako sú pravítka, hodinky a pod. Pritom kritériom úspešnosti štandardizácie je reprodukovateľnosť zistených javov.

Pekne o tom hovorí R. Feynman:

"Zamyslime sa najskôr nad tým, čo rozumieme pod časom. Čo je čas? Bolo by krásne, keby sa nám podarilo nájsť dobrú definíciu času. V slovníkoch nachádzame "čas" definovaný ako "obdobie" a "obdobie" ako "čas", čo nevyzerá veľmi prakticky. Snád by sme mohli povedať: "Čas je to, čo sa deje, keď sa nič iné nedeje." To nás však neprivedie veľmi ďaleko. Je snád práve tak dobré, keď si priznáme, že čas je pojem, ktorý pravdepodobne nemôžeme definovať... Skutočne dôležité však nie je to, ako čas definujeme, ale ako ho meriame" ([19], 88).

Feynman potom porovnáva rôzne spôsoby merania času a otázku ich štandardizácie. Tento prístup by sa dal zhrnúť heslom **"Čas je to, čo meriame na hodinkách"**. Pre vrstvu jazyka zakotvenú vo fyzikálnom svete **JE BYTIE POJMU BYTÍM V ŠTANDARDIZOVANEJ SITUÁCII**.

Myslím, že takéto chápanie je aj v pozadí Piagetovej teórie, keď to, čo to znamená, že dieťa má nejaký pojem, nedefinuje teoreticky, ale operacionálne. Popíše štandardné problémové situácie a typické spôsoby, ako ich dieťa rieši. Pojem je potom schopnosť špecificky konať v presne vymedzených situáciách. Keď sa štýl tohto konania s časom mení, znamená to, že pojem sa vyvíja.

Keď Galilei štandardizoval situáciu padania, otvoril sa mu nový svet idealít, svet zotrvačne sa pohybujúcich telies. Takéto objekty reálne neexistujú, Galileiho teleso je čosi podobné ako Platónove idey. Na rozdiel od nich je však schopné pohybu. Platón nedokázal zlúčiť ideálne a premenlivé, Galileimu sa to podarilo. Voľný pád je čosi premenlivé, ale pritom ideálne. Má ostrú a jasnú "formu" danú "formulou" $s = \frac{1}{2}gt^2$. Preto existuje reálna nádej, že keď štandardizujeme situáciu pojímania, podarí sa zlúčiť vývoj s logikou.

Dlhý čas teologické pozadie novodobého racionalizmu (u Leibniza a Newtona) zatemňovalo povahu tohto posunu. Boh ešte stále čisto teoreticky nazeral priebeh voľného pádu a všetko o ňom vedel bez toho, že by musel experimentovať. Preto sa dlho držal názor, že "ono to nejaká objektívne je" a že experiment je iba akýsi technický prostriedok na zistenie, "ako to je", ktorý kompenzuje našu nedokonalosť.

Až v súvislosti so vznikom teórie relativity a kvantovej mechaniky sa vyjasnilo, že experiment nie je len "získovanie toho, ako to objektívne tam vonku je", ale že je to vlastne operacionálna definícia skutočnosti. Voľba súradnej sústavy či reprezentácie už nie je len matematickým trikom uľahčujúcim počítanie (ako to bolo u Lagrange a Hamiltona, majstrov tejto voľby). Je časťou fyzikálneho obsahu teórie. Teóriu už nie je možné písať z hľadiska "univerzálnej situovanosti" (God-like position). Situovanosť musí byť súčasťou teórie.

E. Logika založená na výklade bytia pojmu ako bytia v štandardizovanej situácii

Odlíšením bytia pojmu ako bytia v teórii od bytia pojmu ako bytia v situácii som sa dostal k bodu, keď môžem sformulovať svoje stanovisko voči námietkam proti možnosti

vývinu pojmov. P. Cmorej chápe bytie pojmu ako bytie v teórii (t.j. keď potrebujeme nejaký pojem prirodzeného jazyka upresniť, treba sa pokúšať o jeho teoretickú definíciu). Pri takejto explikácii pojmu je, samozrejme, ťažko možné hovoriť o vývine pojmov, veď akonáhle zmením axiómy, dostanem inú teóriu, takže zmeny majú skokovité, neevolučný charakter.

Situácia sa však zmení, keď si bytie pojmu vyložím ako bytie v štandardizovanej situácii. To znamená, že na pojem sa pozerám ako na niečo, čo je dané v procese merania ("čas je to, čo meriame na hodinkách"), alebo presnejšie, pojem si vykladám ako operátor (t.j. ako čosi podobné pojmu hybnosti v kvantovej mechanike). Teda **POJEM JE OPERÁTOR REDUKCIE PROBLÉMOVEJ SITUÁCIE**.

Tento výklad podporuje aj etymológia **POJEM-POJAŤ, BEGRIFF -GREIFEN, CONCEPT-CONCIPERE, POŇATIE-POŇAŤ**. Vidíme, že vo viacerých jazykoch je slovo "pojem" viazané na motorickú aktivitu pojatia, uchopenia. Teda pojem je asociovaný s procesom pojímania, pričom ak tento proces prebieha pod prahom časového rozlíšenia, ide o akt pojatia, o pojem.

Takto sa do vnútornej štruktúry pojmu dostáva čas. Pojem už nie je čosi aktuálne existujúce. Je to proces, proces redukcie prislúchajúci operátoru. Pritom je dôležité si uvedomiť, že operátor zodpovedá procesu merania, a **meranie nie je mentálny proces**. Práve vďaka meraniu fyzika dosahuje svoju intersubjektivitu. Operátor neprislúcha konkrétnemu spôsobu merania, konkrétnemu meraciemu prístroju, ale je to určitá teoretická abstrakcia toho, čo tvorí podstatu merania nezávisle od zručnosti experimentátora. Preto keď pojem zavediem ako operátor, nebude to psychologický pojem, ale pojem ideálny, pojem v logickom zmysle.

Našou úlohou je vyložiť, čo je to situácia a ako prebieha proces jej uchopenia (pojatia). Vychádzať budem z opisu merania v kvantovej mechanike (podrobnejší výklad možno nájsť v [20]). Moderná logika sa zrodila, keď Boole, Pierce a Frege použili jazyk algebry, ktorý bol prvým jazykom odlišujúcim konštantu od premennej, na popis ľudského myslenia. Je prirodzené pokúsiť sa analogickým spôsobom použiť jazyk kvantovej mechaniky, ktorý je prvým jazykom explicitne obsahujúcim opis merania.

Vo formalizme kvantovej mechaniky veličinám prislúchajú operátory. Tieto pôsobia na stavové funkcie, zodpovedajúce stavom popisovaného systému. Každý operátor má súbor svojich vlastných stavov. Meranie je aktom redukcie, kedy sa stav systému redukuje na niektorý vlastný stav operátora, t.j. stav, ktorý prislúcha ostrej hodnote meranej veličiny.

Okrem toho v jazyku kvantovej mechaniky vystupujú funkcionály. Funkcionál zodpovedá niečomu ako je vlastnosť. Pritom každému stavu ψ môžem priradiť funkcionál "byť v stave ψ " (čo je dosť podobné jazyku, v ktorom "človek" môže byť aj subjekt, aj predikát). Riesz-Fischerova veta tvrdí, že žiadne iné funkcionály než funkcionály zodpovedajúce stavom neexistujú. Preto je vhodné používať Diracovu symboliku: $\langle \psi |$ pre funkcionál prislúchajúci stavu ψ ; a $|\psi\rangle$ pre samotný stav ψ . Pritom výraz $\langle \varphi | \psi \rangle$ označuje číslo, ktoré nám hovorí, do akej miery stav $|\psi\rangle$ "zodpovedá" vlastnosti $\langle \varphi |$.

To sme boli zatiaľ vo fyzike. Teraz sa pokúsím tento obraz trochu zovšeobecniť. **Stavom** ("stavom dráždenia nervových zakončení") budem rozumieť akýsi abstraktný objekt $|\psi\rangle$. Pritom pod dráždením nerozumiem len sensorimotorické dráždenie, ale aj "vnútorné dráždenie" pri rozmyšľaní, imaginácii... Teda stav je tvorený ako "stavom vecí", tak aj "stavom duše". Funkcionály $\langle \psi |$ budem chápať ako **situovanosť** prislúchajúcu stavu $|\psi\rangle$. Situovanosť súvisí s porozumením stavu a s očakávaním s ním spojeným. Napríklad stav $|\text{obed}\rangle$ si možno predstaviť ako súbor zrakových, chuťových a čuchových vnemov, ktoré mám, keď sedím pri obede, prípadne ako súbor zrakových, chuťových a čuchových predstáv, ktoré mám, keď myslím na včerajší obed. Situovanosť $\langle \text{obed} |$ je tvorená porozumením, že som tu na obede, veľmi mi to nechutí, ale musím to zjesť, ak nechcem ostať hladný, prípadne predstavou, aké dobré by bolo aj dnes mať taký dobrý obed ako včera.

Situáciou rozumiem dvojicu tvorenú stavom a situovanosťou. Normálna situácia je, keď $\langle \psi | \psi \rangle = 1$, keď situovanosť $\langle \psi |$ je v súlade so stavom $|\psi\rangle$, keď stavu rozumiem a on spíňa moje očakávanie.

Problémovou situáciou rozumiem situáciu konštituovanú zvláštnou situovanosťou, navodenou otázkou, neúspechom alebo situáciou, ktorá spontánne vznikla v mysli. Je to situácia, v ktorej bola myseľ vytrhnutá zo svojho prirodzeného plynutia a nastalo zaseknutie. Problémovú situovanosť budeme značiť $\langle \psi? |$, napríklad situovanosť $\langle \text{Aký bol obed?} |$, ktorá nastane po pochopení príslušnej otázky, t.j. po tom, ako stav "ucha" $|\text{Aký bol obed?}\rangle$ prejde vďaka porozumeniu otázke v situovanosť $\langle \text{Aký bol obed?} |$, tvorenú pocitom, že by som mal niečo povedať. Začínam si spomínať na obed, t.j. navodzuje sa stav $|\text{obed}\rangle$, čím vzniká problémová situácia $\langle \text{Aký bol obed?} | \text{obed}\rangle$.

Tu vstupuje do hry pojem. **Pojmom** rozumiem operátor, ktorý v problémovej situácii pôsobí na stav $|\text{obed}\rangle$ a spôsobí redukciu stavu. Príkladom takýchto operátorov môže byť pojem CHUTI, TEPLoty, NÁLADY a stav $|\text{obed}\rangle$ sa môže redukovať na jeden zo stavov $|\text{chutný}\rangle$, $|\text{studený}\rangle$, $|\text{nudný}\rangle$, t.j. na vlastný stav príslušného operátora. Tým sa problémová situácia $\langle \text{Aký bol obed?} | \text{obed}\rangle$ zmení na situáciu odpovede $\langle \text{Aký bol obed?} | \text{Chutný!}\rangle$, kde výkričník označuje konanie, t.j. "dráždenie eferentných neurónov hovoridiel". Po odznení odpovede sa obnovuje normálna situácia.

Pojem je teda operátor pôsobiaci v problémovej situácii a zodpovedajúci aktu uchopenia stavu. Výsledkom takéhoto aktu je zmena stavu na vlastný stav operátora a následná zmena situovanosti na situovanosť porozumenia, súladu,...

F. Otázka vývoja pojmov

Predchádzajúci text nechce budiť dojem, že ide o detailne prepracovanú teóriu. Ide skôr o náčrt poňatia pojmov, ktoré by mohlo do seba pojať vývoj bez toho, aby sa zamotalo do patálií s identitou pojmu. Keď chcem hovoriť o vývoji, musím povedať, čo sa mení a čo ostáva nezmenené. A tu mi pomôže oddelenie stavu a situovanosti.

Keď pojem čísla definujem ako operátor redukujúci problémovú situáciu $\langle \text{koľko?} | \psi \rangle$, tak stav $|\psi\rangle$ môžem štandardizovať (t.j. deťom budem zadávať rovnakú sadu úloh), a tým ho spraviť invariantom, ktorý mi zaistí, že ide stále o ten istý pojem. Pritom situovanosť ostáva voľná. Preto **vývin pojmu budem vykladať ako vývin situovanosti**. Ide o to, že v príslušnej štandardizovanej situácii je inak situované päť, desať či pätnásťročné dieťa. (Pritom treba poznamenať, že tu navrhovaná štandardizácia je v istom zmysle duálna ku Galileiho štandardizácii. Kým Galilei štandardizoval situovanosť, čím sa mu "vyčistila" zmena stavu, my štandardizujeme stav a očakávame "vyčistenie" zmien situovanosti – rozumenia, chápania.)

Teraz treba využiť Piagetove experimenty a popísať logickú štruktúru jazyka jednotlivých štádií. Potom podobne, ako zmena situovanosti vo fyzike (zámena súradnicovej sústavy) je daná transformačnými rovnicami (ako Lorentzove transformácie), treba nájsť analogické transformačné zákony medzi jednotlivými situovanosťami. Práve transformácie situovaností udávajú vývoj.

Problém chýbajúcich článkov, častý problém evolučných teórií, je možno spojený s tým, že sa pokúšajú evolúciu vyložiť ako "pohyb", t.j. ako zmenu stavu. Keď sa však vývoj popisuje nie ako zmeny stavu, ale ako zmeny situovanosti, niet dôvodu, aby bolo čosi spájajúce dve vývinové štádiá. Pojem nie je nejaká "vec", ktorá sa odniekadiaľ niekam vyvíja. Pojem je operátor zasadený v určitej situácii a keď sa mení príslušná situovanosť, mení sa aj operátor. Ide o to, popísať, ako, t.j. ide o to, nájsť príslušné transformácie.

Ako prvú treba rozpracovať teóriu situovanosti. Cesta, ktorá sa tu otvára, je prerazprávať Heideggerovu analýzu Pobytu pomocou aparátu logiky. Pobyt možno napríklad definovať ako systém invariantov grupy transformácií situovanosti.

Klasická logika je vlastne logika "univerzálnej situovanosti", t.j. logika, ktorá problematiku situovanosti netematizuje. Pravdivosť je pre ňu vlastnosťou samotného výroku, a nie aktu jeho vyrieknutia. Táto abstrakcia je užitočná a priniesla mnohé zaujímavé poznatky. Pre analýzu väčšiny logických problémov je plne adekvátne. Ak je však správny výklad vývoja ako zmeny situovanosti, potom vidno, že otázka vývinu pojmov je príkladom problému, ktorý ostáva za hranicami klasickej logiky. Akonáhle pri tematizácii pravdivosti výroku abstrahujem od situovanosti, zriekam sa možnosti uchopiť vývoj.

PodĎakovanie

Ďakujem Jánovi Rybárovi za cenné pripomienky a Mikimu Kravčíkovi za pomoc pri technickej realizácii textu.

LITERATÚRA

- [1] CMOREJ, P.: Vývin pojmov. In: Filozofia 1990, č.3.
- [2] CMOREJ, P.: Neradosné dôsledky vývinového chápania pojmov. In: Filozofia 1990, č. 4.
- [3] KVASZ, L.: Vývin pojmov – prečo nie? In: Filozofia 1991, č.3-4.
- [4] CMOREJ, P.: K vývinu pojmov a pojmu vývinu v jednej kritike. In: Filozofia 1991, č.5.
- [5] KVASZ, L.: Poznámky k jednej polemike. In: Filozofia 1992, č. 9.
- [6] BERO, P.: Nosné pojmy diferenciálneho počtu z hľadiska vyučovania. Kandidátska dizertačná práca, MFF-UK Bratislava 1985.
- [7] BERO, P.: Conceptualization process in teaching infinitesimal calculus. In: Acta mathematica didactica, Bratislava 1990.
- [8] SIERPINSKA, A.: Humanities and epistemological obstacles related to limits. In: Educational studies in mathematics 1987, 18.
- [9] NACHTIGALL, D.: The pre-newtonian concepts of motion in the minds of students. In: Proceedings of the international conference on methods of teaching physics. Khon-Kean university, Thailand 1981.
- [10] LURIA, A.: O historickém vývoji poznávacích procesů. Praha 1976.
- [11] MANDELROT, B.: The fractal geometry of nature. New York, 1983.
- [12] VOPĚNKA, P.: Rozprawy s geometrií. Praha 1989.
- [13] KOLMAN, A.: Dějiny matematiky ve starověku. Praha 1968.
- [14] PIAGET, J.: Múdrosť a ilúzie filozofie. Bratislava 1977.
- [15] SHOENFIELD, J.: Mathematical Logic. Addison Wesley 1967.
- [16] AUGUSTINUS, A.: Vyznání. Praha 1990.
- [17] ARNOED, V.: Matematičeskije metody klassičeskoj mechaniki. Moskva 1989.
- [18] ARNOED, V.: Obyknovennyje differencialnyje uravnenija. Moskva 1984.
- [19] FEYNMAN, R. P. – LEIGHTON, R. B. – SANDS, M.: Feynmanove prednášky z fyziky. Bratislava, Alfa 1980.
- [20] PIŠŮT, J. – GOMOLČÁK, L. – ČERNÝ, V.: Úvod do kvantovej mechaniky. Bratislava, Alfa 1983.

INFORMÁCIA

KATOLÍCKE NOVINY v prílohe 40 rokov misijnej činnosti slovenských jezuitov v Kanade, roč. 1992, č. 49 informujú, že v Kanade sa pripravuje slovenské vydanie súborného diela Teilharda de Chardin.