

RIEŠI SÚČET NEKONEČNÉHO GEOMETRICKÉHO RADU ZENÓNOVU APÓRIU „DICHOTÓMIA“?

MARIÁN SKALSKÝ, Ústav marxizmu-leninizmu UK, Bratislava

SKALSKÝ, M.: Does the Sum of the Infinite Order Solve Zeno's Paradox „Dichotomy“?
Filozofia 41, 1986, No. 1, p. 57.

The solution of the paradox „Dichotomy“ by means of the sum of the infinite geometrical order inconsequently considers the division towards the end point. In the paradox the beginning of the motion is made problematic by the consequent division towards the starting point. Moreover the solution breaks the mathematical model, it confuses the demarcation of the order by means of a limit with the attainment of a limit. Later the author formulates his opinion on the paradox from the standpoint of the dialectical-materialist conception of motion. The paradox reflects the contradiction between the potential infinity, comprehending the finite, partial levels which contain motion as something immanent, and the actual infinity as „causa sui“, excluding relatively the rise-extinction, i.e. change, motion. This contradiction is dialectical and is reflected by the notion of the real infinity as a connection, unity of the potential and actual infinity.

„...nejestvuje pohyb, pretože
pohybujúce sa musí dostať skôr
do polovice cesty, než príde
do cieľa...“

Zenón (16, s. 121)

Zenónove pohybové apórie sú bezpochyby ukázkovou formuláciou problému pohybu vystihujúcou jeho podstatu. Preto pojmová analýza pohybu, jeho ľubovoľný konceptuálny model musí riešiť problémy nastolené v týchto apóriách — ich riešenie je svojím spôsobom „experimentum crucis“ možnej pojmovej koncepcie pohybu. A ak kategóriu pohybu chápeme na pozadí rozvoja filozofického myslenia, potom každá zmena chápania tejto kategórie, každé jej kvalitatívne prehĺbujúce zobsažnenie reinterpretuje riešenie i problém. Pravda, tieto apórie kategórie pohybu nielen satelitne sprevádzajú, ale priamo participujú na jej vývoji, tvoriac s ňou v procese poznania dialekticky vyvíjajúci sa celok. Do tohto celku sú začlenené aj kategórie priestoru a času, bezprostredne spojené s kategóriou pohybu a navyše apórie odhalili aj organickú väzbu kategórie pohybu s pojmom nekonečna. Ľubovoľné riešenie musí túto súvislosť zohľadňovať a redukcia riešenia len na jednu stránku je nedostatočná.

Hoci v rámci dejín filozofie každé obdobie formulovalo, či už priamo alebo prostredníctvom dobového chápania pohybu (resp. ostatných kategórií), svoj prístup k riešeniu apórií, historická ohraničenosť koncepcie pohybu sa vždy premietla do nedostatočnosti riešenia z hľadiska novšieho prístupu. Kvalitatívne zmeny v chápaní týchto kategórií boli

potom prirodzene sprevádzané reformulovaním a znovuo tvorením problému, jeho reaktualizáciou a novým spôsobom riešenia. S diferencovaním sa špeciálnych vied sa rozvoj spomínaných pojmov preniesol predovšetkým do matematiky (pojem priestoru resp. dimenzie a nekonečna) a do fyziky (aj pojmy pohybu a času) a paralelne sa tu rozvíjal. Tento rozvoj obohatil tak samotnú formuláciu problému, ako aj možnosti jeho riešenia. Vypracovanie teórie limit a s nimi spojenej teórie nekonečných radov umožnilo reformulovať apórie matematickými prostriedkami a poukázať na ich spätosť s interpretáciou infinitezimálneho počtu ako prostriedku na vyšetrovanie zmeny. Nové transformácie tohto problému sa objavili pri rozpracovaní pojmu aktuálneho nekonečna v rámci teórie množín¹ i pri prekonávaní mechanistického chápania pohybu vo fyzike konštituovaním sa kvantovej mechaniky² a problému sa dotkol aj vznik neklasických logík. No rozhodujúcim momentom sa stalo koncipovanie dialektickomaterialistickej koncepcie pohybu, integrujúce vlastne všetky spomenuté momenty, ich pozitívne stránky a to na všeobecnej filozofickej úrovni.

Aj keď sa pohybové apórie vzájomne dopĺňajú, vytvárajúc spolu logický celok a dôsledná analýza každej z nich zasahuje aj do ostatných, sústredíme sa v článku na rozbor apórie „Dichotómia“ (na styčné problémy s ostatnými apóriami na príslušných miestach upozorníme), a to najprv len na analýzu jedného jej riešenia — riešenia prostredníctvom súčtu nekonečného geometrického radu, pretože sa v našej literatúre periodicky objavuje bez hlbšieho skúmania. Pritom pri skúmaní ľubovoľného navrhovaného riešenia je potrebné mať na zreteli, že „náš tu nezaujíma formálno-logická pravdivosť, lebo neprotirečivosť všetkých týchto teórií považujeme za vyjasnenú, ale pravdivosť materiálna v zmysle korešpondencie našich modelov pohybu s realitou“ (15, s. 181—182)

Podľa tohto riešenia chyba v Zenónovej úvaha spočíva v „predpoklade, že súčet nekonečne veľa časových úsekov, z ktorých každý má určitú dĺžku (v danom prípade je každý nasledujúci polovinou bezprostredne predchádzajúceho) nemôže byť konečný. Pre Zenóna súčet $t/2 + t/4 + t/8 + t/16 + \dots$ nemôže mať konečnú hodnotu. Elementárna teória nekonečných geometrických radov nás pouča, že súčet, o ktorý tu ide, je konečný a činí prestne t . Po odmietnutí tohto predpokladu v Zenónovom dôkaze, ktorý nemohol pochopiť ako súčet nekonečne veľa členov, z ktorých žiaden nie je nula, ale má určitú kladnú hodnotu, môže byť konečný — odpadá celá jeho úvaha“. (1, s. 93) Symbolicky

¹ Predovšetkým ukázaním na kvalitatívnu gradáciu úrovní nekonečna v pojme kardinálneho čísla a relativitu konečného a nekonečného v pojme ordinálneho čísla.

² Máme tu na zreteli vyčlenenie komplementarity charakteristík popisujúcich pohybujúci sa mikroobjekt (Heisenbergov vzťah neurčitosti medzi impulzom a súradnicou) a ďalej kvantovanosť stavov a ich súvislosť, vyjadrenú prostredníctvom pravdepodobnosti, odrážajúcu dialektiku pretržitosti a spojitosti pohybu.

môžeme riešenie vyjadriť stručne v tvore: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{t}{2^n} = t$. Toto riešenie

pripisuje K. Ajdukiewicz už Aristotelovi, ktorý (bez toho, aby poznal teóriu nekonečných radov) poukázal na to, že Zenón síce vychádza z nekonečnej deliteľnosti konečnej vzdialenosti, ale nechce pripustiť nekonečnú deliteľnosť konečného časového intervalu, t. j. to, že nekonečne veľa časových úsekov môže tvoriť konečný časový úsek.³

Základným nedostatkom navrhovaného riešenia je implicitné uvažovanie delenia danej dĺžky L smerom k cieľu, čo vedie k nastoleniu problému, či pohybujúci sa dorazí do cieľa. Pri delení smerom k cieľu nedôsledne predpokladáme možnosť prekonania polovičnej vzdialenosti.⁴ Zrejme je tu ale vzdialenosť ako vzdialenosť — niet dôvodu preferovať čas oproti celku. A tak v apórii musíme dôsledne uvažovať o delení smerom k východzímu miestu, čo vedie k záveru nemožnosti začatia pohybu⁵.

Priradenie $L/2 \rightarrow t/2$, $L/4 \rightarrow t/4$, ... musíme interpretovať ako skutočné prekonanie danej časti dráhy a nie ako pomyslené sčítanie radu pred začatím pohybu. V apórii sa kladie problém skutočného delenia pri pohybe, a teda nie statický aspekt nekonečnej diferencovanosti, ale dynamický aspekt nekonečnej diferencovateľnosti. O každej časti môžeme uvažovať ako o celku (podmienky delenia sú vždy rovnaké), a preto už predpoklad prejdienia určitej časti dráhy v konečnom čase postuluje možnosť prekonania celej dráhy v konečnom čase. Reprezentácia apórie

v tvare $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{t}{2^n}$ je možná len pri delení smerom k cieľu. Toto riešenie môžeme síce pri tejto apórii odmietnuť poukázaním na nedôslednosť

³ Aristotelova formulácia znie: „Dĺžka, čas a vôbec všetko, čo je súvislé, nazýva sa nekonečným v dvojakom zmysle, totiž alebo so zreteľom na delenie, alebo so zreteľom na najkrajnejšie hranice. V konečnom čase sa nemožno dotknúť toho, čo je nekonečné veľkostí, možno sa však dotknúť toho, čo je nekonečné delením, lebo v tomto zmysle aj sám čas je nekonečný.“ (14, s. 169).

⁴ V tomto zmysle je apória „Dichotómia“ ešte „silnejšia“ ako apória „Achilles a korytnačka“ v ktorej sa priznáva možnosť prekonania určitej vzdialenosti. Táto apória sa tiež dá

modelovať prostredníctvom nekonečného geometrického radu: $t = \frac{L}{v_K} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{v_K}{v_A} \right)^n$, kde

t je čas, za ktorý Achilles dobehne korytnačku, L je počiatočná vzdialenosť medzi Achillesom a korytnačkou, v_K je rýchlosť korytnačky a v_A je rýchlosť Achillesa. V predpokladanom prípade ($v_K < v_A$) rad konverguje a pre t dostávame konečnú

hodnotu: $\frac{L}{v_A - v_K}$. Ak položíme v_K za jednotkovú rýchlosť ($v_K = 1$) a Achillesovu rýchlosť v jednotkách v_K vyjadříme ako a , pri jednotkovej vzdialenosti L dostávame

známejší tvar: $t = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a^n}$. Vidíme, že pri $a = 2$ dostávame zhodu s modelom apórie „Dichotómia“.

⁵ Zatiaľ čo apória „Achilles a korytnačka“ problematizuje ukončenie pohybu.

stanoviska, ale v apórii „Achilles a korytnačka“, v ktorej pripúšťame prekonanie určitej vzdialenosti, je tento prístup opodstatnený. Delenie smerom k cieľu zotiera kvalitatívny rozdiel medzi týmito apóriami, a preto ďalšia analýza riešenia bude platiť aj pre riešenie apórie „Achilles a korytnačka“ prostredníctvom nekonečného geometrického radu.

Súčet nekonečného geometrického radu je definovaný ako limita tohto radu a „aj keď konvergentný rad má limitu, ku ktorej konverguje, predsa však sa k limite len približuje a nikdy limitu nedosiahne“. (2, s. 65) To, že sme dali jednotlivým členom radu interpretáciu časových úsekov a z toho, že rad je ohraničený konečným číslom — časom, usudzujeme, že nekonečný súčet realizujeme v konečnom čase — to je už prekročenie matematickej teórie. Ohraničenie radu limitou sme zamenili za dosiahnutie limity, za realizovanie nekonečného súčtu. Preto sa apória môže postaviť i ako problém, či je možné vykonať nekonečný počet operácií v konečnom čase. Ajdukiewicz každému priestorovému úseku priradzuje časový úsek len formálne. Ich skutočná súvislosť je daná až pohybom. Idúc do dôsledkov, môžeme bez nej aj každému členovi divergentného radu jednoznačne formálne priradiť konvergentný časový rád a v konečnom čase „dosiahnuť“ dokonca nevlastnú limitu. Išlo by vlastne o neohraničené zrýchľovanie a to v každom prípade narazí na problém ohraničenej rýchlosti, ktorá ruší voľné priradenie časových intervalov priestorovým a dáva ich do súvisu. Zenón nič netvrdí o požiadavke rovnomernej rýchlosti a ak by sme rýchlosť menili tak „premyslene“, aby dráhovým úsekom zodpovedali časy divergentného radu, potom vhodnou zmenou rýchlosti v tomto riešení nedosiahneme konečný cieľ. V tomto prípade sa jedná naopak, o spomaľovanie a apóriu môžeme reformulovať takto: Môžeme nekonečne dlho spomaľovať na konečnom dráhovom úseku?

Je potrebné poznamenať, že teória relativity rozšírila chápanie tohto problému. Vzávislosti od vzťažnej sústavy môže byť pohyb raz zavŕšený, dosahujúci cieľ alebo ten istý pohybujúci sa objekt sa môže k danej hranici len neobmedzene približovať. Typickým prípadom je pohyb smerom k horizontu udalostí čiernej diery. Vzdialený pozorovateľ vidí len neobmedzené približovanie sa k horizontu, zatiaľ čo objekt, ktorý padá na čiernu dieru, dosiahne horizont v konečnom vlastnom čase. Preto variácia apórie sa týkala vlastného času. V každom prípade teória relativity upozorňuje, že záleží aj na tom, kto tvrdí, že pohyb bude ukončený (resp. neukončený) a polárne tvrdenia sa vôbec nemusia vylučovať.

Pri zrýchľovaní alebo spomaľovaní kladieme pre jednotlivé časti dráhy nerovnaké podmienky delenia, čím sa ruší relativita celku a častí. Túto rovnocennosť spĺňa len model geometrického radu. Pritom dôsledné uvažovanie o delení smerom k východiskovému miestu obsahuje v sebe všetky možnosti poskytované modelom gometrického radu a nielen „polovičné delenie“. Je síce pravda, že formulácia úlohy je postavená práve na „delení na polovicu“, ale v princípe nič nebráni postaviť úlohu tak,

že pohybujúci sa musísosiahnuť najprv tretinu dráhy, resp. štvrtinu atď.

a v týchto prípadoch limita súčtu nie je rovná jednej ($\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a^n} = \frac{1}{a-1}$,

$a = 2, 3, 4, \dots$).⁶ Túto nadväznosť momentov odráža i matematický aparát: predtým ako prekonáme jednu polovicu, musíme prekonať tretinu, pred tretinou musíme prekonať štvrtinu... a aj súčet radu pri tretinovom delení je polovica, pri štvrtinovom delení je tretina a všeobecne pri $\frac{1}{a}$

delení ($a = 2, 3, 4, \dots$) je súčet $\frac{1}{a-1}$. Na každý parciálny krok síce

môžeme aplikovať algoritmus súčtu a limitnými prechodmi $\frac{1}{a} \rightarrow \frac{1}{a-1}$

sa posúvať k jednotke, avšak v limitnom prechode $a \rightarrow \infty$ „zmenšovanie menovateľa prestane platiť a my sa nehýbeme z miesta. Podobné nadväzovanie je samozrejme možné i v pôvodnej formulácii úlohy: súčet radu

$\frac{1}{2^n} + \frac{1}{2^{n+1}} + \dots$ ($n = 2, 3, 4, \dots$) dáva nasledujúci člen $\frac{1}{2^{n-1}}$, t. j. od

člena $\frac{1}{2^n}$ prechádzame limitným prechodom k členu $\frac{1}{2^{n-1}}$, no toto

„posúvanie“ je práve pri limitnom prechode $n \rightarrow \infty$ bezpredmetné. Limitný prechod sa tak dá použiť ako argumentácia i v prospech Zenóna i proti nemu, a záleží len na tom, či sa dohodneme na delení smerom k cieľu alebo k východzímu miestu. V riešení sa navyše neodôvodnene vyjadrujú časové úseky potrebné na prekonanie častí dráhy prostredníctvom celkového času. Časy $t/2$, $t/4$, ... sú konečné vtedy a len vtedy, keď čas t je konečný. To ale máme práve dokázať, a preto by bolo správnejšie parciálne časové úseky na začiatku nedávať do vzťahu k celkovému času. Pretože však časť môžeme chápať ako nový celok, je i pridelenie im ľubovoľného konečného času krokom, ktorý ešte len máme zdôvodniť a nie brať ako východisko. Tu má opäť lepšiu pozíciu aplikovanie algoritmu na apóriu „Achilles a korytnačka“, v ktorej môžeme častiam dráhy prideliť konečné časové úseky. Aj v tomto prípade však v medziach rýdzo matematického riešenia (okrem spomínanej nesprávnej interpretácie limity) „ostáva nejasné, prečo nekonečné sumy konečných veličín nedávajú nekonečne veľké veličiny, ale konečné“.⁷ [13, s. 155]

Ajdukiewicz (i Stagirita) správne postrehol, že predpoklad možnosti nekonečného delenia dĺžky je vlastne predpokladom toho, že konečný úsek vzdialenosti sa skladá z nekonečne veľa konečných častí, a preto neredukuje problém len na priestorový aspekt, ale vyčíta Zenón-

⁶ Model apórie „Achilles a korytnačka“ zohľadňuje aj tieto možnosti, a to v závislosti od pomeru rýchlosti Achillesa a korytnačky.

⁷ V prípade konvergentných radov.

novi odmietnutie tohto faktu pre konečný časový úsek. Na jednej strane tak prekonáva „priestorové“ chápanie apórie uvažovaním temporálneho momentu, na druhej strane ich skutočná spätosť sa stratila (časové charakteristiky sú priestorovým len funkcionálne priradené), pretože ich vzájomná organická súvislosť je daná až prostredníctvom pohybu. Pohyb nemôžeme redukovať len na priestor alebo čas, a preto pri skúmaní apórie nesmieme zabúdať, že nastolila problém nekonečnej deliteľnosti priestoru pri pohybe.

Samotný rozbor riešenia prostredníctvom súčtu nekonečného geometrického radu chápeme ako východiskový krok pri analýze apórie. Paradoxný záver apórie môžeme pritom lokalizovať vo (a) formulácii úlohy, alebo (b) v probléme pojmového zobrazenia pohybu (logicko-gnozeologický aspekt), resp. (c) v rozpornosti skutočného pohybu, t. j. pripísať mu fyzikálno-ontologický status [15, s. 177], pričom tieto určenia sa vzájomne nevylučujú — $[c \rightarrow (a+b)]$ v $[b \rightarrow a]$ resp. $a \subset b \subset c$. Uvažované riešenie nachádza problém v (b), a interpretuje ho ako zdanlivo paradoxný, v rámci pojmového skúmania však nevyhnutný predpoklad, že konečný čas sa skladá z nekonečne veľa časových úsekov. Riešenie tak neodmieta samotnú formuláciu úlohy, ktorá vychádza z „intuitívne evidentného“ predpokladu nekonečného delenia dráhy pri pohybe, ale ďalej rozširuje nekonečnú deliteľnosť aj na časovú stránku. Je však predpoklad nekonečnej deliteľnosti korektný?

„V prípade priestoru ide o geometricky významné, objektívne vzťahy krajne možnej extenzívnej diferencovateľnosti“ [4, s. 189—190] a teda predpoklad nekonečnej deliteľnosti priestoru znamená vlastne predpoklad nekonečnej diferencovateľnosti prvkov. Nekonečná diferencovateľnosť o sebe, odtrhnutá od prvkov, od obsahu a postavená proti nim do absolútneho protikladu, je koncepciou absolútneho priestoru ako samotnej entity, nezávislej od matérie. Odhliadnuc ešte od pohybového aspektu, samotná nekonečná diferencovateľnosť objektu abstrahuje od kvalitatívnych zmien dialekticky s ňou spätých, zdôrazňuje kvantitatívnu stránku. Musíme rozlišovať medzi diferencovateľnosťou určitej kvalitatívnej úrovne objektu, ktorá je konečná a nekonečnou diferencovateľnosťou spätou s kategóriou miery, s prekročením danej kvalitatívnej roviny prezen-tujúcej objekt ako celok, nemožnou pre absolútne ohraničený objekt. Predpoklad nekonečnej deliteľnosti ohraničeného, konečného úseku je abstrakciou vedúcou k bezobsažným prvkom — bodom. Táto abstrakcia obsahuje v sebe rozpor spočívajúci v predpoklade nekonečnej deliteľnosti úsečky a v súčasnom postulovaní nedeliteľného prvku — bodu ako čírej kvality bez vnútorného diferencovaného obsahu, „fixovaného nič“. A hoci časti úsečky priradujeme tú istú mohutnosť ako úsečke, jednako len bodu (tiež časti) túto mohutnosť upierame. Diferencovateľnosť objektu v skutočnosti prechádza na novú, širšiu kvalitatívnu úroveň, hlbšiu rovinu podstaty, začleňujúcu objekt do širšieho celku a teda nemožnú bez súvislosti a spojitosti. Nevyčerpatelnosť objektu je daná na

pozadí jeho substanciálnej súvislosti a nie izolovanosti, súvislosti prekračujúcej objekt, relativizujúcej rozdiel medzi ním a okolím.

Medzi statickým a dynamickým aspektom diferencovanosti nie je absolútny rozdiel. Čas ako „dimenzia existencie“ [5], diferencovanosť trvania, je objektívne nemožný bez skutočnej zmeny — procesu čiže bez pohybu. Mechanický pohyb potom vyjadruje súvislosť, spojitosť priestorovej a časovej dimenzionálnosti; je prekonaním dvoch rôznych stránok štrukturovanosti — jednotou priestoročasovej diferencovanosti. Bez priestoru by časová dimenzia v prítomnosti bola len bezrozmerným prienikom minulosti a budúcnosti, „stratila“ by rozmer [5]. Priestor v tomto zmysle diferencuje časovú prítomnosť, relativizuje ju. Bez času by priestor vyjadroval len abstraktnú diferencovanosť prvkov, statickosť, nemennosť tejto štruktúry a teda ich absolútnu identitu znamenajúcu popretie štrukturovanosti. Čas tak predstavuje stránku pretržitosti zmeny priestorovej štrukturovanosti — mechanického pohybu. V náväznosti na gradáciu kvalitatívnych úrovní každej úrovni odpovedá určitá špecifická forma pohybu a konkrétna rovina súvisu je charakteristická aj určitou konečnou priestorovou a časovou diferencovanosťou. Na danej kvalitatívnej úrovni nedochádza pri pohybe k nekonečnému deleniu — „pohybujúce sa teleso delí aktuálne priestor do nekonečna práve tak málo ako ho môžem rozdeliť ja“ [8, s. 238] — ale len po priestorové a im prislúchajúce časové etalóny. Etalóny sú však relatívne; sú štrukturované inou rovinou súvisu. Ich obsažnosť, vnútorná diferencovanosť z hľadiska širšej úrovne potom prekonáva tradičné atomistické stanovisko s problémom atomárnej singularity.⁸ Pretože pohyb reprezentuje súvis prekonávajúci diferencovanosť, ktorá vystupuje v kategóriách priestoru a času, pohyb relativizuje aspekt pretržitosti, „rozmazáva“ ostrú priestoročiasovú diferencovanosť. Obmedzenie je vzájomné — pohyb na danej úrovni je dialekticky doplnený aspektom stálosti priestorovej štrukturovanosti v medziach časového etalónu úrovne.

Až pri uvažovaní najvyššieho nekonečného celku, integrujúcemu v sebe všetky parciálne úrovne, platí predpoklad nekonečnej diferencovateľnosti premietnutý do pojmu potenciálneho nekonečna. Ak však abstrahujeme od vnútorných úrovní a chápeme najvyššiu rovinu ako relatívne im protikladnú, t. j. uvažujeme len o súvislosti prekonávajúcej diferencovanosť a tým dimenziálnosť (aktuálne nekonečno), potom pojmy priestor a čas (reprezentujúce štruktúrovanosť) a tým aj zmeny na tejto úrovni strácajú adekvátnosť. „Kauzálne dianie relatívnych vecí sa vyznačuje zmenou, kým kauzálne dianie absolútna nepripúšťa zmeny

⁸ Postulovanie ohraničenia deliteľnosti znamená popretie obsahu atómu stotožnením obsahu s hranicou. Proti predpokladu „atómu“ času je zameraná apória „Stadión“, kde je veľkosť jednotkového etalónu času skúmaná z hľadiska rôznych vzťažných sústav. Z predpokladu ich rovnocennosti vyplýva rozličná veľkosť základného etalónu, čo je v rozpore s predpokladom jeho invariančnosti.

pre nekonečnú integračno-tvorčiu silu absolútna“. [3, s. 40] Dospievame tu potom k vyčleneniu nemožnosti absolútneho vzniku a zániku, a teda k absolútnemu sebahodnoteniu sa bytia, ku „causa sui“.

Popretie diferencovanosti znamená zobrazenie najvyššej úrovne do bodu. Tým sa proces „završenia“ najširšieho celku spája s procesom nekonečnej deliteľnosti, ústiacej tiež do bezštruktúrneho bodu.⁹ Pravda, popretie diferencovanosti je len *relatívne*, a preto medzi túto totožnosť sa vsúva neobmedzená kontinuálna stratifikácia konečných úrovní, kto rým je zmena imanentná. Bez tejto spojitosti by aktuálne nekonečno bolo bezobsažnou danosťou — ničím. Tým nekonečno vystupuje ako jednota protikladov — aktuálneho a potenciálneho nekonečna a apórie vystihujú túto skutočnosť.

Pretože apória presvedča aj svojou krátkou a výstižnou formuláciou a „vyžaduje“ ako rovnocennú a jej adekvátnu rovnako stručnú odpoveď, formulujeme na záver stručne naše stanovisko:

Ak uvažujeme len o mechanickom pohybe pri podmienke nekonečnej deliteľnosti priestoru, potom má Zenón pravdu. Lenže predpoklad nekonečnej diferencovanosti môžeme vzťahovať len na nekonečné bytie a tu o zmene v zmysle vzniku—zániku či priestorového premiestnenia naozaj nemá význam uvažovať. Práve naopak, tejto úrovni odpovedá absolútne sebahodnotenie a tým stálosť. Na určitej parciálnej kvalitatívnej úrovni je však priestoročasová diferencovanosť relatívne ohraničená, atomizovaná, a tak pohyb tu je nielen možný, ale každej úrovni imanentný. Relatívnosť etalónov znamená, že etalóny danej úrovne nie sú bezobsažné, ale sú opäť štruktúrované hlbšou rovinou podstaty, inou rovinou súvisu. Každéj úrovni je potom vlastná určitá forma pohybu a ich vzájomná súvislosť integratívne vyúsťuje do najvyššej funkčnej kvality, ktorou je „causa sui“.

LITERATÚRA

1. AJDUKIEWICZ, K.: Język i poznanie. Varšava 1965, tom II.
2. CECHMISTRO, I. Z.: Aporii Zenona glazami XX. veka. Voprosy filosofii 1966, č. 3.
3. CIGER, J.: Základy infinitezimálnej logiky a jej axiómy. Bratislava 1949.
4. CIGER, J.: Logika a norma osobnosti. Martin 1984.
5. CIGER, J.: Prednášky na M-F fakulte UK v šk. roku 1982—83.
6. ENGELS, F.: Dialektika prírody. Bratislava 1976.
7. GRÜNBAUM, A.: Modern science and Zeno's paradoxes. London 1968.
8. HEGEL, G. W. F.: Dějiny filosofie I. Praha 1961.

⁹ Preto predpoklad bodovosti času, rozbitie času na bezrozmerné momenty protirečí pohybu, ako to ukazuje apória „Šíp“. „Bodovosťou“ sme sa dostali na pôdu aktuálneho nekonečna a tomu je dimenzionálnosť a tým aj zmena protikladná. Tento problém sa neskôr riešil v matematike (a cez neho aj vo fyzike) v infinitezimálnom počte, v ktorom sa prekonáva tradičné chápanie izolovaného bodu nesúvisiaceho s okolím.

9. JANOVSKAJA, S. A.: Aporii Zenona Elejskogo i sovremennaja nauka. In: Filosofskaja enciklopedija 2, str. 170—174 Moskva 1962.
10. JANOVSKAJA, S. A.: Metodologičeskie problemy nauky. Moskva 1972.
11. K'ESSIDI, F. CH.: Od mýtu k logu. Bratislava 1976.
12. MANEJEV, A. K.: Filosofskij analiz zenonovskich aporij. Minsk 1972.
13. MOSTEPANENKO, A. M.: Priestor a čas v makrosvete, megasvete a mikrosvete. Bratislava 1977.
14. Od Aristotela po Plotina. Antológia z diel filozofov. Bratislava 1971.
15. PANČENKO, A. I.: Aporii Zenona i sovremennaja filosofija. In: Voprosy filosofii 1971. č. 7.
16. Predsokratici a Platón. Antológia z diel filozofov. Bratislava 1970.

РЕШАЕТ ЛИ СУММА БЕСКОНЕЧНОГО ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО РЯДА АПОРИЮ ЗЕНОНА „ДИХОТОМИЯ“

Мариан Скальски

В статье анализируется неадекватность решения апории „Дихотомия“ посредством суммы бесконечного геометрического ряда. Это решение непоследовательно интерпретирует деление расстояния в направлении к цели, в результате чего стирается различие между апорией „Дихотомия“ и апорией „Ахиллес и черепаха“. В результате относительности целого и частей, однако, нельзя предполагать даже преодоление частичного расстояния, а о делении нужно размышлять в направлении к исходному пункту, что делает проблематичным начало движения, а не его завершение. Более того, при интерпретации математической модели заменяется ограничение ряда пределом достижением предела. Анализ решения в дальнейшем ведет к следующему выводу: если мы рассуждаем лишь о механическом движении при условии бесконечной делимости пространства, то потом Зенон прав. Однако, предпосылка бесконечной дифференцируемости можно отнести лишь к бесконечному бытию, а здесь об изменении в смысле возникновения — исчезновения или перемещения в пространстве действительно не имеет смысла рассуждать. Как раз наоборот, этому уровню соответствует абсолютное самообуславливание, а тем самым постоянность. На определенном частичном уровне, однако, пространственно-временная дифференцируемость относительно ограничена, атомизирована, а, следовательно, здесь движение не только возможно, но и имманентно для каждого уровня. Относительность эталонов означает, что эталоны данного уровня не бессодержательны, а вновь структурированы более глубокоим уровнем сущности, иным уровнем связи. Потом, каждому уровню свойственна определенная форма движения, и их взаимосвязь интегративно выливается в наивысшее функциональное качество, т. е. „causa sui“ — лишь относительно им противоположную.

LÖST DIE SUMME DER UNENDLICHEN GEOMETRISCHEN REIHE ZENONS APORIE DER „DICHOTOMIE“?

Marián Skalský

Die Lösung der Aporie „Dichotomie“ mittels der Summe der unendlichen geometrischen Reihe denkt inkonsequent über die Teilung in Richtung auf das Ziel nach. In der Aporie wird aber der Anfang der Bewegung durch konsequente Teilung in Richtung auf den Ausgangsplatz problematisiert. Die Lösung überschreitet obendrein das mathematische Modell, sie verwechselt die Begrenzung der Reihe durch das Limit mit dem Erreichen des Limits. Im Weiteren formuliert der Vf. seinen Standpunkt zur Aporie von Positionen der dialektisch materialistischen Konzeption der Bewegung

aus. Die Aporie widerspiegelt die Gegensätzlichkeit zwischen potentieller Unendlichkeit, die in sich das Endliche erhält, partielle Ebenen, denen die Bewegung immanent ist und aktueller Unendlichkeit als „causa sui“, die relativ das Werden-Vergehen, d.h. die Änderung und Bewegung ausschliesst. Diese Gegensätzlichkeit trägt dialektischen Charakter, die der Begriff des realen Unendlichen als Kontinuität, Einheit der potentiellen und aktuellen Unendlichkeit widerspiegelt.