

tagonizmus medzi vládnúcimi a ovládanými v triednej spoločnosti, vzniká a rozvíja sa skutočná vláda ľudu.

Štvrtá kapitola sa zaoberá vzťahmi medzi vedou, ideológiou a riadením. Kriticky sa analyzujú niektoré buržoázne teórie riadenia — systémový prístup, situačný prístup, zrovnávací prístup a pod. — oceňuje sa ich pozitívny prínos k výskumu zložitých systémov, odhaľuje sa ich obmedzený, sociálno-triedny charakter, prejavujúci sa okrem iného v tom, že vedecnosť týchto teórií (pokiaľ možno o nej hovoriť) je dôsledne podriaďovaná ich straníckemu a ideologickému poslaniu.

Autor monografie zastáva názor, že v súčasnej dobe, keď treba zabezpečiť so všetkou naliehavosťou komplexný, proporcionálny rozvoj socialistickej spoločnosti, požiadavka jednotnej vedy o riadení spoločnosti sa stáva nevyhnutnou. Predkladá stručný náčrt problémov, na riešení ktorých sa podieľajú najmä spoločenské vedy. Hlavnú pozornosť venuje analýze riadenia ako celostného sociálneho javu, jeho ľudským a sociálnym aspektom, ako aj možnostiam a predpokladom, za ktorých sa realizuje ako skutočné vedenie.

V poslednej kapitole sa pojednáva o sociálnych súvislostiach vedy, techniky a riadenia v podmienkach vedecko-technickej revolúcie. Autor sa opiera o spoločné československo-so-

vietske práce *Človek-veda-technika, Socializmus a veda*, ale i ďalšie a predkladá námety na zdokonaľovanie riadenia vedecko-technického pokroku, aby bolo možné efektívne využiť vedu a techniku ako intenzifikačné faktory národohospodárskeho a sociálneho rozvoja k realizácii cieľov rozvinutého socializmu.

V pasáži venovanej základným aspektom riadenia vedy za socializmu autor aplikuje poznatky získané z analýzy hlavných kategórií riadenia na systém riadenia za socializmu. Snaží sa prispieť k tomu, aby všetky komponenty riadiaceho systému vo vede — regulácii, riadení i vedení — vyvíjali sa v súlade so špecifikou vedy, umožňovali harmonický vývoj všetkých zložiek — prírodných, technických, spoločenských vied, základného a aplikovaného výskumu, informačnej, prístrojovej, laboratórnej a experimentálnej základne i kádrové zložky — v súlade s potrebami a záujmami spoločnosti.

Koncepciu predloženú v monografii pokladáme za cenný teoretický a metodologický príspevok k marxisticko-leninskej analýze riadenia. Pracovníkom v oblasti teórie i praxe riadenia poskytuje množstvo podnetov na zamyslenie i hľadanie efektívnych metód k skvalitňovaniu riadiacej praxe.

Emil Duda

MATEMATIKA A FILOZOFIA

J. A. BELAJEV, V. J. PERMINOV: *Filozofické a metodologické problémy matematiky*. Pravda, Bratislava 1984, 203 s.

Sovietski autori si vo svojej práci dávajú za úlohu „podať všeobecnú predstavu o charaktere problémov patriacich pod heslo filozofické otázky matematiky“ (s. 7). To nie je jedno-

duchá úloha i preto, že názory na to, čo patrí medzi tieto otázky, sú pomerne rozmanité. Sú autori, ktorým tieto problémy splyvajú s matematickou logikou, podľa iných zase táto

problematika sa v podstate kryje s dejinami matematiky a sú i autori, ktorí vôbec pochybujú o existencii takýchto otázok.

J. A. Beľajev a V. J. Perminov pristupujú k týmto problémom na základe analýzy vzťahov medzi filozofiou a matematikou v prelomových obdobiach, či krízach vo vývine matematického poznania. Pritom vychádzajú z názoru, že tieto krízy a ich riešenie majú vždy určité filozofické príčiny a pozadie.

Prvým takým prelomovým obdobím je kvalitatívny prechod od empirického a prakticistického charakteru predgréckej matematiky (v Starom Egypte a Babylone existovala matematika len v podobe akýchsi receptov používaných v zememeračstve, vo vojenstve, pri výpočte daní atď.) k teoretickej (deduktívnej) matematike Grékov. Podľa J. A. Beľajeva a V. J. Perminova deduktívny spôsob uvažovania v matematike je možné spájať až s Tálesovým menom (aj keď jeho geometrické dôkazy majú ešte stále veľmi blízko k názornému materiálu) a najmä s pytagorovcami, ktorí sú autormi dôkazu existencie nesúmerateľných veličín — prvého matematického dôkazu v pravom slova zmysle. (Ako je známe, pytagorovci mali svoju ontológiu vybudovanú na celých číslach alebo ich pomeroch. Je „iróniou osudu“, že ich ontologická koncepcia bola narušená práve ich najväčším vedeckým objavom, objavom nesúmerateľných veličín — čísiel iného druhu než sú čísla celé, a to čísiel iracionálnych.)

Autori venujú pozornosť aj Demokritovmu atomizmu. Zdôrazňujú jeho matematické zdôvodnenie: „Demokritos vedel, že pripustenie nekonečnej deliteľnosti úsečky vedie k paradoxu. Ak pripustíme, že úsečka je nekonečne rozdelená, tak posledné prvky delenia sú rovné nule (nemajú nijakú

dĺžku), lebo ak nie sú rovné nule, tak sa delenie nedá pokladať za ukončené. No ak všetky prvky delenia sú rovné nule, tak celá úsečka je rovná nule, pretože ľubovoľné množstvo núl sa nemôže rovnať konečnej veličine.“ (s. 14). Aby sa dalo vyhnúť tomu paradoxu, musí sa uznať existencia ďalej nedeliteľných čiastočiek, atómov.

Druhé veľké prelomové obdobie v dejinách matematiky je spojené s objavom infinitezimálneho počtu v 17. stor. Hlavný filozoficko-metodologický problém spočíval v tom, že hoci algoritmus infinitezimálneho počtu nezodpovedal vtedajším predstavám o striktnosti (nekonečná malá veličina sa raz chápe ako rovná nule, inokedy zase ako rôzna od nuly), predsa dával v aplikáciách presné výsledky. Autori tu v podstate podávajú dejiny filozoficko-matematického zdôvodňovania narábania s nekonečne malými veličinami od Leibniza a Newtona až po Cauchyho.

J. A. Beľajev a V. J. Perminov podávajú aj pestrú históriu zdôvodňovania neeuklidovských geometrií (ich neempirického statusu). Uvažujú o dôvodoch, prečo boli dobove tak ťažko prijímané, o tom, ako v dôsledku ich objavu sa zmenili názory na predmet a metódy matematiky.

Ďalšia prevratná etapa súvisí s teóriou množín, ktorá sa od konca 19. stor. stáva filozoficky najrelevantnejšou matematickou teóriou. (V súvislosti s ňou vznikli vlastne všetky veľké spory v modernej filozofii matematiky.) Teóriu množín začal budovať nemecký matematik Georg Cantor, pričom sa v mnohom inšpiroval dielom Bernarda Bolzana. (Čo do významu vo svojej oblasti znesie Cantorova teória nekonečných množín porovnanie s prevratnými fyzikálnymi teóriami z konca 19. a začiatku 20. stor.) Cantor mal ambície vybudovať neprotirečivú teóriu množín, do jazyka kto-

rej by sa dali pretransformovať všetky matematické disciplíny. Ukázalo sa však, že to nebude taká jednoduchá záležitosť. Už sám Cantor totiž prišiel na to, že jeho teória nekonečných množín obsahuje určité protirečenie, paradox. Tento paradox vyplýva v podstate z toho, že nie všetky pravidlá, s ktorými sa pracuje v oblasti konečných množín, platia aj v oblasti nekonečných množín. V oblasti nekonečných množín sa dá napríklad dokázať, že časť je ekvivalentná celku (presnejšie, v Cantorom zavedených pojmoch, že mohutnosť časti sa môže rovnat mohutnosti celku).

Logické paradoxy, ktoré obsahuje teória nekonečných množín, sa stali uhlovým kameňom filozofie matematiky. Na základe rôzneho vyrovnávania sa s týmto problémom sa formujú základné smery súčasnej filozofie a metodológie matematiky.

Sovietski autori pomerne na malom priestore obsažne vysvetľujú, v čom spočíval program jednotlivých škôl, ich silné a slabé stránky.

Niektorí matematici prijali Cantorovu teóriu množín veľmi negatívne. Prvým a snáď najväčším kritikom a neprajníkom bol už jeho súčasník L. Kronecker, ktorý bol so svojimi názormi vlastne predchodcom jedného z najvplyvnejších smerov, a to intuicionizmu. Kronecker neuvažoval nekonečné množiny, ktoré sú aktuálne dané, ktorých všetky prvky existujú súčasne (tzv. aktuálne nekonečno). Uznával len nekonečno, ktoré sa vytvára neustálym pridávaním alebo odoberaním (tzv. potenciálne nekonečno). Kronecker tvrdil, že zavedenie aktuálneho nekonečna je neužitočné, pretože vedie len k rôznym protirečeniam. Na jeho idey potom bezprostredne nadväzuje zakladateľ intuicionistického smeru L. E. J. Brouwer. Zásady Brouwerovho intuicionizmu pripúšťajú operovať jedine s in-

tuitívne jasnými matematickými objektami. Jeho stanovisko je priamo späté s Kantovou filozofiou, ktorá interpretuje čísla a geometrické útvary ako produkty bezprostredného poznania (čistého nazerania), poznania ktoré je univerzálne a nepochybné. (Na intuicionizmus nadväzuje tzv. konštruktivistická matematika a vôbec počítačová matematika, ktorá s aktuálnym nekonečnom a vôbec s nekonečnom nepracuje.) Autori v týchto častiach podnetne a zaujímavo vysvetľujú, čo je to konštruktívny dôkaz, prečo v intuicionistickej logike neplatí zákon vylúčenia tretieho atď.

Iné smery šli inou cestou, hľadali spôsob ako eliminovať uvedené paradoxy teórie množín. So svojou koncepciou prišiel B. Russell. Vychádzal z toho, že všetky logické paradoxy sa dajú zredukovať na antinómiu klamára a ich spoločný zdroj je v tom, že v tvrdení sa vyjadruje nielen myšlienka o niektorých vo vzťahu k nemu vonkajších predmetoch, no zároveň aj o samotnom tvrdení (tzv. samoreferentné výroky). Russell na základe svojej teórie typov nepripúšťa tvrdenia tohto druhu. Rozlišuje rôzne úrovne logického usudzovania. Podstata jeho teórie je v tom, že matematické výroky sa delia na triedy podľa definičného oboru. Výroky o vlastnostiach nejakých objektov patria do prvého typu, ale výroky o vlastnostiach týchto vlastností sú už výrokmi druhého typu atď. (Podľa Russella sa Frege mýlil práve v tom, že pripúšťal univerzálny definičný obor pre ľubovoľné premenné.) Sovietski autori ďalej podávajú niektoré základné idey teórie logicizmu vyložené v Russellovom a Whiteheadovom fundamentálnom diele *Principia Mathematica*, cieľom ktorého bolo previesť celú matematiku na logiku, riešiť problém základov samotnej logiky tu nemá zmysel. Pretože v systéme logicizmu

je logika poslednou inštanciou spoľahlivosti [s. 75].

Tretím najvýznamnejším smerom filozofie matematiky na začiatku 20. stor. je Hilbertov radikálny formalizmus. Aj tu ide o vybudovanie neprotirečivých základov matematickej teórie, a to ich formalizáciou a axiomatizáciou. Hilbertova myšlienka spočívala v dôkaze neprotirečivosti aritmetiky, bez odvolávania sa na nejakú inú teóriu, pri vychádzaní výlučne z jej znakovkej štruktúry, z jej určitých syntaktických charakteristík. Hilbert bol pevne presvedčený, že sa to dá realizovať a týmto spôsobom sa vybudujú spoľahlivé základy matematiky. Toto presvedčenie bolo viacmenej všeobecným až do publikovania Gödelových viet začiatkom 30. rokov. Prvá Gödelova veta (o úplnosti) hovorí, že ak daný formálny systém obsahujúci aritmetiku je neprotirečivý, tak je neúplný, t. j. obsahuje tvrdenia, ktoré sú v tomto systéme nedokázateľné a nevyvrátiteľné. Teda nie každé tvrdenie obsahovej aritmetiky je možné získať zo striktnie formulovaných axiém na základe pravidiel odvodzovania, čo znamená, že obsahovú aritmetiku nie je možné úplne sformalizovať. Ostáva vždy nejaký neformalizovateľný zvyšok.

Hilbert chcel vybudovať klasickú matematiku na neprotirečivých formálnych systémoch. Gödel však dokázal, že ak formálny aritmetický systém je neprotirečivý, tak neexistuje dôkaz jeho neprotirečivosti, ktorý by bolo možné previesť prostriedkami formalizovanými v tomto systéme (tzv. veta o neprotirečivosti). Dá sa to urobiť len prostriedkami silnejšej, bohatšej teórie, ale zase jej dôkaz neprotirečivosti sa musí urobiť ešte v silnejšej teórii atď. Z čoho je možné usúdiť, že úplnú formalizáciu matematiky, ako ju mal na mysli Hilbert, nie je možné uskutočniť.

Obdobie od publikovania Gödelových viet je možné kvalifikovať ako ďalšie prelomové obdobie — charakterizované rôznymi pokusmi o interpretáciu filozoficko-metodologických dôsledkov týchto viet. Práca sovietskych autorov je už aj pokusom o reflektovanie tohto postgödelovského pohybu vo filozofii matematiky (najmä v častiach o matematickom empirizme a nominalizme). Skutočnosť, že dosiahnutie absolútnej striktnosti nie je možné, ako to dokázal Kurt Gödel, vedie niektorých autorov k úsiliu znovu hľadať zdôvodnenie a zdroj vývinu matematiky nie v dosahovaní logickej neprotirečivosti, ale v obsahovej (empirickej) sfére. Najvýraznejšou osobnosťou v tomto smere je Imre Lakatos. Lakatos odmieta euklidovský, respektíve kvázieuklidovský ideál, ktorý funguje v školách logicizmu, intuicionizmu a formalizmu. Podľa neho vývin matematického poznania je analogický s vývinom v experimentálnych vedách, tiež musí byť overiteľný empirickými faktami. Podľa J. A. Beľajeva a V. J. Perminova Lakatos má pravdu, keď kritizuje logicizmus, intuicionizmus a formalizmus, pretože tieto smery mali tendenciu odtrhovať formálne od obsahového, ide však do opačného extrém, keď chce stotožniť obsahové s formálnym. Gödelove vety síce poukazujú na hranice formalizácie a axiomatickej metódy, čo však neznamená jej odmietnutie, ani nijako to neznižuje pokusy o formálne vyjadrenie matematických teórií pre najrozličnejšie ciele [s. 89].

Inou vplyvnou súčasnou koncepciou základov matematiky, ktorá sa snaží vyhnúť paradoxom vyplývajúcim z teórie množín, je nominalizmus W. V. Quina. V čom je podstata nominalistickej interpretácie základov matematiky: „Útok nominalistov je namierený predovšetkým proti pojmu „trieda“ používaného v tradičnej teórii mno-

žín. Podľa ich mienky (do značnej miery oprávnenej) paradoxy teórie množín sa objavujú práve v dôsledku nekontrolovaného používania tohto pojmu.“ (s. 131). Program nominalistov sa dá charakterizovať ako redukcia tvrdení tradičnej matematiky spojených s pojmom množiny alebo triedy na tvrdenia o individuách, o prvkoch tých tried. Nominalizmus je zameraný proti platonistickej interpretácii abstraktných objektov (množine nie je možné pripísať také isté bytie ako jednotlivému elementu — cantorovská teória trpí paradoxami práve preto, že medzi tým nerozlišuje). Na druhej strane však prostredníctvom nominalistických požiadaviek sa aparát matematiky stáva veľmi zložitým, pričom mnohé problémy vypadávajú, čo matematiku ochudobňuje a zužuje jej možnosti.

Autori venujú pozornosť aj niektorým súčasným aktuálnym problémom. Uvažujú napríklad o statuse ideálnych objektov v štruktúre matematickej teórie, o ich empirickej interpretácii i o ich vzťahoch k formálnemu aparátu, a to na príklade Misesovej teórie pravdepodobnosti a v úvahách o geometrii reálneho priestoru.

Zaujímavému problému je venovaná aj posledná kapitola o tzv. ma-

tematickom anticipovaní. Autori tu síce nepodávajú celkom uspokojivé riešenie problému (ich interpretácia je zväčša len špekulatívno-psychologického rázu), ale formulácia problému je nesporne aktuálna: Ako zdôvodniť fakt, že abstraktné matematické štruktúry vytvorené z čisto logických dôvodov, t. j. bez akéhokoľvek kontaktu s empirickým materiálom zrazu alebo po čase nadobúdajú empirickú interpretáciu? Hľadanie netriviálnej odpovede na túto otázku nesporne patrí medzi najdôležitejšie problémy súčasnej filozofie vedy.

Podľa nášho názoru sovietski autori vo svojej práci pomerne prístupným a zrozumiteľným spôsobom načrtávajú bohatú panorámu filozofických a metodologických problémov matematiky. Práca je preto vhodná i pre čitateľa, ktorého erudícia v tejto oblasti nie je veľká. Na druhej strane však kniha môže zaujať i vysokokvalifikovaného odborníka, pretože nastoľuje najpálčivejšie a najnáročnejšie problémy v danej oblasti. Monografia sovietskych autorov nesporne prispeje aspoň k čiastočnému vyplneniu prázdna, ktoré existuje u nás v oblasti filozofie matematiky.

Ján Rybár

MATERIALISTICKÁ DIALEKTIKA AKO ZÁKLAD VEDECKÉHO SVETONÁZORU

Materialističeskaja dialektika kak osnova naučnogo mirovozzrenija. Izd. Leningradskogo universiteta, Leningrad 1982, 114 s.

V kolektívnej monografii leningradskej univerzity, ktorej zodpovednými redaktormi sú V. G. Ivanov a V. P. Rožin, sa v centre pozornosti nachádzajú problémy formovania a fungovania vedeckého, komunistického svetonázoru. Materialistická dialek-

tika sa chápe ako základ tohto procesu, ako podstata a metóda vedeckého svetonázoru.

Áká je podstata svetonázoru a najmä vedeckého svetonázoru? Čo pod týmto pojmom chápu autori tejto monografie? Svetonázor v najširšom