

SYSTÉMOVÝ POHLAD NA SKÚMANIE REALITY

VOJTECH FILKORN, Katedra logiky FFUK, Bratislava

FILKORN, V.: Systematic View in Investigating Reality. *Filozofia* 37, 1982, No. 3, p. 293—303

The author takes notice of one aspect of the system — its limiting character — and he applies it to investigation of reality. The system, in contradistinction to chaos, cannot contain all possibilities represented by Cartesian product. Therefore, the system is defined as the subset of this product $\{ /1.1/ - /1.4/ \}$. In the paper examples are given showing how this fact is made use of in the concrete research. It is also pointed out that limitation is an aspect of the natural law, the possibility of scientific prediction and the foundation of each object, forming the unity of its parts.

In the paper it is made evident that every relation is the set of the subset of Cartesian product $\{ /1.6/ \text{ and } /1.7/ \}$ which leads to the definition of the system by relations $\{ /1.8/ - /1.11./ \}$. From the viewpoint of the limited character of the relation the most important limitation in nature is the one that leads to explicitness (to functionality) $\{ /1.12/ \}$, and to an adequate definition of univocal systems $\{ /1.13/ - /1.17/ \}$. In the paper possibilities of applying these systems in the investigation of reality are shown.

In the end it is pointed that the limiting character of the system does not express all its aspects, it does not show, above all, the system as the internal unity and the whole.

Dnešná veda je veľmi zložitým a neustále sa rozvíjajúcim útvarom,¹ ku ktorému jestvuje viac prístupov a možností ho charakterizovať. Najprimeranejší a dejinám vedy aj najzodpovedajúcejší sa nám zdá systémový prístup. Veda totiž už v gréckom antickom období postupne nadobúdala systémový charakter, ktorý tvoril jej podstatnú črtu a ktorého sa nielen nikdy nezbavila, ale ktorý sa v nej stále upevňoval a rozvíjal. Systémový charakter vedy sa formoval v pokusoch celých generácií gréckych geometrov a na vtedajšie pomery sa dôsledne realizoval v Euklidových *Základoch geometrie* a kodifikoval v Aristotelovej teórii vedy, ako ju nachádzame predovšetkým v jeho *Druhých Analytikách*.

Nadväzujúc na toto grécke dedičstvo, systémový prístup, zodpovedajúci systémovej povahe vedy, sa postupne začal uplatňovať v celej matematike a pod jej vplyvom vo fyzike, chémii, biológii a aj v spoločenských vedách. To znamená, že *systém* sa stal všeobecnou filozofickou a metodologickou *kategóriou* určujúcou, alebo aspoň silno ovplyvňujúcou štruktúru celej dnešnej vedy.

Aby sme pochopili systémovú stránku vedy a systémový prístup k nej, museli by sme v primeranej miere objasniť termín (pojem) *systém*. Hneď na začiatku treba povedať, že výskumom systémov sa dnes zaoberá veľmi rozvetvená vedná disciplína nazývaná *teóriou systémov*, ktorá však niekedy systémový pohľad na vedu a realitu neprávom ab-

¹ Presnejšie, je útvarom útvarov.

solutizuje. No takéto absolutizovanie nie je opodstatnené, lebo dnes nevieme a z povahy nášho poznania vyplýva, že ani nemôžeme podať vyčerpávajúcu, všeobiahlu, teda konkrétne-všeobecnú definíciu, ktorá by zahrňovala *všetky* systémy. Z relatívneho charakteru nášho poznania totiž vyplýva, že sa vždy musíme uspokojiť s definíciami, ktoré vznikli indukciou, teda zovšeobecnením konkrétnych, doteraz skúmaných systémov a ktoré preto predstavujú (charakterizujú) vlastne len určité *typy systémov*. K podobnému obmedzenému výsledku dochádzajú aj na oko opačné antiindukcionistické, aprioristické snahy vychádzajúce z absolutizovanej predstavy systému *ako takého* alebo z množiny všetkých mysliteľných systémov, z ktorej sa postupne dajú odvodiť a konkretizovať všetky doteraz známe, ale aj dnes ešte neznáme systémy.² K rovnakému výsledku sa dochádza preto, lebo my všetky mysliteľné systémy ako také³ nepoznáme, a tak naša (konkrétna) množina mysliteľných systémov je vlastne množinou *dnes* mysliteľných systémov alebo množina z dnešných hľadísk možných systémov; preto je formovaná (a „zaťažaná“) na základe našich doterajších skúseností a možností, t. j. je *relatívna*. Preto pojem „systém všetkých systémov“ je platonovský a nie je *konštruktívny*; ako taký je na metodologické postupy, zamerané na tvorenie, *konštruovanie* vedy, nepoužiteľný.

Snahy, ktoré absolutizujú systémový pohľad na realitu a v dôsledku toho aj na vedu ako na odraz tejto reality v našom vedomí a konaní a na vedeckú metódu ako na spôsob, formu odrážania, chápania reality, zabúdajú, že aj kategória systému, podobne ako každá kategória je historickým útvarom, že je len „stupňom poznania sveta, uzlovým bodom v sieti prírody, ktorý nám ju pomáha poznávať a ovládať“. (1, s. 107) Preto aj kategória systému vyjadruje iba prehĺbenie ľudského poznania predmetov (2, s. 224) a prechod od menej hlbokej k hlbšej podstate (1, s. 240), pričom sme si vedomí, že v budúcnosti sa môže dôjsť k ešte hlbšej podstate, z hľadiska ktorej sa príroda bude môcť chápať konkrétne-všeobecnejšie, teda „nadsystémovo“ alebo pomocou systémov, ktoré budú dnešným systémom okrem mena veľmi málo podobné.

V súčasnosti jestvuje väčšie množstvo teórií systémov so svojimi vlastnými chápaniami systému. Poslaním našej štúdie nie je skúmanie teórií systémov. Uvedieme len veľmi jednoduchý typ systémov, pričom si budeme všímať len jednu ich vlastnosť, a to ich ohraničujúci charakter.

² Aj v teórii systémov ide o boj indukcionizmu a dedukcionizmu, empirizmu a racionalizmu. Opravdivá teória systému musí tieto jednostrannosti prekonať.

³ Termín „mysliteľný systém ako taký“ nemôže byť nikdy presne vymedzený. Z historického charakteru logiky (3, s. 41) totiž vyplýva aj menlivý, neochotný charakter „mysliteľného“. Dejiny vedy sú bohaté na príklady, že to, čo sa volakedy považovalo za nemysliteľné a nemožné, je dnes pre nás samozrejme (napr. neeuklidovská geometria vzhľadom na euklidovskú, newtonovská fyzika vzhľadom na aristotelovskú, teória relativity a kvantová mechanika vzhľadom na klasickú fyziku a hegelovská logika vzhľadom na aristotelovskú alebo stoickú).

Každý systém musíme chápať aj ako ohraničenie. Vychádzame pri tom z celej skúsenosti ľudského pokolenia, že príroda si všetko sama nedovolí a ani nám všetko nedovolí. Príroda sa nám tak predstavuje ako komplex ohraničení, obmedzení jedného druhým. Vychádzajúc z toho, musíme systém chápať ako protiklad chaosu, ľubovôle, pri ktorej by všetko bolo možným; je teda vždy určitým obmedzením, *ohraničením*, a preto vylúčením niektorých z možností. Z toho vyplýva, že systém je v ť d y určitým poriadkom, teda presným usporiadaním členov určitého celku, oblasti, predmetu a pod.; budeme hovoriť, že systém je usporiadaním prvkov určitej množiny a že možnosti pripustené systémom sú vždy časťou, teda vlastnou podmnožinou množiny všetkých možností.

Všetky možnosti spájania prvkov množiny A s prvkami množiny B vyjadrujeme, ako je známe, Kartézskym súčinom $A \times B$. Tento súčin je množinou *všetkých* takých usporiadaných dvojíc $\langle a, b \rangle$, že $a \in A$, $b \in B$. Majme dve množiny⁴

$$A = \{a_1, a_2, a_3\}$$

$$B = \{b_1, b_2, b_3\}$$

ich Kartézsky súčin bude⁵

$$A \times B = \{\langle a_1, b_1 \rangle, \langle a_1, b_2 \rangle, \langle a_1, b_3 \rangle, \langle a_2, b_1 \rangle, \langle a_2, b_2 \rangle, \langle a_2, b_3 \rangle, \langle a_3, b_1 \rangle, \langle a_3, b_2 \rangle, \langle a_3, b_3 \rangle\}.$$

Ak systém S je ohraničením všetkých možností obsiahnutých v Kartézskom súčine, tak niektoré jeho dvojice nebudú patriť do systému a do systému sa dostane len podmnožina Kartézskeho súčinu $A \times B$. Tak dochádzame k prvej definícii systému na množinách A a B .

$$S \subset A \times B \quad (1.1)$$

t. j. systém je podmnožinou Kartézskeho súčinu $A \times B$. Veta' [definícia] (1.1) je len zvláštnym prípadom, keď Kartézsky súčin je množinou usporiadaných dvojíc. Poznáme Kartézske súčiny ako množiny usporiadaných trojíc, štvoríc, ... n -tíc. Kartézsky súčin n -tíc bude na n -množinách $A_1, A_2, \dots, A_n$, pričom $a_1 \in A_1, a_2 \in A_2, \dots, a_n \in A_n$. Budeme ho označovať $A_1 \times A_2 \times A_3 \times \dots \times A_n$. [1.1] prejde v

$$S \subset A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n, \quad (1.2)$$

pričom $A_1 = \{a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1k}\}$

$$A_2 = \{a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2l}\}$$

.

.

.

$$A_n = \{a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{nm}\}.$$

Podľa okolností $k, l, \dots, m$ môžu byť aj totožné.

⁴ Symbolom $\langle a, b \rangle$ označujeme usporiadanú dvojicu prvkov, t. j. takú, pri ktorej záleží na poradí. Preto neplatí $\langle a, b \rangle = \langle b, a \rangle$. Symbol $a \in A$ značí, že a je prvok množiny A . Symbol $\{ \dots \}$ značí, že množina sa skladá z prvkov obsiahnutých v zátvorkách $\{ \dots \}$.

⁵ Lahko nahliadneme, že $A \times B \neq B \times A$, lebo napr. $\langle a_1 b_1 \rangle \neq \langle b_1 a_1 \rangle$. V prípade $B \times A$ ide totiž o úplne iné usporiadané dvojice ako pri $A \times B$.

Zvláštny, ale veľmi dôležitý prípad dostaneme, keď množiny $A_1, A_2, \dots, A_n$ sú totožné. Vtedy miesto $A_1, \dots, A_n$ píšeme jednoducho A a tvoríme všetky dvojice, trojice, ... n -tice na A . Dostávame tak definíciu ďalšieho druhu systému

$$S \subset A \times A \quad (1.3)$$

$$S \subset A \times A \times \dots \times A \quad (1.4)$$

Aby naše definície boli zrozumiteľné, uvedieme niekoľko príkladov.

O oblastiach a predmetoch, ktoré skúmame, môžeme vo všeobecnosti povedať, že majú n rôznych vlastností, stránok, aspektov, častí a pod. Pritom určenie počtu n závisí tak od povahy skúmanej oblasti, ako aj od nášho jej doterajšieho poznania. Tieto vlastnosti, stránky alebo časti budeme označovať $A_1, A_2, \dots, A_n$ (A_i , kde $i = 1, 2, \dots, n$). Vlastnosti, stránky a časti nie sú stále, a preto sa nedajú charakterizovať jednou hodnotou, ale sa môžu meniť (v rôznom čase alebo za rôznych okolností môžu byť rôzne) a teda nadobúdať rôzne hodnoty.⁶ Z toho hľadiska A_i môžeme chápať nielen ako vlastnosti pripadajúce rôznym predmetom $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ij}$, ale všeobecnejšie ako premenné veličiny, t. j. ako parametre, do ktorých môžeme dosadzovať konkrétne hodnoty a_{ij} (kde $j = 1, 2, \dots, m$). Za parametre považujeme tie vlastnosti a stránky, ktoré nám charakterizujú skúmanú oblasť.

Keď vedec začne skúmať nejakú oblasť, určí⁷ počet premenných (veličín) a vytvorí si z nich primeraný Kartézsky súčin. Tým dostane prehľad o všetkých možnostiach. Je to potrebné preto, aby pri svojom výskume niektorú možnosť, ktorá môže byť reálna, nevynechal. Samo skúmanie rozdelí Kartézsky súčin na dve podmnožiny. Na podmnožinu usporiadaných n -tíc, ktoré príroda pripúšťa a na podmnožinu usporiadaných n -tíc, ktoré príroda nepripúšťa. Konkrétne vyčlenenie n -tíc do jednej z dvoch spomínaných podmnožín sa robí takýmto spôsobom.

Majme nejakú oblasť, sústavu telies, jav, predmet, o ktorých vieme, že má tri dôležité stránky A_1, A_2, A_3 . Chceme zistiť, či a ako súvisí stránka A_1 so stránkami A_2 a A_3 , tj. či a ako A_2 a A_3 ohraničujú A_1 . Tzn. že chceme zistiť, aké hodnoty A_1 pripúšťajú hodnoty A_2 a A_3 , teda aké hodnoty A_1 môžeme pripojiť hodnotám A_2 a A_3 . Robíme to tak, že vytvoríme Kartézsky súčin $A_2 \times A_3$ a zisťujeme, ktoré hodnoty A_1 tvoria s usporiadanými dvojicami $A_2 \times A_3$ usporiadané trojice, ktoré sa v prírode nachádzajú a ktoré sa v prírode nenachádzajú.

Majme napr. elektrický prúd, o ktorom vieme, že ho môžeme charakterizovať pomocou troch parametrov a to intenzitou i (A_1), napätím u (A_2) a odporom r (A_3). Ak chceme zistiť, či a ako i súvisí s u a r , tak najprv utvoríme Kartézsky súčin $A_2 \times A_3$ a porovnaním (experimentom) zisťujeme, ktoré hodnoty i tvoria s dvojicami z $A_2 \times A_3$ trojice, ktoré

⁶ Tak napr. odpor elektrického prúdu, tlak plynu, rýchlosť... sa môžu zväčšovať alebo zmenšovať, produktivita práce môže byť väčšia alebo menšia, populácia môže stúpať alebo klesať a pod.

⁷ Spôsoby tohto určovania budeme skúmať neskôršie.

sa v prírode nachádzajú a také trojice, ktoré sa v prírode nenachádzajú. Nech (kvôli jednoduchosti) A_2 a A_3 majú len štyri celočíselné hodnoty 1, 2, 3, 4. Experimentátor postupne zavádza všetky hodnoty⁸ A_2 a A_3 a pozoruje, akú hodnotu nadobúda pritom A_1 . Svoje výsledky zhrnie buď formou matice alebo analyticky. V našom prípade dostane takúto maticu, v ktorej hodnoty r sú uvedené v stĺpci, hodnoty u v riadku a hodnoty i sú uvedené v priesečníku stĺpca a riadka:

i	1	2	3	4	u
1	1	2	3	4	
2	1/2	1	3/2	4/2	
3	1/3	2/3	1	4/3	
4	1/4	2/4	3/4	1	
r					

(1.5)

Z matice vidíme, že napr. keď $u = 4$ volty a $r = 3$ ohmy, $i = 4/3$ ampera, t. j., že trojicu $\langle 4/3, 4, 3 \rangle$ príroda pripúšťa; príroda zrejme nepripúšťa trojicu $\langle 2, 3, 3 \rangle$ a pod., lebo sa v tejto a podobnej matici nikdy neobjavujú. Matica [1.5] predstavuje výsledok šesťnástich meraní a je len ilustráciou. Aby sme sa vyhli náhodnostiam, musíme brať do úvahy viac (i neceločíselných) hodnôt A_2 a A_3 , pričom si musíme všimnúť najmä veľmi malé a veľmi veľké hodnoty; vtedy nás matica aj ľahšie vedie k jej analytickému vyjadreniu. Maticu [1.5] môžeme vyjadriť analytickou formou pomocou rovnice $i = u/r$. Analytická forma je súčasne aj nástrojom interpolácie a extrapolácie v tom zmysle, že do rovnice môžeme za u a r dosadiť aj tie hodnoty, ktoré ležia v rozpätí v matici sa nachádzajúcich hodnôt, ale ktoré nie sú v matici uvedené;⁹ no za u a r môžeme dosadiť aj hodnoty, ktoré sú mimo škály hodnôt matice.¹⁰ Z tohto hľadiska analytická forma môže byť aj nástrojom verifikácie a tým aj určovania empirickej platnosti tej ktorej rovnice (zákona). Keby sme chceli poznať, ako A_2 súvisí s A_1 a A_3 , tak by sme usporiadaným dvojiciam $A_1 \times A_3$ hľadali také hodnoty A_2 , ktoré by s dvojicami $A_1 \times A_3$ tvorili v prírode sa vyskytujúce trojice. Keď však už poznáme analytické vyjadrenie matice [1.5], tak prípustné hodnoty A_2 môžeme vypočítať z rovnice $i = u/r$. Hľadanie závislostí A_2 od A_1 a A_3 pomocou pozorovania môže mať potom význam len ako kontrola presnosti predchádzajúcich pozorovaní vedúcich k matici [1.5].

Matica [1.5] a jej zodpovedajúca rovnica $i = u/r$ vyjadrujú vlastne vymedzenú vlastnú podmnožinu množiny $A_1 \times A_2 \times A_3$ a teda systémovú povahu elektrického prúdu z hľadiska [1.2]. Podobné príklady by sme mohli uviesť z chémie, biológie a iných vied.¹¹

⁸ A tak vlastne vytvára usporiadané dvojice $A_2 \times A_3$.

⁹ Z rovnice napr. vypočítame, že keď $u = 1,12$, $r = 0,8$, $i = 1,4$.

¹⁰ Keď napr. $u = 234,95$, $r = 18,5$, $i = 12,7$.

¹¹ Uvedieme príklad, kde predmet, oblasť má len dva parametre A_1 a A_2 . Pozorovaním zistíme, že hodnoty A_1 budú $\{0, 1, 2, 4, 6, 9, 10\}$ a že hodnoty A_2 budú $\{2, 5, 8, 14, 20, 29, 32\}$. Ďalej zistíme, že keď A_1 má hodnotu 0, A_2 bude mať hodnotu 2,

Z takto chápaného systémového hľadiska môžeme všetky *prírodné zákony* považovať za obmedzenia mysliteľných možností. S obmedzením súvisí aj možnosť *predvídania*. Keby totiž všetko bolo možné, keby napr. pohybujúce sa teleso mohlo náhlym skokom meniť smer, rýchlosť a polohu, nemohli by sme predvídať jeho budúcu polohu. Podobne musíme aj každý *predmet* chápať ako obmedzenie všetkých možností, v ktorých by sa mohli nachádzať jeho stránky a časti.¹²

Teraz uvediem príklad na {1,3}. Nech $A = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.

Potom $A \times A = \{\langle 0,1 \rangle, \langle 0,2 \rangle, \dots, \langle 0,n \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 1,3 \rangle, \dots, \langle 1,n \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 2,4 \rangle, \dots, \langle 2,n \rangle, \dots, \langle n,1 \rangle, \langle n,2 \rangle, \dots\}$. Množinu A môžeme usporiadať nekonečným množstvom usporiadania (ohraničení), a tak na A vytvoriť nekonečne mnoho systémov. Vyberieme jedno ohraničenie. Množinu A chceme usporiadať podľa vzťahu $+1$, čím definujeme pojem bezprostredného následníka. Bezprostredný následník čísla n je číslo $n+1$. Na základe tohto obmedzenia (teda usporiadania) musíme z Kartézskeho súčinu vylúčiť dvojice $\langle 0,2 \rangle, \langle 0,3 \rangle, \dots \langle 1,3 \rangle, \langle 1,4 \rangle, \dots$ lebo $2,3, \dots$ nenasledujú bezprostredne po nule, 3 po 1 atď. a ponecháme len dvojice $\langle 0,1 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \dots \langle n,1+n \rangle$. Tak dostaneme systém známy ako číselný rad.¹³

Z toho, že systém je podmnožinou Kartézskeho súčinu, dochádzame aj ku *vzťahovému* chápaniu systému, lebo podmnožinu Kartézskeho súčinu môžeme chápať ako vzťah R na Kartézskom súčine. Vzťah totiž nechápeme len ako zväzok medzi dvoma, troma, ... n predmetmi, ale aj ako to, čo všetky predmety pospájané zväzkom, teda to, čo usporiadané dvojice, trojice, ... n -tice majú medzi sebou spoločné. Aby usporiadané dvojice, ... n -tice mali niečo spoločné, musia spĺňať *určité* podmienky; a práve tieto podmienky sú kritériom a spôsobom vylučujúcim tie dvojice, ... n -tice Kartézskeho súčinu, ktoré nemajú to, čo je daným dvojiciam, ... n -ticiam spoločné. Ozrejmíme si to na príkladoch. Majme dve množiny

$$A_1 = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$A_2 = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\},$$

teda $A_1 = A_2$. Majme vzťah „delenie bez zvyšku“; teda prvok z A_1 delí prvok z A_2 bezo zvyšku. Tento vzťah bude obsahovať len nasledujúce usporiadané dvojice,

$R = \{\langle 2,2 \rangle, \langle 2,6 \rangle, \langle 3,3 \rangle, \langle 3,6 \rangle, \langle 4,4 \rangle, \langle 5,5 \rangle, \langle 6,6 \rangle, \langle 7,7 \rangle\}$. Nepatria k nim napr. dvojice $\langle 2,5 \rangle, \langle 2,7 \rangle, \langle 3,5 \rangle$ atď., lebo napr. päť nemôžeme deliť dvoma bez

keď A_1 bude mať hodnotu 1, A_2 bude mať hodnotu 5 atď., takže dostaneme tieto usporiadané dvojice $\langle A_1, A_2 \rangle = \{\langle 0,2 \rangle, \langle 1,5 \rangle, \langle 2,8 \rangle, \langle 4,14 \rangle, \langle 6,20 \rangle, \langle 9,29 \rangle, \langle 10,32 \rangle\}$. Keď tieto dvojice porovnávame, zistíme, že spĺňajú vzťah $A_2 = 3A_1 + 2$, ktorými sú vyselektované z ostatných možných dvojíc v systéme.

¹² Ak sú nejaké časti predmetu dané, ostatné sú už *nimi* určené.

¹³ Musíme si uvedomiť, že s množinou celých čísel $A = \{0,1,2,\dots,n\}$ je identická aj množina $\{1,0,3,2,5,4,\dots,n,n-1\}$. Tieto množiny obsahujú totiž tie isté prvky, ale nie sú rovnako usporiadané.

zvyšku. Tzn. že vzťah „deliteľnosti bez zvyšku“ vyberá z $A_1 \times A_2$ len tie usporiadané dvojice, ktoré spĺňajú vzťahom vyjadrenú podmienku a vylučuje tie dvojice, ktoré túto podmienku nespĺňajú. Keby všetky usporiadané dvojice spĺňali (akékoľvek) podmienky, tak tieto by všetko dovoľovali, prestali by byť podmienkami; za takých okolností všetko by mohlo byť všetkým a nastal by chaos. Uvediem ďalší príklad.

Nech A_1 je množina všetkých žijúcich mužov, A_2 množina žijúcich žien. Kartézsky súčin $A_1 \times A_2$ obsahuje všetky usporiadané dvojice $\langle a_{1i}, a_{2i} \rangle$ (kde $i = 1, 2, \dots, n$; a kde $a_{1i} \in A_1$, $a_{2i} \in A_2$). $A_1 \times A_2$ obsahuje teda všetky možné páry z mužov a žien. Ak chceme v $A_1 \times A_2$ určiť (vyznačiť) manželské vzťahy (zväzky), musíme z $A_1 \times A_2$ vylúčiť tie dvojice muža a ženy, kde muž a žena sú deti, sú bratom a sestrou, otcom a dcérou, dvojice, ktoré by viedli k mnohoženstvu a pod. Tak sa do $A_1 \times A_2$ zavádza *vzťah manželstva*, ktorý obsahuje len manželské dvojice, a tým súčasne vyjadruje to, čo všetky manželské páry majú spoločné. Ešte vymedzenejšie sú vzťahy otca a syna, brata a sestry, vzťah väčší ako a pod. Všetky musia spĺňať určité podmienky.

Môžeme teda uzatvárať, že dvojčlenný vzťah je množina usporiadaných dvojíc spĺňajúcich (presne vymedzené) podmienky a že je teda podmnožinou množiny $A_1 \times A_2$. Platí teda

$$R \subset A_1 \times A_2 \quad (1.6)$$

a n -členný vzťah je množinou usporiadaných n -tíc spĺňajúcich určité podmienky. Teda

$$R \supset A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n \quad (1.7)$$

To, že usporiadané dvojice $\langle a_{1i}, a_{2i} \rangle$ spĺňajú podmienky vzťahu R , označujeme $\langle a_{1i}, a_{2i} \rangle \in R$, alebo $R(a_{1i}, a_{2i})$ alebo jednoducho $a_{1i} R a_{2i}$ i n -členné vzťahy označujeme $R(a_1, a_2, \dots, a_n)$, pričom poradie $a_1, a_2, \dots, a_n$ je dôležité.

Ak každý vzťah je ohraničením Kartézskeho súčinu a ak jeho ohraničením je aj systém, tak každý *systém* môžeme vyjadriť ako *vzťah*; inak povedané pomocou vzťahu (vzťahov) môžeme definovať systém. Najjednoduchší systém sa charakterizuje jedným vzťahom $R \subset A_1 \times A_2$ pričom aj A_1 aj A_2 môžeme chápať ako podmnožiny nejakej množiny M .¹⁴ Túto okolnosť využijeme často pri definícii systému. Dostaneme tak

$$S = \langle A_1, A_2 \subset M; R \subset A_1 \times A_2 \rangle \quad (1.8)$$

a pre n -členný vzťah¹⁵

$$S = \langle A_1, A_2, \dots, A_n \subset M; R \subset A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n \rangle \quad (1.9)$$

(1.8) a (1.9) sú definíciami systému. A čítame ich: Systém je usporiadaná dvojica; jej prvým prvkom je množina M skladajúca sa z podmno-

¹⁴ Podobne to platí aj pre $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$. Keď napr. skúmame elektrický prúd, tak M bude obsahovať všetky hodnoty A_1 (i), A_2 (u), A_3 (r). Tieto hodnoty budú prvky množiny M . V tom zmysle M zjednocuje $A_1, \dots, A_n$ a tak skúmanú oblasť.

¹⁵ $A_1, A_2, \dots, A_n \subset M$ je skratkou pre $A_1 \subset M \wedge A_2 \subset M \wedge \dots \wedge A_n \subset M$.

žín $A_1, \dots, A_n$ a druhým prvkom je vzťah medzi prvkami množiny M , teda vzťah na množinách $A_1, A_2, \dots, A_n$. Môžeme povedať, že systém je usporiadanie (reprezentované vzťahom R) prvkov množiny M . Preto poradie M ; R je dôležité.¹⁶ Ak vieme, že R predpokladá podmnožiny množiny M , môžeme (1.8) a (1.9) vyjadriť skratkou

$$S = \langle M; R \rangle \quad (1.10)$$

Táto definícia je neskratková, ale úplne vystihujúca, keď $A_1 = A_2 = \dots = A_n$, t. j. keď je iným vyjadrením definície (1.4), keď teda $A = M$.

Jednovzťahovým systémom je napr. množina ľubovoľných celých čísel *usporiadaná* dvojčíselným vzťahom „väčší ako“ alebo už uvedený systém usporiadaný vzťahom „bezprostredne nasledovať po“. No aj veľmi jednoduché matematické systémy usporadujú množinu celých, prípadne racionálnych čísel väčším množstvom vzťahov (ide napr. o trojčlenné vzťahy sčítania, odčítania, násobenia a delenia). Všetky tieto vzťahy $R_1, \dots, R_4$ (vo všeobecnosti $R_1, \dots, R_n$) definované na M sú podmnožiny Kartézskeho súčinu $A \times A \times A$ (a vo všeobecnosti $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$). Preto im zodpovedajúce systémy vyjadríme vetou

$$S = \langle A_1, \dots, A_n \subset M; R_1, \dots, R_n \subset A_1 \times \dots \times A_n \rangle \quad (1.11)$$

Ohraničujúci aspekt každého vzťahu ako podmnožiny Kartézskeho súčinu môže mať rôznu *mieru* (silu). Jeden vzťah môže byť väčšou podmnožinou ako iný¹⁷, t. j. jeden vzťah môže byť menej ohraničujúci, viac dovoľujúci ako iný a tým menej určujúci ako iný. Preto napr. vetu (1.6) môže splniť viac vzťahov $R_1, \dots, R_n$, medzi ktorými je vzťah inklúzie $R_1 \subset R_2 \supset \dots \supset R_n$ pričom $R_n \subset A_1 \times A_2$.

Z toho hľadiska má ako silno určujúci vzťah významné postavenie jeden špeciálny vzťah a to *vzťah zobrazenia* alebo *funkcie* f . Funkčný vzťah alebo *jednoznačné* zobrazenie hodnôt (prvkov) množiny A_1 na prvky množiny A_2 sa definuje ako taká podmnožina f Kartézskeho súčinu $A_1 \times A_2$, pri ktorej pre každú hodnotu a ($a \in A_1$) existuje *len jedna* hodnota b ($b \in A_2$) tak, že $\langle a, b \rangle \in f$. $\langle a, b \rangle \in f$ zapisujeme aj vo forme $b = R[a]$ alebo $a f b$ ¹⁸ alebo bežnejšie $b = f(a)$ ¹⁹ a pri $b = f(a)$ nazývame argumentom (alebo nezávisle premenou funkcie f), b voláme hodnotou funkcie (alebo závisle premenou). $f(A_1)$ je množina všetkých hodnôt z množiny A_2 , ktoré vznikajú priradením f hodnotám (prvkom) z množiny A_1 . Vtedy hovoríme, že f zobrazuje A_1 na A_2 (ak $f(A_1) = A_2$) alebo že f zobrazuje A_1 do A_2 (ak $f(A_1) \subset A_2$), alebo že f *priradzuje* A_1 (prvky, hodnoty množiny A_1) ku A_2 (k prvkom A_2) alebo aj že f *transformuje*

¹⁶ Vzťahom usporadujeme prvky množiny a nie množina usporaduje vzťah.

¹⁷ Manželský vzťah v mnohoženstve je väčšou podmnožinou množiny $A \times B$ ako v jednoženstve.

¹⁸ $a f b$ alebo $b = f(a)$ môžeme nepresne čítať: od a závisí b .

¹⁹ Funkciu môžeme preto definovať takto: $\forall a \exists b$ ($a \in A_1, b \in A_2$ / $R[a, b] \rightarrow R \in f$). (1.12) čítame: ak pre každé a jestvuje len jedno b ($\exists ! b$) tak, že platí vzťah $R(a, b)$, tak tento vzťah je funkcia (patrí do triedy f).

A_1 na A_2 , prípadne že $f(A_1)$ presne určuje hodnoty A_2 ;²⁰ A_1 voláme oborom funkcie f , A_2 voláme kooborom funkcie f . Pre funkcie všeobecne platí, že $[b = f(a)] \neq [a = f(b)]$, čím sa vyjadruje jednosmernosť väčšiny funkčných vzťahov, ktorá je výhodná na vyjadrenie závislosti.

Z viet [1.1]—[1.4], [1.6] a [1.7] je jasné, že funkcia má *systémovotvorný* charakter. Ak R v [1.10] nahradíme funkciou, dostaneme²¹

$$R = \langle M; f \rangle. \quad (1.13)$$

Podobne môžeme nahradiť R funkciou f v [1.8], [1.10] a [1.11] a dostaneme veľmi dôležité systémy.

$$S = \langle A_1, A_2 \subseteq M; f \subset A_1 \times A_2 \rangle \quad (1.14)$$

$$S = \langle A_1, \dots, A_n \subseteq M; f \subset A_1 \times \dots \times A_n \rangle \quad (1.15)$$

$$S = \langle A_1, \dots, A_n \subseteq M; f_1, \dots, f_n \subset A_1 \times \dots \times A_n \rangle \quad (1.16)$$

Vete [1.3] bude zodpovedať veta

$$S = \langle A; f \subset A \times \dots \times A \rangle \quad (1.17)$$

Fukcie na $A \times A$; $A \times A \times A$; ...; $A \times \dots n$ -krát $\times A$ budeme nazývať aj unárne, binárne, ... n -árne operácie a budeme ich označovať písmenom O . Unárnou operáciou je napr. vzťah medzi číslom a jeho bezprostredným nasledovníkom; napr. $2 = O(1)$ alebo aj $2 = +1(1)$. Binárnymi operáciami sú napr. operácie sčítania, násobenia a pod. Binárne operácie sú teda trojčlenné vzťahy.

Vety [1.12]—[1.17] definujú jednoznačný systém, t. j. jednoznačné ohraničenia, a preto sú súčasne aj vyjadrením základov dôležitých metodologických postupov; ukazujú spôsob skúmania oblasti (predmetu a pod.) a sú súčasne základom jednoznačného, teda aj presného *predpovedania*. Skúmať nejakú oblasť z funkčnosystémového hľadiska znamená hľadať medzi jej stránkami (premennými) $A_1, \dots, A_n$ všetky možné funkčné n -argumentové súvislosti (pri čom $n = 2, 3, \dots$). Systematicky by sme mali postupovať tak, že začneme výskumom oblasti z hľadiska dvoch premenných A_1, A_2 . Ak nájdeme také dve premenné, že $A_2 = f(A_1)$, tak sme oblasť vystihli (i keď veľmi jednostranne) ako systém. Ak ne-nájdeme také dve premenné,²² musíme hľadať takú ďalšiu premennú A_3 , aby platilo $A_2 = f(A_1, A_3)$. Ak na vystihnutie jednoznačných súvisov nestačia ani tri premenné, hľadáme štvrtú²³ atď. až dostaneme podrobný

²⁰ Preto sa funkčný vzťah nazýva aj *jednoznačnou* súvislosťou.

²¹ Doteraz sme uvažovali len jednoargumentové funkcie. Dvoargumentové funkcie budú na $A_1 \times A_2 \times A_3$ také, že ľubovoľným hodnotám A_1, A_2 sa priradí len jedna hodnota $A_3 = f(A_1, A_2)$. Podobne sa dá definovať aj n -argumentová funkcia.

²² To je súčasne znakom, že skúmaná oblasť je zložitejším systémom než sme zo začiatku predpokladali.

²³ Samozrejme, môže nastať prípad, že nejaká premenná nie je závisle alebo nezávisle premennou z hľadiska i -argumentovej funkcie, ale môže takou byť z hľadiska j -argumentovej funkcie (kde $i < j$). Preto pri vytváraní stále konkrétnejších obrazov oblasti nesmieme apriori vylúčiť z hry nejakú z hľadiska jednoduchšieho obrazu „neúspešnú“ premennú.

„ n -rozmerný“ obraz skúmanej oblasti, predstavujúci súčasne relatívne najzložitejší funkčný systém.

Ohraničujúca stránka systému je síce jeho nevyhnutnou vlastnosťou, ale pre mnohé systémy nie je pre ich hlbšie pochopenie dostačujúca. Systém sa totiž chápe ako určitá jednota, *celok*, pričom sa pri jeho určovaní nepostupuje vylučovaním (negatívne) toho, čo do systému nepatrí, ale pozitívne určením povahy spomínanej jednoty. Vylučovacia metóda nemusí vždy vystihnúť práve stránku prirodzene chápaného celku. Uvedieme príklad.

Majme množinu M , ktorá má n prvkov. Všetky tieto prvky sa môžu pomocou dvoch, troch ... k vzťahov spájať do dvoj-, troj-, ... k -členných usporiadaných k -tíc. V prípade dvojčlenných vzťahov môžeme dostať napr. usporiadané dvojice $a_1 Ra_2, a_3 Ra_4, \dots$ ktoré síce spĺňajú podmienky presného usporiadania,²⁴ ale netvorí oprávdivý *celok*. Dvojice $a_{i-1} Ra_i, a_{i+1} Ra_{i+2}$ sa musia zjednotiť tak, aby aj medzi nimi bola vnútorná jednota, aby samé boli usporiadané novým vzťahom alebo vzťahmi.²⁵ Tento vzťah medzi vzťahmi vytvára z obyčajnej množiny M celok, a preto až tento vzťah sa považuje za systémotvorného činiteľa.

Táto nová okolnosť sa však musí stať predmetom ďalšieho skúmania.

LITERATÚRA

1. LENIN, V. I.: Filozofické zošity. Bratislava 1980.
2. LENIN, V. I.: Materializmus a empiriokriticizmus. Bratislava 1952.
3. ENGELS, B.: Dialektika přírody. Praha 1950.

²⁴ a teda spĺňajú vetu [1.1]. Toto usporiadanie sa dá vyjadriť takto: ak zadný člen vzťahu je a_i , tak predný člen nasledujúceho vzťahu bude a_{i+1} . Prítom vidíme, že menované usporiadanie je množine vonkajšie a že prvky množiny M netvorí medzi sebou vnútorne zjednotený celok.

²⁵ Ak systém je jednotou, nie je v ňom dôležitý len to, ako jeden prvok poukazuje na iný, ale aj to, ako ten iný prvok poukazuje na ďalšie, t. j. ako sú všetky prvky bezprostredne alebo sprostredkujúco pospájané; v tomto ohľade systém je vzťah medzi vzťahmi.

Войтех Филкорт

В статье обращается внимание на одну сторону системы — ее ограничивающий характер, и это обстоятельство применяется к исследованию реальности. В отличие от хаоса система не может содержать все возможности, представленные декартовым произведением. Поэтому система определяется как подмножество этого произведения (/1.1/ — /1.4/). В статье приведены примеры, как данное обстоятельство используется в конкретном исследовании, и отмечается то, что ограничение является стороной природного закона, возможностью научного предвидения и основой каждого предмета, составляющего единство его частей.

В статье объясняется, что и каждое отношение является подмножеством декартова произведения (/1.6/ и /1.7/), что ведет к функциональному определению системы (/1.8/ — /1.11/). С точки зрения ограничивающего характера отношения самым важным в природе является то ограничение, которое ведет к однозначности (к функциональности) /1.12/ и к соответствующему определению однозначных систем (/1.13/ — /1.17/). В статье показывается возможность использования этих систем при исследовании реальности.

В заключении статьи отмечается, что ограничивающий характер системы не выражает все ее стороны и прежде всего не постигает систему как внутреннее единство и целое.

DIE ERFORSCHUNG DER REALITÄT UNTER DEM SYSTEMGESICHTSPUNKT

Vojtech Filkorn

Der Aufsatz nimmt Bezug auf eine Seite des Systems — auf seinen begrenzenden Charakter — und appliziert diesen Umstand auf die Erforschung der Realität. Ein System im Unterschied zum Chaos kann nicht alle durch das kartesische Produkt repräsentierten Möglichkeiten miteinschließen. Deswegen wird das System als Untermenge dieses Produktes (/1.1/—/1.4/) definiert. Im Aufsatz sind Beispiele angeführt, wie dies in konkreter Forschung ausgewertet wird und es wird darauf hingewiesen, dass die Begrenzung nur eine Seite des Naturgesetzes, die Möglichkeit wissenschaftlichen Voraussehens und die Basis eines jeden die Einheit seiner Teile bildenden Gegenstandes darstellt.

Im Aufsatz wird klaggestellt, dass auch jede Relation die Untermenge des kartesischen Produktes (/1.6/ a /1.7/) darstellt, was zur relationalen Systemdefinition führt (/1.8/—/1.11/). Unter dem Gesichtspunkt des begrenzenden Charakters der Relation ist in der Natur die Begrenzung am wichtigsten, die zu eindeutiger Funktionhaftigkeit (/1.12/) und zur angemessenen Definition eindeutiger Systeme (/1.13/—/1.17/) führt. Im Aufsatz werden Möglichkeiten der Auswertung dieser Systeme bei der Erforschung der Realität aufgezeigt.

Der Aufsatz schliesst mit dem Hinweis, dass der begrenzende Charakter des Systems nicht alle seine Seiten ausdrückt und besonders nicht das System als innere Einheit und Ganzes trifft.