

METODA PŘIROZENÉ DEDUKCE V BOLZANOVĚ NAUCE O ÚSUDCÍCH¹

KAREL BERKA, Ústav pro filozofii a sociologii ČSAV, Praha

BERKA, K.: The Method of Natural Deduction in Bolzano's Theory of Inference. *Filozofia* 37, 1982, No. 3, p. 360—377

In the paper, concentrated on the historical analysis of Bolzano's *Wissenschaftslehre* the author makes it his aim to given an interpretation and formal reconstruction of some basic characteristics of Bolzano's theory of inference. He first sums up conceptual starting points of Bolzano's conception where he critically re-values Aristotelian and traditional theories of syllogism and at the same time he develops his specific theory of deduction which is in many cases very near to the ideas of the algebra of logic. The author then analyzes in detail ten chosen syllogistic moods. Many of them appear to be founded on the laws of logic of classes, which were not known in Bolzano's days. Validity of the syllogistic moods are proved by Bolzano by means of direct and indirect proof, in one case even by means of direct proof, founded on additional presuppositions. Bolzano, however, does not give all steps in the proof procedure as he considers some of them intuitively evident, e.g. the use of the rule of introducing or eliminating conjunction. Proof procedures that are done by Bolzano show well enough that he anticipated the method of natural deduction to a great degree, systematically worked out as late as in the thirties of our century.

V návaznosti na předcházející rozbor Bolzanovy nauky o úsudcích (1, s. 888—909) zamýšlíme v této stati analyzovat a formálně rekonstruovat některá základní úsudková schemata, jak jsou uvedena ve čtvrté hlavní části *Elementární nauky* jeho *Vědosloví*, nazvané *O úsudcích*. (2, s. 391—568; 6, s. 292—297) Klademe si přitom za cíl prokázat, že se Bolzano ve svých důkazech platnosti jednotlivých úsudkových schemat opírá intuitivně o metodu přirozené dedukce. Tato metoda byla sice známá již antickým autorům — Aristotelovi a Chrysipoovi, stala se však předmětem intenzivního studia až v třicátých letech našeho století. (3, s. 189 nn) Abychom nepřekročili rámec historické analýzy, o níž soudíme, že nám nejlépe napomáhá dokreslit Bolzanovo místo v celkovém vývoji logiky, omezíme svou rekonstrukci jenom na ty případy (pocho-pitelně ne na všechny), v nichž je uplatnění této metody v dostatečné míře podloženo jeho verbálně formulovanými důkazy. Z téhož důvodu také nehodláme generalizovat analyzované důkazy a systematizovat je v ucelený, konzistentně rozpracovaný systém přirozené dedukce, jak se o to pokusil B. I. Fedorov. (4, s. 110 nn)

Do jaké míry se Bolzano ve své nauce o úsudcích konceptuálně i operacionálně přiblížil soudobým poznatkům o metodě přirozené dedukce? Abychom mohli na tuto otázku dát přiměřenou odpověď, pova-

¹ Věnováno životnímu jubileu významného slovenského logika akademika Vojtěcha Filkorna.

žujeme za nezbytné dodržovat co nejvěrnější interpretaci textu *Vědosloví*. Proto budeme vždy uvádět jeho slovní formulace paralelně s jejich formálním přepisem. Naše rekonstrukce bude provedena ve dvou etapách. Nejprve shrneme na základě již dříve provedeného rozboru všechny relevantní obsahové i formální charakteristiky Bolzanovy nauky o úsudcích a teprve potom uvedeme řadu důkazů, v nichž Bolzano využíval metodické prostředky a postupy, jež jsou specifické pro odvozování v systému přirozené dedukce.

Základní charakteristiky Bolzanovy nauky o úsudcích

Bolzanova nauka o úsudcích je budována na kritickém přehodnocení tradiční i aristotelské sylogistiky a na specifické interpretaci nauky o kategorických soudech, tzv. subjekt-predikátových výrocích.

1. Ve své koncepci zavádí Bolzano místo spony „je“ sponu „má“, takže základním schematickým vyjádřením S-P výroků je „A má b“, respektive „A má (vlastnost) b“, nebo „A má (vlastnost) nějakého B“. Rozdíl mezi těmito formulacemi, založený na ontologické diferenciaci věcí (předmětů) a vlastností (atributů), který však Bolzano na logické úrovni koneckonců zanedbává, tkví v tom, že písmena A, B, C, ... označují tzv. konkréta, t. j. představy předmětů, přesněji řečeno předměty $\alpha, \beta, \gamma, \dots$, jež pod tyto představy spadají, kdežto písmena a, b, c, ... tzv. abstrakta, t. j. představy vlastností, jež se o předmětech $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ vypovídají. Bolzano zavádí i formulaci „Co má a, má b“, resp. „Něco, co má a, má b“, v níž se abstrakta a, b vztahují na blíže neurčená konkréta. Aby mohl srovnávat svou koncepci s tradičním pojetím, používá ovšem i běžné formulace „A je B“, respektive „A je nějaké B“ a pod.

2. Na rozdíl od aristotelské a tradiční logiky zahrnuje v Bolzanově koncepci obor proměnnosti subjektivních a predikátových představ nejen ‚negované‘ predikáty *ne-A*, *ne-B*, *ne-C*, t. j. doplňkové třídy A' , B' , C' , ale i ‚negované‘ subjekty. Zřejmě právě z tohoto důvodu používá Bolzano různé varianty výrazu „Co má a, má b“, např. „Co nemá a, nemá b“, respektive v jeho formálním zápise „[Něco] $(na + nb)$ “.²

3. Do oboru proměnnosti subjektivních a predikátových představ Bolzano nezahrnuje dvě představy: bezpředmětnou představu *Nichts* (*Nicht Etwas*), jež má prázdný rozsah, a představu něčeho vůbec — *Nichts überhaupt*, která má největší rozsah a obsahuje tedy „každé libovolné něco“. Touto eliminací prázdné a univerzální třídy z oboru proměnnosti termínů kategorických soudů anticipuje Bolzano tzv. definitní kalkul tříd. (5, s. 82 nn) Ve svých dedukcích však nicméně využívá předpokladů i závěrů, že nějaká představa je prázdná, nebo že to je představa s největším rozsahem.

² Doplňky představ vyjadřuje Bolzano i pomocí výrazů *Neg. A*, *Neg. B*, *Neg. C*, ... *Non A*, *Non B*, *Non C*, ... nebo *non a*, *non b*, *non c*, ...

4. Základní formu S-P výroků „A má b“ interpretuje Bolzano jako výraz obecných výroků. Předpokládá totiž, že jejich subjektem je vždy rodový pojem. Pokud tomu tak není, pak explicitně poznamenává, že představa A je singulární. Obecné výroky neformuluje však ani pomocí kvantifikátorů „každý“ nebo „všichni“, protože je chápe v distributivním významu: „každý jednotlivě“. Z tohoto důvodu pokládá takové výroky jako např. „Člověk je smrtelný“, „Všichni lidé jsou smrtelní“. „Každý člověk je smrtelný“, „Lidé jsou smrtelní“ za ekvivalentní. Protože uznává zákony ekvipolence, např. mezi výroky „Žádné A není B“ a „Každé A je *ne-B*“ nebo mezi výroky „Některá A nejsou B“ a „Některá A jsou *ne-B*“, nerozlišuje namnoze mezi kladnými a zápornými S-P výroky: záporné výroky interpretuje jako kladné výroky s „negovaným“ predikátem, t. j. výroky obsahující v predikátu doplňkovou třídu.

5. Specifickým rysem Bolzanovy koncepce je zavedení předpokladu *předmětnosti*, který se primárně vztahuje na představy a sekundárně pak i na výroky. Předmětné představy jsou takové představy, jimž odpovídá alespoň jeden předmět. Představy, jež nemají žádný předmět, jsou pak bezpředmětné. Požadavek předmětnosti pojímá Bolzano ve smyslu logické existence: má z jeho nauky o úsudcích vyloučit představy logicky sporných objektů a logicky inkonzistentní výroky.

6. Požadavek předmětnosti podmiňuje i jeho pojetí negace a nepravdivosti. Bolzano sice hovoří o záporných S-P výrocích, např. „Některá A nejsou B“, nebo o nepravdivých výrocích, např. „Je nepravdivé, že všechna A jsou B“, respektive „Že všechna A jsou B, je nepravdivé“, nebo „Je nepravdivé, co má a, má b“, ale ve svém vlastním formálním vyjadřování dává přednost formulacím, jež obsahují „metapredikáty“ „nemá předmětnost“, respektive „je bezpředmětný“, např. „Představa [něco] (*na + b*) nemá předmětnosti“ nebo „Představa nějakého A, která má b, je bezpředmětná“.

7. Výroky předmětnosti se mohou vztahovat pouze na jednu proměnnou představu, např. „Představa nějakého A má předmětnost“. Tyto výroky jsou nadřazeny partikulárním výrokům typu „Některá A jsou B“, respektive „Existuje alespoň jedno A, které je zároveň B“. Tyto částečné či existenční S-P výroky interpretuje Bolzano jako výroky předmětnosti, totiž ve smyslu „Představy nějakého A, které je zároveň B“ nebo také jako výroky slučitelnosti: „Představy A a B jsou slučitelné“.³ (6, s. 43 n) Na základě své nauky o jednoduchých a složených představách rozšiřuje obdobně i tradiční pojetí dvoučlenných S-P výroků o výrazy obsahující libovolný počet jednoduchých představ, obecně vyjádřeno ve tvaru „Představa [něco] (*a + b + c + ...*) má předmětnost“. Tato výroková forma znamená pro Bolzana totéž co výraz „Soubor představ A, B, C, ... má vlastnosti souboru samých slučitelných představ“.

8. Požadavek předmětnosti má konečně zcela zásadní význam pro

³ Slučitelnost je pro Bolzana jednou z nutných podmínek odvoditelnosti; jinak řečeno: odvoditelnost je zvláštním druhem slučitelnosti.

jeho interpretaci S-P výroků. V souladu s Aristotelovým pojetím, implicitně podloženým jeho důkazy pomocí tzv. vynětí, které v tradiční logice nebylo vzato v úvahu, Bolzano požaduje, aby nejen v částečných, ale i v obecných S-P výrocích byly subjektové a predikátové představy předmětné, tudíž neprázdné. Rozšíření požadavku předmětnosti jakožto nutné podmínky pravdivosti partikulárních výroků i na obecné výroky není nikterak v rozporu s Bolzanovým způsobem vyjadřování jednotlivých druhů S-P výroků. Vycházejí z existenční povahy partikulárních výroků, jak to později důrazně požadovali představitelé tzv. algebry logiky, vyjadřuje Bolzano částečné kladné výroky, např. „Některá A jsou B “ ve tvaru „Představa $[A]$ b má předmětnost“ nebo „Představa [něco] $(a + b)$ má předmětnost“, a částečné záporné výroky, např. „Některá A nejsou B “, ve tvaru „Představa $[A]$ $n b$ má předmětnost“ nebo „Představa [něco] $(a + n b)$ má předmětnost“. S využitím zákonů kontradikce mezi S-P výroky, jež jsou tradičně ilustrovány pomocí tzv. logického čtverce, vyjadřuje pak obecné výroky jako výroky bezpředmětnosti: obecný kladný výrok, např. „Každé A je B “ pomocí výrazu „Představa [něco] $(a + n b)$ nemá předmětnost“ a obecný záporný výrok, např. „Žádné A není B “, ve tvaru „Představa [něco] $(a + b)$ nemá předmětnost“.

Lze snadno nahlédnout, že tyto Bolzanovy formulace plně odpovídají běžnému formálnímu zápisu S-P výroků v logice tříd. Rozdíl mezi obecnými a částečnými výroky je podmíněn způsobem spojování termínů v nich obsažených. V částečných výrocích jsou i složené představy [něco] $(a + b)$ a [něco] $(a + n b)$, respektive [něco] $(n a + b)$ a [něco] $(n a + n b)$, předmětné, t. j. neprázdné, ale v obecných výrocích jsou tyto složené představy bezpředmětné, t. j. prázdné.

Bolzanovu formulaci obecných S-P výroků ve tvaru „Co má a , má b “ lze chápat i jako anticipaci implikativního vyjádření těchto výroků v predikátové logice: „Pro všechna x : jestliže x má vlastnost a , pak x má vlastnost b “. Bolzano sám to někdy vyjadřuje takto: „Jestliže každý předmět je A , pak je také B “.

9. Bolzano uznává tzv. bezprostřední úsudky tradiční logiky, požaduje však, aby v nich byla explicitně vyjádřena dodatečná premisa předmětnosti. Pak obsahují ovšem tyto bezprostřední úsudky dvě premisy, takže jsou z hlediska tradiční logiky vlastně zprostředkované. Proto také Bolzano odmítá oprávněnost diferenciací bezprostředních a zprostředkovaných úsudků.

10. Na rozdíl od aristotelské i tradiční logiky uznává za platné i takové sylogismy, v nichž termíny závěru nejsou obsaženy v premisách a rovněž i takové sylogismy, jejichž závěry jsou vyvozovány ze dvou záporných nebo ze dvou částečných premis. Takové úsudky, jež obsahují navíc ještě další explicitně formulované premisy nebo jen implicitně přijímané předpoklady, překračují ovšem rámec sylogistiky, jak ji vytvořil již Aristoteles.

11. Bolzanova nauka o úsudcích je uvedena výkladem tří obecných pravidel, „podle nichž lze vyhledávat závěry k daným premisám“: pravidla řetězového úsudku, dedukčního teorému, přičemž však množina premis musí obsahovat alespoň jeden prvek, a pravidla důkazu sporem. (6, s. 295 nn) Teprve potom následuje kombinatoricky podložený rozbor třinácti skupin úsudků, jež se navzájem odlišují podle povahy premis a jejich vzájemných spojení. Největší pozornost věnuje Bolzano prvním čtyřem skupinám: první obsahuje jednu, dvě nebo více premis formy „A má b“, druhá alespoň jednu ‚negovanou‘ premisu první skupiny, třetí alespoň jednu premisu předmětnosti či bezpředmětnosti a čtvrtá singulární premisy předmětnosti či bezpředmětnosti. Úsudky sedmé až třinácté skupiny zahrnují premisy, jež vyjadřují různé vztahy mezi představami ve smyslu výkladu o vztazích slučitelnosti, odvoditelnosti, rovnocinnosti, protikladu, exkluze a pravděpodobnosti, jak byl podrobněji rozveden v třetím oddíle druhé hlavní *Fundamentální nauky*.

12. Ve své nauce o úsudcích využívá Bolzano známá závěrová pravidla *barbara*, *celarent*, *darrii*, *ferio* a jiné platné mody assertorické sylogistiky. Uplatňuje pochopitelně i řadu dalších pravidel tradiční logiky: *kontradikce* mezi obecnými a částečnými výroky opačné kvality, *kontrárnosti* mezi obecnými výroky opačné kvality, *subalternace* mezi obecnými a částečnými výroky téže kvality, *prostého obratu* pro obecné záporné a částečné kladné výroky, *obratu po případě* pro obecné kladné výroky, *ekvipolence* využívající ekvivalence mezi výroky opačné kvality s ‚negovaným‘ predikátem, *prosté kontrapozice* mezi obecnými kladnými a částečnými zápornými výroky, jež jsou založena na prostém obratu a užití doplňkových tříd v subjektu a predikátu a pod.

Bolzano formuluje však i řadu úsudků, jež jsou závislé nebo jsou dokonce specifikacemi různých zákonů a pravidel výrokové logiky a logiky tříd. Využívá např. zákon zesilování premis, zákon závěrové konjunkce, zákon premisové alternativy, zákon tranzitivnosti pro implikaci i inkluzi, zákony neutrálnosti a agresivnosti pro průnik, pravidla modus ponens (pravidlo odloučení), modus tollens, ponendo tollens a tollendo ponens, pravidla pro eliminaci a zavádění konjunkce a pod.

Odvozování v systému přirozené dedukce

Dříve než rozebereme některé Bolzany důkazy v rámci systému přirozené dedukce, měli bychom se pokusit nalézt nějakou plauzibilní odpověď na zásadní otázku. Odkud vlastně čerpá inspiraci pro tento způsob dokazování?

Bolzano mohl nepochybně navazovat na své vlastní zkušenosti z různých oblastí matematiky, kde důkazy pomocí přímého a nepřímého důkazu z určitých předpokladů, např. definic, jsou vždy mnohem běžnější a přirozenější, zejména v rozvíjejících se matematických teoriích,

než mnohem složitější způsob dokazování v rámci nějakého axiomatického systému. Další podnět mohl nalézt v Aristotelově sylogistice, v níž jsou nedokonalé módy vedlejších figur „redukovány“ na dokonalé módy pomocí tří důkazových metod: přímého a nepřímého důkazu a důkazu vynětím. Bylo to ovšem teprve nedávno, kdy bylo prokázáno (7, s. 85—131; 8, s. 879—896), že Aristotelovu sylogistiku je třeba chápat jako systém přirozené dedukce. První, základní systém assertorické sylogistiky, jak je vybudován v kapitolách 2, 4 až 6 první knihy *Prvních analytik*, obsahuje jako základní pravidla čtyři dokonalé sylogismy první figury a tři pravidla obratu jako odvozené pravidla. Kromě toho jsou zde implicitně předpokládány ještě pravidla kontradikce a kontrárnosti a intuitivně jsou využívána i pravidla pro eliminaci a zavádění konjunkce. Nelze však ani opomenout to, že rozpracování metody přirozené dedukce a jiných variant pravidlové logiky v pracích St. Jaškowského, G. Gentzena a dalších autorů bylo bezprostředně spjato s vytvářením logické sémantiky a se sémantickou fundací logiky, kterou Bolzano ve svém „pokusu o zevrubný a převážně nový výklad logiky“ v podstatné míře antipoval.

Co ovšem Bolzana opravdu inspirovalo k tomu, aby ve své nauce o úsudcích využíval metodu přirozené dedukce, nelze dnes říci. V souladu se svou historickou orientací se vždy kriticky vyrovnával v obsáhlých poznámkách k jednotlivým paragrafům *Vědosloví* a v případě takové základní logické teorie, jakou je právě nauka o úsudcích, i ve zvláštním dodatku (2, s. 515—568) s názory svých předchůdců a současníků. Mohl si proto velmi dobře uvědomit, v čem se jeho vlastní stanovisko shoduje a v čem se odlišuje od Aristotelovy koncepce. Bolzano kritizuje jeho argumentaci vztahující se na počet sylogistických figur, odmítá jeho tvrzení, že termíny závěru musí být explicitně vyjádřeny v premisách, nevznáší však žádnou námitku proti tomu, jak Aristoteles dokazuje platnost nedokonalých sylogistických módů. Tento způsob dokazování považoval zřejmě za něco zcela přirozeného. Jeho přesvědčení o metodologické plodnosti přirozené dedukce bylo natolik silné, že dokonce překlenulo jeho zásadní výhrady proti oprávněnosti používat ve vědeckých důkazech — při *důvodňování* — nepřímý důkaz, které byly podmíněny jeho filozofickými představami o objektivní souvislosti pravdivých vět o sobě. (9, s. 29—42)

Jakým způsobem prováděl Bolzano své důkazy a z jakých předpokladů přitom vycházel, lze nejlépe osvětlit konkrétní rekonstrukcí jeho důkazů. Analyzované příklady se budou vztahovat jenom na první tři skupiny úsudků, protože v ostatních skupinách uvádí Bolzano jednotlivé úsudky bez podrobněji rozvedených důkazů. Avšak i v mnohem detailněji rozpracovaném výkladu úsudkových schemat prvních tří skupin nedokazuje platnost každého z nich explicitně. Spoléhá se totiž na intuici svých čtenářů, které není třeba výslovně upozorňovat na to, že z daného

spojení premis plyne závěr „velmi přirozeným způsobem“ (§ 227; II 412)⁴, neboť to prostě každý vidí“. (§ 230; II 420)

Při rekonstrukci Bolzanových důkazů budeme na základě jeho formulace dedukčního teorému vyjadřovat úsudková schemata jako implikativně formulované logické teze, jejichž antecedent tvoří konjunkce premis a jejichž konsekventem je závěr úsudkového schematu.

Vzhledem k tomu, že Bolzanova symbolika není jednotná a že se v ní odrážejí různé interpretace S-P výroků, které jsou někdy funkčně využívány pro explikaci jeho kvazi-formalizovaného jazyka, považujeme za vhodné uplatňovat v našem zápise variantní symbolizaci. Proto také budeme vyjadřovat S-P výroky tradičním způsobem i v symbolice logiky tříd⁵, totiž

obecný kladný výrok	:	$A \text{ a } B, AB' = 0$
obecný záporný výrok	:	$A \text{ e } B, AB = 0$
částečný kladný výrok	:	$A \text{ i } B, AB \neq 0$
částečný záporný výrok	:	$A \text{ o } B, AB' \neq 0.$

V závislosti na jeho způsobu vyjadřování budeme zapisovat negaci těchto výroků či tvrzení o bezpředmětnosti nějaké složené představy pomocí výrokotvorného funktoru negace nebo pomocí znaku rovnosti či nerovnosti, např. negaci obecného kladného výroku ve tvaru $\neg (A \text{ a } B)$ nebo $AB' \neq 0$, negaci částečného kladného výroku ve tvaru $\neg (A \text{ i } B)$ nebo $AB = 0$.

V následujícím výroku rozebereme celkem deset úsudkových schemat Bolzanovy nauky o úsudcích včetně důkazů. Jednotlivé příklady jsme shrnuli do několika skupin.⁶

Bolzano uplatňuje metodu přirozené dedukce v první řadě ve svém kritickém výkladu assertorické sylogistiky. Jako první příklad uvedeme přímý důkaz modu *fesapo* IV. figury:

„Z šestého spojení konečně „Co má *a*, má *b*“ a „Co má *c*, nemá *a*“ lze nejdříve odvodit závěr „že všechno, co má *b*, má také *c*, je nepravdivé.“

Neboť kdyby byla pravdivá věta „Všechno co má *b*, má také *c*“, vedla by tato věta ve spojení s první premisou „Co má *a*, má *b*“ ... k závěru „Co má *a*, má také *c*“ k tvrzení, jež odporuje druhé premise „o má *c*, nemá *a*“. (§ 227, 10; II 413)

O tomto úsudkovém schematu Bolzano v poznámce (II 414) poznamenává, se od modu *fesapo* odlišuje jedině zaměněním pořadím premis. Tento rozdíl je nepodstatný, protože pořadí premis v sylogismech je třeba pokládat za libovolné. Možnost zaměňovat v sylogismu jeho pre-

⁴ Všechny odkazy se vztahují na první vydání Bolzanova *Vědosloví*, svazek druhý.

⁵ Podle potřeby použijeme ještě dalších výrazových prostředků logiky tříd.

⁶ Celý důkazový postup zkracujeme tím, že při zápisu předpokladů využíváme okamžitě pravidlo eliminace konjunkce. Vyskytl-li se v premisách a v závěru totéž tvrzení o předmětnosti nějaké představy, použijeme zákon tautologie nebo toto existenci tvrzení vynecháme.

misy je dáno komutativností konjunkce. Bolzano toto oddůvodnění ovšem neuvádí, protože záměnu premis považuje za zcela triviální operaci.

Vyjádříme-li toto úsudkové schema jako logickou tezi

$$(1) \quad A \text{ a } B \wedge C \text{ e } A \rightarrow \neg (B \text{ a } C),$$

respektive v jazyku logiky tříd

$$(1') \quad AB' = 0 \wedge CA = 0 \rightarrow BC' \neq 0,$$

můžeme Bolzanův nepřímý důkaz rekonstruovat takto:

(1)	$A \text{ a } B$	
(2)	$C \text{ e } A$	předpoklady
(3)	$B \text{ a } C$	předpoklad nepřímého důkazu
(4)	$A \text{ a } B \wedge B \text{ a } C$	(1), (3): zavedení konjunkce
(5)	$A \text{ a } C$	(4): pomocí modu <i>barbara</i>
(6)	$A \text{ e } C$	(2): prostý obrat
	spor	(5), (6).

Bolzanův důkaz je ovšem kratší: neobsahuje některé kroky, které považuje za zřejmé, totiž eliminaci a zavedení konjunkce a prostý obrat.

Dále je třeba upozornit na to, že konkrétnost výroků typu $A \text{ a } C$ a $A \text{ e } C$ je slabší než požadovaná kontradikce předpokladu nepřímého důkazu s nějakým jiným řádkem důkazového řetězce.

V rozporu se svým požadavkem předmětnosti a svou vlastní praxí neuvádí ani dodatečnou existenční premisu $A \neq 0$, která je v tomto případě dokonce nutná. Nezbytnost této dodatečné premisy je dána tím, že zde — obdobně jako u modů *darapti* nebo *felapton* III. figury — se vyvozuje ze dvou obecných premis částečný závěr. Rozšíříme-li logickou tezi (1') o tuto existenční premisu.

$$(2) \quad AB' = 0 \wedge CA = 0 \wedge A \neq 0 \rightarrow BC' \neq 0$$

a uplatníme-li na ni složený zákon transpozice implikace

$$(3) \quad AB' = 0 \wedge CA = 0 \wedge BC' = 0 \rightarrow A = 0,$$

je to zcela zřejmé.

Pomocí nepřímého důkazu dokazuje Bolzano v souladu s aristotelickou tradicí pochopitelně i mody *baroco* a *bocardo* (§ 231; II 424). V následujících důkazech však již tuto tradici velmi výrazně překračuje.

Ukážeme to nejdříve na rozboru úsudkového schematu, které Bolzano považuje za základ pro charakterizaci tří modů tradiční sylogistiky: pro mody *festino* a *baroco* II. figury a pro modus *fresiso* IV. figury.

„Jsou-li konečně dány obě premisy „Co má *a*, má *b*“ a „Představa [něco] (*non a* + *c*) má předmětnost“, pak ukazuje druhá premisa, že i představa nějakého [něco] *non b* je předmětná, a pak plyne z první premisy závěr „Co nemá *b*, nemá ani *a*.“

Z toho je však patrné, že každé *ne-B* je *ne-A*. Existují-li tedy, jak se vypovídá v nižší premise, umčítá *ne-B*, jež jsou zároveň *C*, existují i některá *ne-A*, jež jsou zároveň *C*; neboli platí další závěr „Také představa [něco] (*non a* + *c*) má předmětnost“ (§ 235, 11 — 12; II 440).

Shrnutí tří různých modů tradiční sylogistiky pod jedno úsudkové schema je umožněno těmito skutečnostmi:

(i) Bolzano, jak výslovně podotýká v poznámce (II 414), pojímá výraz „Co má a , má b “, respektive „ A je B “, na základě ekvipolence za formulaci obecného výroku bez ohledu na jeho kvalitu.

(ii) Výrazy $[C]$ *non* b a $[ne-B]$ c , t. j. průniky CB' a $B'C$, respektive $A'C$ a CA' , pokládá za symbolické vyjádření rovnomocných, vzájemně zaměnitelných složených představ.

(iii) Bolzano využívá i ekvipolenci mezi částečným záporným a částečným kladným výrokiem s ‚negovaným‘ predikátem.

Jak bude zřejmé z rekonstrukce tohoto úsudkového schematu

$$\begin{array}{c} A \text{ a } B \\ B' \text{ i } C \\ \hline A' \text{ i } C, \end{array}$$

opírá se Bolzano ještě o další předpoklady. Nejdříve je však třeba specifikovat — s ohledem na intendované interpretace — logickou tezi odpovídající obecné formulaci toho úsudkového schematu. Analogicky jako v předcházejícím případě vyjádříme ji ve tvaru

$$(4) \quad A \text{ a } B \bigwedge B' \text{ i } C \rightarrow A' \text{ i } C,$$

respektive

$$(4') \quad AB' = 0 \bigwedge B'C \neq 0 \rightarrow A'C \neq 0.$$

Pro mody *baroco* a *festino* je třeba předpokládat, jak také Bolzano výslovně uvádí v poznámce (II 443), modifikované úsudkové schema

Co má a , má b

Představa $[C]$ *non* b má předmětnost

Představa $[C]$ *non* a má předmětnost,

kterému odpovídá logická teze

$$(5) \quad A \text{ a } B \bigwedge C \text{ i } B' \rightarrow C \text{ i } A'.$$

Získáme ji z formule (4) na základě rovnomocnosti složených představ $B'C$ a CB' , $A'C$ a CA' . V případě modu *baroco*, kde je středním termínem představa B , musíme pak interpretovat na základě ekvipolence mezi částečným kladným S—P výrokiem s ‚negovaným‘ predikátem a částečným záporným výrokiem nižší premisu i závěr jako částečné záporné výroky. Pro modus *festino*, kde je naopak představa B' středním termínem, musíme na základě zákonů ekvipolence interpretovat vyšší premisu jako obecný záporný výrok s ‚negovaným‘ predikátem a závěr jako částečný záporný výrok. Konečně u modu *fresiso*, jak Bolzano rovněž výslovně uvádí, musíme vyjít z úsudkového schematu

Co má a , má b

Představa $[ne-B]$ c má předmětnost

Představa $[C]$ *non* a má předmětnost.

Odpovídající logickou tezi

$$(6) \quad A \text{ a } B \bigwedge B' \text{ i } C \rightarrow C \text{ i } A'$$

obdržíme z formule (4) na základě rovnomocnosti složených představ

$A'C$ a CA' . Pro tento modus, jehož středním termínem je představa B' , musíme v souladu se zákony ekvipolence interpretovat vyšší premisu jako obecný záporný výrok s „negovaným“ predikátem a závěr jako částečný záporný $S-P$ výrok.

Přistoupíme-li nyní k rekonstrukci Bolzanova důkazu platnosti úsudkového schematu, které jsme vyjádřili logickou tezí [4], musíme si být vědomi toho, že zde činí ještě některé další předpoklady:

(i) Předpoklad předmětnosti je v této souvislosti vztažen na částečné výroky i na prostou kontrapozici⁷. Pro částečné výroky je tato podmínka splněna triviálně: z neprázdnoti průniku jejich termínů bezprostředně plyne neprázdnot každého z nich:

$$[7] \quad AB \neq 0 \rightarrow A \neq 0, \text{ respektive } AB \neq 0 \rightarrow B \neq 0.$$

(ii) Bolzano zde uplatňuje — patrně zcela intuitivně na základě své koncepce o jednoduchých a složených představách — zákon zesilování premis z výrokové logiky

$$[8] \quad (p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge r \rightarrow q \wedge r),$$

či spíše jeho protějšek v logice tříd

$$[8'] \quad A \subset B \vdash (A \cap C \subset B \cap C).$$

(iii) Ačkoli identifikuje svůj „metapredikát“, „má předmětnost“ s logickou existencí, jak již bylo uvedeno, využívá alespoň z důvodů explikace i existenční tvrzení, podle nichž mohou oba termíny $S-P$ výroků obsahovat i složené představy. Nachází-li se pak složená představa v subjektu, můžeme ji chápat jako sjednocení jednoduchých představ a vyskytuje-li se na místě predikátu, můžeme složenou představu pojímat jako průnik jednoduchých představ.

Na základě těchto předběžných úvah můžeme důkaz Bolzanova úsudkového schematu vyjádřeného ve tvaru [4] rekonstruovat takto:

[1]	A a B	{	předpoklady	
[2]	B' i C			
[3]	$B' \neq 0$			[2]: na základě formule [7]
[4]	B' a A'			[1], [3]: kontrapozice
[5]	$B'A = 0$		[4]: explikace; možná i takto: $B' \subset A'$	
[6]	$B'C \neq 0$		[2]: explikace; možná i takto: $(\exists \alpha) (\alpha \in B' \cap C)$	
[7]	$A'C \neq 0$		[5], [6]: zákon zesilování premis; pravidlo odloučení	
	A' i C		[7]: jazyková transformace.	

Obdobným způsobem dokazoval Bolzano (§ 235,9 a poznámka; II 440, 442), že v úsudkovém schematu s vyšší premisou „Co má a , má b “

⁷ Srov. např. § 231, 10; II 425; § 235,7; II 439; § 255, II 519. Prostá kontrapozice obecného kladného $S-P$ výroku je pro Bolzana platná jenom tehdy, nejsou-li jeho termíny vyjádřeny představami „něčeho vůbec“ (§ 259; II 527). Tato eliminace univerzální třídy je bezprostředním důsledkem jeho požadavku předmětnosti.

a nižší premisou vyjádřenou variantně ekvivalentními výrazy „Představa $[C]a$ má předmětnost“ a „Představa $[A]c$ má předmětnost“ lze v závěru odvodit výraz „Představa $[C]b$ má předmětnost“ nebo „Představa $[B]c$ má i předmětnost“. Různé varianty tohoto úsudkového schematu identifikuje pak Bolzano s *mody darii* a *ferio* I. figury, *disamis*, *datisi*, *bo-cardo* a *ferison* III. figury a *dimatis* IV. figury.

Další dvě úsudkové schemata se ještě výrazněji odlišují od běžných úsudků tradiční sylogistiky. První z nich je založeno na zákonu závěrové konjunkce a druhé na zákonu premisové alternativy. Popis a důkaz prvního z nich vyjadřuje Bolzano těmito slovy:

„Máme-li konečně obě premisy „Co má a , má b “ a „Představa [něco] ($non a + c$) nemá žádnou předmětnost,“ a předpokládáme-li navíc, že představa $ne-B$ má předmětnost, pak ukazuje poslední věta, že každé $ne-B$ je také nějaké $ne-C$. Za téhož předpokladu ukazuje však první premisa, že každé $ne-B$ je také nějaké $ne-A$. Obě dohromady nás tedy poučují, že existují předměty, které jsou jak $ne-C$ tak $ne-A$ a totiž, že všechna $ne-B$ jsou takovými předměty. Obdržíme takto závěr „Má-li představa $ne-C$ předmětnost, pak má každé $ne-B$ vlastnost ($non a + non c$)““. (§ 236, 8; II 445)

Bolzanův přímý důkaz úsudkového schematu, které lze vyjádřit pomocí logické teze

$$(9) \quad A \text{ a } B \wedge \neg(B' \text{ i } C) \wedge B' \neq 0 \rightarrow (B' \neq 0 \rightarrow B' \subset A' \cap C'),$$

budeme rekonstruovat takto:

(1)	$A \text{ a } B$	{	předpoklady
(2)	$\neg(B' \text{ i } C)$		
(3)	$B' \neq 0$		
(4)	$B' \text{ a } C'$		
			(2): kontradikce ($B' \text{ e } C$), ekvipolence
(5)	$B' \text{ a } A'$		(1), (3): kontrapozice
(6)	$B' \subset A' \wedge B' \subset C'$		(4), (5): zavedení konjunkce, explikace ⁸
(7)	$(\exists \alpha) \{ \alpha \in C' \cap A' \}$		(6): existenční tvrzení, závěrová konjunkce, pravidlo odloučení
(8)	$B' \subset C' \cap A'$		(7): specifikace průniku $C' \subset A'$
(9)	$B' \neq 0 \rightarrow B' \subset C' \cup A'$		(3), (8): kondicionalizace.

Bolzanův důkaz jsme rekonstruovali v souladu s textem. Protože však explicitně formulované tvrzení předmětnosti $B \neq 0$, které Bolzano předpokládá pro všechny termíny $S-P$ výroků, nacházíme jak v premisách tak v závěru, můžeme je — jak již bylo uvedeno — eliminovat. Tím dospějeme k mnohem kratšímu důkazu, který již nebude obsahovat kroky (3) a (9). Vyjádříme-li pak formuli (9) ve tvaru

$$(10) \quad B' \subset A' \wedge B' \subset C' \vdash B' \subset A' \cap C',$$

bude bezprostředně zřejmé, že dokazované úsudkové schema je speci-

⁸ Výraz typu $A \subset B$ lze vyjádřit i ve tvaru $(\forall \alpha) \{ \alpha \in A \rightarrow \alpha \in B \}$.

fikací zákona závěrové konjunkce variantně formulované v jazyku logiky tříd.

Druhé úsudkové schema, opírající se neopak o zákon premisové alternativy, charakterizuje Bolzano takto:

„Předpokládejme dále, že také ještě představa C má předmětnost, pak plyne z věty, že každé $ne-B$ je $ne-C$, také věta, že každé C je B . Protože první věta vypovídá, že také každé A je B , pak je zřejmé, že každý předmět, který spadá pod některou z představ A a C , má vlastnost b . Můžeme tedy formulovat závěr „Jestliže představy $ne-B$ a C mají předmětnost, pak má každý předmět, který spadá pod jednu z představ A a C , vlastnost b “ (§ 236,9; II 445n).

Na základě toho, že existenční tvrzení $B' \neq 0$ a $C \neq 0$ se vyskytují jak v premisách, tak i v závěru, vyjádříme nyní toto úsudkové schema již ve komprimované verzi pomocí logické teze

$$(11) \quad A \text{ a } B \wedge \neg(B' \text{ i } C) \rightarrow A \cup C \subset B.$$

Tím se rovněž zjednoduší rekonstrukce celého důkazu.

(1)	$A \text{ a } B$	} předpoklady
(2)	$\neg(B' \text{ i } C)$	
(3)	$B' \text{ a } C'$	(2): kontradikce, ekvipolence
(4)	$C \text{ a } B$	(3): kontrapozice
(5)	$A \subset B$	(1): explikace
(6)	$C \subset B$	(4): explikace
(7)	$A \subset B \wedge C \subset B$	(5), (6): zavedení konjunkce
(8)	$A \cup C \subset B$	(9): premisová alternativa, pravidlo odloučení.

Využijeme-li explikace obecných kladných $S-P$ výroků — v souladu s řádky (5) a (6), můžeme formuli (11) přeformulovat ve tvar

$$(12) \quad A \subset B \wedge C \subset B \vdash A \cup C \subset B,$$

z něhož je zřejmé, že dokazované úsudkové schéma je specifikací zákona premisové alternativy v jazyku logiky tříd.

Srovnáme-li konsekventy v logických tezích (10) a (12), pak dále snadno nahlédneme, že jsou navzájem ekvivalentní

$$(13) \quad B' \subset A' \cap C' \leftrightarrow A \cup C \subset B.$$

To je také zřejmé důvodem toho, že Bolzano vztahuje obě tato úsudková schemata k stejné základní kombinaci premis (bez existenčních předpokladů).

Obdobným způsobem dokazuje např. i úsudkové schéma (§ 238,13; II 457/

Představa [něco] $(a + b)$ nemá žádnou předmětnost
 Představa [něco] $(a + c)$ nemá žádnou předmětnost
 Představa A má předmětnost

Má-li představa A předmětnost, pak má každé A vlastnost $(non b + non c)$.

I v dalších úsudkových schemech, která nyní uvedeme, využívá Bolzano poznatků z logiky tříd, zejména vzájemných vztahů mezi prázdnou a univerzální třídou:

(i) Bolzano formuluje zákon vyloučeného třetího

$$(14) \quad A \cup A' = 1$$

těmito slovy: „... každé libovolné něco spadá pod jednu z představ X nebo $ne-X$ “. (§ 233,4; II 427)

(ii) Formuluje explicitně tvrzení, že každá třída — z hlediska své koncepce předmětnosti (§ 238,1; II 452) — je obsažena v univerzální třídě

$$(15) \quad A \subset 1.$$

(iii) Zákon komplementarity pro prázdnou a univerzální třídu vyjadřuje takto: „Jestliže opravdu existují nějaké předměty, které jsou představě A podřazeny, pak rozhodně nemůže představa $ne-A$ zahrnovat každé něco vůbec.“ (§ 233,3; II 427)

$$(16) \quad A \neq 0 \rightarrow A' \neq 1.$$

Variantní formulaci

$$(17) \quad A' = 0 \rightarrow A = 1$$

odpovídá toto slovní vyjádření: „Neboť kdyby představa $ne-A$ neměla žádnou předmětnost, musela by představa A zahrnovat každé libovolné něco“ (§ 235,3; II 438).

Z této skupiny úsudkových schemat jsme vybrali čtyři příklady. V prvním úsudkovém schematu vyvozuje se v závěru tvrzení, že predikátová představa reprezentuje univerzální třídu:

„Máme-li konečně dvě premisy „Co má a , má b “ a „Je nepravdivé, že co nemá b nemá ani a “, můžeme z první vysuzovat, že představa B zahrnuje všechna A , ale z druhé, že nastává jenom jedno z obojího: buď že představa $ne-B$ nemá žádný předmět, nebo že představa $ne-A$ nezahrnuje všechna ne . Protože však poslední odporuje prvnímu, může věta „Co má b , nemá ani a “ postrádat pravdivost jenom proto, že představa $ne-B$ nemá předmětnost. Dospíváme tedy k závěru „Každé něco má b “, neboli „Představa B je tak široká jako něco vůbec.““ (§ 231,5; II 423n)

Bolzanův důkaz odpovídající logické teze

$$(18) \quad A \text{ a } B \bigwedge \neg (B' \text{ a } A') \rightarrow B = 1$$

lze rekonstruovat takto:

(1)	$A \text{ a } B$	{	předpoklady
(2)	$\neg (B' \text{ a } A')$		
(3)	$B \supset A$	(1):	„rozsahová“ explikace
(4)	$B' = 0 \text{ / } \neg (A' \supset B')$	(2):	„rozsahová“ explikace; existenční předpoklad
(5)	$B' = 0 \text{ / } \neg (B \supset A)$	(4):	kontrapozice druhého členu
(6)	$B' = 0$	(5), (3):	tollendo ponens
	$B = 1$	(6):	komplementarita.

Další úsudkové schema založené na neprázdnosti doplňkových tříd na místě subjektu a predikátu dokazuje Bolzano nepřímou:

„Zůstává tedy pouze čtvrté spojení „Co má a , má b “ a „Představa $ne-B$ má předmětnost“. Z něho plyne nejdříve¹⁰ závěr „Také představa $ne-A$ má předmětnost“.

Neboť kdyby představa $ne-A$ neměla žádný předmět, musela by představa A a tedy i představa B zahrnovat každé libovolné něco a tak by nezbylo nic pro představu $ne-B$. [§ 235,5; II 438]

Platnost tohoto úsudkového schematu, které lze vyjádřit ve tvaru

$$(19) \quad A \text{ a } B \bigwedge B' \neq 0 \rightarrow A' \neq 0,$$

dokazuje Bolzano na základě ještě dalších intuitivně předpokládaných důkazových kroků:

- | | | |
|-----|------------------|---|
| (1) | $A \text{ a } B$ | { předpoklady |
| (2) | $B' \neq 0$ | |
| (3) | $A' = 0$ | předpoklad nepřímého důkazu |
| (4) | $A = 1$ | {3}: komplementarita |
| (5) | $A \subset B$ | {1}: „rozsahová“ explikace |
| (6) | $B = 1$ | {5}, {4}: $A \subset B \bigwedge A = 1 \rightarrow B = 1$ |
| (7) | $B' = 0$ | {6}: komplementarita |
| | spor | {2}, {7} |

Jako další příklad na úsudková schemata tohoto druhu volíme tento případ:

„Ze spojení „Co má a , má b “ a „Představa [něco] ($n a + n b$) nemá žádnou předmětnost“ vysvitá „Představa B má rozsah největší představy něčeho vůbec“.

Neboť kdyby existovalo nějaké něco, co má vlastnost b , měla by představa $ne-B$ předmětnost a díky první premise musel by každý předmět stojící pod ní být také $ne-A$; existovaly by tedy proti druhé premise předměty, které jsou $ne-B$ i $ne-A$. [§ 236,4; II 444]

Nepřímý důkaz tohoto úsudkového schematu vyjádřeného logickou tezí

$$(20) \quad A \text{ a } B \bigwedge \neg (A' \text{ i } B') \rightarrow B = 1,$$

můžeme rekonstruovat následujícím způsobem:

- | | | |
|-----|---------------------------|---------------------------------|
| (1) | $A \text{ a } B$ | { předpoklady |
| (2) | $\neg (A' \text{ i } B')$ | |
| (3) | $B \neq 1$ | předpoklad nepřímého důkazu |
| (4) | $B' \neq 0$ | {3}: komplementarita |
| (5) | $B' \text{ a } A'$ | {1}, {4}: kontrapozice |
| (6) | $A' \text{ i } B'$ | {5}: subalternace, obrat prostý |
| | spor | {2}, {6} |

⁹ Původní znění textu „.... A und B “ ... je zřejmá tisková chyba.

¹⁰ V dalším odstavci dokazuje Bolzano, že z těchto premis lze odvodit i závěr „Co nemá b , nemá ani a “.

Vyjádříme-li formuli (20) v jazyku logiky tříd

$$(20') \quad AB' = 0 \wedge A'B' = 0 \rightarrow B = 1,$$

pak je bezprostředně zřejmé, že dokazované úsudkové schema je specifikací zákona komplementarity, totiž

$$(17') \quad B' = 0 \rightarrow B = 1.$$

Konečně jako poslední ukázkou Bolzanových dedukcí v rámci systému přirozené dedukce daného druhu rozebereme tento příklad:

„Naproti tomu obě věty „Je pravdivé, že co má a , má b “ a „Představa $ne-B$ nemá žádnou předmětnost“ dávají závěr „Také představa A nemá žádnou předmětnost“.

Neboť jestliže představa $ne-B$ nemá žádný předmět, pak má naopak představa B rozsah nejširší představy něčeho vůbec a tak by nemohla věta „Co má a , má b “ postrádat pravdivost, kdyby představa A sama nebyla bez předmětu“. (§ 237,4; II 450)

Vyjádříme-li dokazované úsudkové schema

$$\begin{array}{c} \top (A \text{ a } B) \\ B' = 0 \\ \hline A = 0 \end{array}$$

pomocí logické teze v symbolickém zápisu logiky tříd

$$(21) \quad AB' \neq 0 \wedge B' = 0 \rightarrow A = 0,$$

snadno nahlédneme, že daný úsudek není platný. Je-li totiž $B = 1$ na základě zákona komplementarity, pak $A \subset B$ je obecně splnitelný výraz bez ohledu na to, zda A je nebo není prázdné. Bolzano ovšem nepřipouští, aby prázdná třída byla obsažena v libovolné třídě.

Náš nástin Bolzanovy teorie dedukce uzavřeme rekonstrukcí dvou důkazů úsudkových schemat založených na vzájemných vztazích mezi rozsahy subjektové a predikátové představy.

V prvním z nich vyvozuje Bolzano v závěru, že oba termíny jsou rovnomocnými představami:

„Máme-li dvě věty „Co má a , má b “ a „Představa [něco] ($non\ a + b$) nemá žádnou předmětnost, pak ukazuje první, že představa B má předmětnost a druhá, že žádný předmět stojící pod B , nestojí pod $ne-A$, což dává závěr „Co má b , má a . — Tato věta ve spojení s první premisou nás poučuje o tom, že představy A a B jsou rovnomocné.“ (§ 236,3; II 443)

Odpovídající logickou tezi

$$(22) \quad A \text{ a } B \wedge \top (A' \text{ i } B) \rightarrow A = B$$

lze dokázat přímo takto:

(1)	$A \text{ a } B$	{	předpoklady
(2)	$\top (A' \text{ i } B)$		
(3)	$B \neq 0$	(1):	existenční předpoklad a-výroku
(4)	$A' \text{ e } B$	(2):	kontradikce
(5)	$B \text{ a } A$	(4):	kontrapozice
(6)	$A \text{ a } B \wedge B \text{ a } A$	(1), (5):	zavedení konjunkce
	$A = B$	(6):	zavedení rovnomocnosti (rovnosti)
			na základě inkluze a obrácené inkluze

Poznamenejme, že v tomto případě, jak bychom očekávali s ohledem na předcházející důkazy, Bolzano nevyužívá „rozsahové“ explikace obecných kladných výroků.

V druhém z nich vyvozuje Bolzano v závěru alternativu dvou rovnocmocných představ:

„Druhé spojení „Představa [něco] $(a + b)$ nemá žádnou předmětnost“ a „Představa [něco] $(n a + n b)$ nemá žádnou předmětnost“ zdůvodňuje závěr „Obě dvojice představ A a $ne-B$, B a $ne-A$ obsahují vždy alespoň jednu dvojici rovnocmocných představ, nebo to jsou obě z nich.

Neboť klademe-li za prvé, že by jedna z představ A a B , např. A , neměla žádný rozsah, musela by proto mít představa $ne-A$ rozsah nejširší představy něčeho vůbec. Avšak protože vzhledem k druhé premise každé $ne A$ musí mít nějaké B , muselo by i B mít rozsah nejširší představy něčeho vůbec. Pak by tedy B a $ne-A$ byly rovnocmocné představy. Klademe-li však, že jedna z představ A a B , např. A , má nějaký rozsah, a to právě nikoli největší rozsah, pak $ne-A$ nemá takový rozsah. Pak je zřejmé, že jak A a $ne-B$, tak také B a $ne-A$ jsou opravdové rovnocmocné představy.“ (§ 238,12; II 457)

V tomto případě máme v zásadě co činit s přímým důkazem s dodatečnými alternativními předpoklady $A = 0$ a $A \neq 0$. Bolzano zde navíc využívá zřejmého poznatku, že subjektivá představa může reprezentovat univerzální třídu tehdy a jen tehdy, reprezentuje-li ji i predikátová představa

$$(23) \quad 1 \subset B \rightarrow B = 1$$

a analogického poznatku, že subjektivá představa podřazená neuniverzální třídě v predikátu musí být rovněž neuniverzální a z hlediska své koncepce logiky tříd pochopitelně i neprázdná.

Bolzanův důkaz daného úsudkového schematu, jemuž odpovídá logická teze

$$(24) \quad \neg(A \text{ i } B) \wedge \neg(A' \text{ i } B') \rightarrow A = B' \vee B = A',$$

není ani úplný, ani zcela korektní:

(1)	$\neg(A \text{ i } B)$	} předpoklady
(2)	$\neg(A' \text{ i } B')$	
(1.1)	$A = 0$	dodatečný předpoklad
(1.2)	$A' = 1$	(1.1): komplementarita
(1.3)	$A' \text{ a } B$	(2): kontradikce, ekvipolence
(1.4)	$A' \subset B \wedge A' = 1$	(1.3), (1.2): zavedení konjunkce, „rozsahová“ explikace (1.3)
(1.5)	$B = 1$	(1.4): na základě (23)
(1.6)	$B = A'$	(1.2), (1.5): tranzitivnost
(2.1)	$A \neq 0$	dodatečný předpoklad
(2.2)	$A \neq 1$	(2.1): specifikace
(2.3)	$A' \neq 1$	(2.2): komplementarita

(2.4)	$B \text{ a } A'$	(1): kontradikce ($A \text{ e } B$), obrat prostý ($B \text{ e } A$), ekvipolence
(2.5)	$B \subset A' \wedge A' \neq 1$	(2.4), (2.3): zavedení konjunkce, „rozsaňová“ explikace
(2.6)	$B \neq 1$	(2.5): analogicky podle (2.3)
(2.7)	$A' = B$	(2.3), (2.6): tranzitivnost
	$A' = B$	(1.6), (2.7)

Tím je ovšem dokázán jenom jeden člen alternativy v závěru. To již principiálně stačí, abychom mohli považovat celou alternativu za pravdivou. Bolzano nepovažoval zřejmě ani za nezbytné dokazovat i druhý její člen, totiž $A = B'$, spíše na základě zákonů komplementarity a vyloučeného třetího. I když lze proti jeho důkazu namítnout, že nesplňuje důsledně metodu přirozené dedukce, je třeba na druhé straně velmi kladně hodnotit, že v tomto případě anticipoval složitější důkazový postup založený na dodatečných předpokladech.

Uvedené ilustrativní překlady, jejichž počet bychom mohli ještě velmi zvýšit, rozhodně postačují k tomu, abychom mohli posoudit, jakým způsobem dokazoval platnost jednotlivých úsudkových schemat své nauky o úsudcích a do jaké míry se ve své teorii dedukce přiblížil teoretickému základu a praktickému uplatnění metody přirozené dedukce.

LITERATURA

1. Srov. BERKA, K.: Bolzanova nauka o úsudcích. Filozofický časopis XXIX, 1981, č. 6.
2. Srov. Dr. B. Bolzanos Wissenschaftslehre. Versuch einer ausführlichen und grössten-theils neuen Darstellung der Logik mit steter Rücksicht auf deren bisherige Bear-beiter. Sulzbach 1837, §§ 223—268.
3. Srov. BERKA, K. — KREISER, L.: Logik-Texte. Berlin 1973.
4. FEDOROV, B. I.: Logika Bernada Bol'cano. Leningrad 1980.
5. Srov. MENNE, A.: Einführung in die Logik. Bern-München 1966.
6. Srov. podr. předmluvu k BOLZANO, B.: Vědosloví (výbor). Praha 1981.
7. Srov. CORCORAN, J.: Aristotele's Natural Deduction System. In: J. Corcoran (vyd.), Ancient Logic and Its Modern Interpretations. Dordrecht—Boston 1974.
8. BERKA, K.: Aristotelove teorie dedukce. Filozofický časopis XXVI, 1978, č. 6.
9. BERKA, K.: Zur Auffassung des apagogischen Beweises bei B. Bolzano. Acta his-toriae rerum naturalium necnon techniarum, Special Issue 16. Praha 1981.

МЕТОД ЕСТЕСТВЕННОЙ ДЕДУКЦИИ В УЧЕНИИ ОБ УМОЗАКЛЮЧЕНИЯХ БОЛЬЦАНО

Карел Берка

В настоящей статье, написанной в рамках исторического анализа „Наукоучения“ Больцано, мы ставим своей целью интерпретировать и формально реконструировать неко-торые основные характеристики его учения об умозаклключениях. После обобщающего наброс-

ка основных исходных пунктов его концепции, в которой Больцано критически переосмысливает аристотелевскую и традиционную силлогистику и вместе с тем развивает свою специфическую теорию дедукции, близкую в многих случаях идеям алгебры логики, мы приступаем к конкретному разбору десяти избранных схем умозаключений. Многие из них явно опираются на законы логики классов, которые в его время еще не были известны. Действие этих схем умозаключений Больцано доказывает при помощи прямого и косвенного доказательств, в одном случае даже при помощи прямого доказательства, основанного на дополнительных посылках. Больцано, однако, эксплицитно не приводит все доказательственные шаги, поскольку некоторые из них, как, например, применение правила введения или элиминации конъюнкции, он считает интуитивно очевидными. Доказательственные приемы, которые Больцано при этом реализует, в достаточной мере свидетельствуют о том, что он в своих доказательствах с теоретической и практической точки зрения весьма отчетливо антиципировал метод естественной дедукции, систематически разработанный только в тридцатые годы нашего века.

DIE METHODE DER NATÜRLICHEN DEDUKTION IN BOLZANOS URTEILSLEHRE

Karel Berk a

In diesem im Rahmen einer historischen Analyse von Bolzanos Wissenschaftslehre konzipierten Aufsatz, stellen wir uns das Ziel einer Interpretation und formalen Rekonstruktion einiger Grundcharakteristiken seiner Urteilslehre. Nach zusammenfassender Darstellung konzeptueller Ausgangspunkte seiner Auffassung, in der er die aristotelische und traditionale Syllogistik kritisch umwertet und gleichzeitig seine spezifische in vielen Fällen den Gedanken einer Algebra der Logik nahe stehende Theorie der Deduktion entwickelt, treten wir zur konkreten Analyse von zehn ausgewählten Urteilsschemen heran. Manche von ihnen stützen sich offenkundig auf Gesetze der Klassenlogik, die zu seiner Zeit unbekannt waren. Die Gültigkeit dieser Urteils-schemen beweist Bolzano mit Hilfe des direkten und indirekten Beweises, in einem Fall sogar mit Hilfe eines direkten auf zusätzlichen Voraussetzungen gegründeten Beweises. Allerdings gibt Bolzano nicht explizite alle Beweisschritte an, da er einige von ihnen so z.B. die Applikation der Regel von Einführung oder Eliminierung der Konjunktion als intuitiv klar erachtet. Die Beweisverfahren, die von Bolzano dabei realisiert werden, geben in ausreichendem Masse davon Zeugnis ab, dass er in seinen Beweisen von theoretischem und praktischem Gesichtspunkt aus sehr deutlich die Methode der natürlichen Deduktion, die systematisch erste in den dreissiger Jahren unseres Jahrhunderts herausgearbeitet wurde, antizipierte.