

PROBLÉMY FORMALIZÁCIE A MATEMATIZÁCIE V SÚČASNEJ VEDE

JÁN DUBNIČKA, Ústav filozofie a sociológie SAV, Bratislava

Progres vedeckého poznania v druhej polovici 19. stor., ale najmä začiatkom 20. stor. viedol k objavom nových lingvistických prostriedkov, ktoré dokázali adekvátnejšie vyjadriť bohatú štruktúru existujúcich poznatkov o skutočnosti. Konštruujú sa nové jazyky, ktoré zároveň vyjadrujú nové spôsoby myšlienkovvej činnosti človeka. Dôležitú úlohu vo vedeckom poznaní začínajú mať umelé, formalizované jazyky, ako aj úspešná aplikácia matematických metód a postupov v ostatných vedných disciplínach.

Širšie použitie týchto jazykov a metód však nastolilo zároveň mnoho špecificky gnozeologických problémov, ktorým sa nemohla nijakým spôsobom vyhnúť ani filozofia.

Najskôr však niekoľko poznámok k základným pojmom.

„Pod formalizáciou budeme rozumieť taký proces výskumu skutočností, v ktorom sa jej obsah poznáva prostredníctvom prvkov jej formy.“ (1, s. 646) Logická formalizácia sa začala úspešne rozvíjať len vtedy, keď boli vypracované prostriedky konštrukcie deduktívno-axiomatických kalkulo logiky. Formalizované axiomatické systémy sú abstrakciou od konkrétnej obsahovej teórie akejkoľvek vedy. Takýto ľubovoľný systém pozostáva z troch základných častí.

V prvej časti systému sa určujú základné objekty, s ktorými pracuje teória, a operácie, na základe ktorých sa tvoria ďalšie odvodené objekty. Tieto objekty označujeme symbolmi.

V prvej časti systému musia byť určené:

1. Východiskové symboly alebo znaky, ktoré označujú objekty alebo prvky systému.
2. Operácie, prostredníctvom ktorých sa z východiskových objektov konštruujú ďalšie objekty.

3. Pravidlá konštrukcie, ktoré ukazujú, akým spôsobom sa realizuje tvorenie nových objektov z východiskových prostredníctvom operácií.

V druhej časti formalizovaného systému sa definuje konštrukcia elementárnych a neelementárnych výrokov systému. Podobne ako v prvej časti aj tu musia byť určené:

1. operácia so symbolmi,
2. pravidlá konštrukcie, prostredníctvom ktorých sa zo symbolov konštruujú elementárne výroky,
3. operácie s elementárnymi výrokm,
4. pravidlá konštrukcie, ktoré nám umožňujú vytvárať zložité výroky z elementárnych.

Tretiu časť formalizovaného systému vytvárajú axiómy a pravidlá odvodzovania. Za axiómy sa vyberajú také východiskové tvrdenia, kto-

rých pravdivosť je stanovená mimo rámca formalizovaného systému, to znamená, že v rámci daného formálneho systému sa nedokazujú. Tvrdenia, ktoré sa dokazujú, nazývame *teorémy*.

Okrem *axiomatickej konštrukcie* formálneho systému existuje ešte *genetická* alebo *konštruktívna* metóda, ktorá sa úspešne rozpracováva v posledných rokoch.

Pri genetickej konštrukcii formálneho systému sa od začiatku predpokladá existencia niektorých objektov a prípustné operácie s nimi. Všetky ostatné objekty sa získavajú konštruktívnou cestou, prostredníctvom niektorej definície, ktorá pozostáva z troch krokov.

a) Najskôr sa vymenujú a charakterizujú niektoré prvopočiatkové objekty,

b) potom sa definuje niektorá procedúra pre tvorenie nových prvkov zo základných,

c) všetky ostatné objekty sa získavajú opakovaním definovanej procedúry.

Nijaké iné prvky sa nesmú v systéme vyskytovať.

Keď hovoríme o formalizovaných symbolických jazykoch vedy, medzi základné gnozeologické problémy treba zaradiť aj problém korešpondencie medzi prirodzenými a symbolickými jazykmi. Ide tu predovšetkým o principiálnu možnosť zámeny prirodzeného jazyka symbolickým jazykom. Tu sa stretávame s niekoľkými závažnými problémami. Predovšetkým „obsah jazyka nie je imanentný materiálnej substancii jeho znakov“. (2, s. 393) V prirodzených jazykoch vzťah znakov a ich významov je určovaný ako výsledok ich praktického používania. Chápanie zmyslu je bezprostredne začlenené do procesu operácií s jazykovými znakmi. Pri konštrukcii formalizovaných jazykov však dochádza k oddeleniu formálnych operácií so znakmi od obsahového myslenia, a preto jedným z dôležitých aspektov symbolických jazykov je *interpretácia* takéhoto systému. Táto sa v logických operáciách symbolických systémov dostáva až na druhé miesto. Pod interpretáciou formálneho systému rozumieme jednoznačný vzťah medzi formálnymi tvrdeniami (formulami) systému a niektorými obsahovými tvrdeniami, ktorých význam je určený nezávisle od formálneho systému.

Na druhej strane však treba zdôrazniť, že proces symbolizácie nie je niečo absolútne cudzorodé prirodzeným jazykom. „Možnosť «symbolizácie» myslenia vyplýva z dôležitých gnozeologických vlastností prirodzeného jazyka, zo zvláštností vzťahu znakov jazyka a ich významu:

1. značná konvenčnosť, ľubovoľnosť znakov,
2. relatívna samostatnosť znakového vyjadrenia vo vzťahu k jeho myšlienkovému významu,
3. určitá samostatnosť logicko-syntaktickej štruktúry jazyka vo vzťahu k jeho sémantickému obsahu.“ (2, s. 394)

Štruktúru formalizovaných jazykov skúma teoretická syntax. Zá-

kladnými vlastnosťami formalizovaných jazykov je neprotirečivosť, úplnosť a nezávislosť ich axióm.

1. Syntaktický systém je neprotirečivý, ak v ňom nemožno odvodiť dve formuly, z ktorých jedna je negáciou druhej.

2. Syntaktický systém je úplný, ak sú v ňom vyvoditeľné všetky formule patriace do teórie.

3. Syntaktický systém je nezávislý, ak každá axióma systému nie je odvoditeľná z ostatných.

Efekt formalizácie logiky, použitie matematickej logiky v základoch matematiky v prvej štvrtine nášho storočia viedol k zveličovaniu významu metódy formalizácie, k absolutizácii gnozeologickej funkcie formalizovaných jazykov. Pod vplyvom prác Fregeho, Russella, Whiteheada a najmä Hilberta sa v dvadsiatych a tridsiatych rokoch nášho storočia rozšíril názor na matematiku ako čisto formálno-logickú disciplínu. Podľa B. Russella logika sa stala matematickejšou a matematika logickejšou, „logika je mladosť matematiky, matematika zrelosť logiky“. (3, s. 194; 4, s. 94) Ale nezostalo len pri matematike. Formalistická koncepcia dostala širšiu filozofickú rezonanciu v neopozitivistických koncepciách vedy a to najmä v logickom pozitivizme, ktorý využíval logicko-matematický aparát pre záštitu pozitivistických princípov. „Cieľom je vytvorenie *Einheitswissenschaft*, t. j. jedinej vedy, ktorá zahrňuje všetko poznanie reality, dostupné človeku... Cesta k tomu vedie cez aplikáciu *logickej metódy analýzy*.“ (6, s. 4) „Jednota vedy“ v chápaní neopozitivistov sa tak zabezpečuje jednotou logických prostriedkov výskumu vedy. „Logická analýza prostredníctvom novej logiky vedie k jedinej vede, neexistujú rôzne vedy s rôznymi metódami... existuje len jedna veda.“ (7, s. 13) A tak aj filozofia sa podľa Carnapa stotožňuje s logickou analýzou. „Čo zostáva pre filozofiu, to nie sú predpoklady, teória, systém, ale len metóda a predovšetkým metóda logickej analýzy.“ (8, s. 238) Ideálom logických pozitivistov bolo vytvoriť umelý, logický systém jazyka, ktorý by bol oslobodený od nejasností a nepresností prirodzeného jazyka, v ktorom by všetky znaky boli jednoznačné a ich vzťahy by sa riadili len logickou syntaxou. Ideálny jazyk vo vedeckej analýze prekonáva také vlastnosti prirodzeného jazyka, ako je 1. zložitosť, 2. mnohoznačnosť, 3. psychologická asociácia, 4. nepresnosť logickej formy. Takýto jazyk sa mal stať univerzálnym spôsobom riešenia všetkých problémov logicko-zmyslovej analýzy poznania. Neopozitivistická logika vedy sa tak pokúšala redukovať prirodzený jazyk k umelému extenzionálnemu jazyku matematickej logiky, hypertrofovať možnosti formalizovaných jazykov.

V podstate však išlo o „filozofickú špekuláciu nad úspechmi formalizácie niektorých fragmentov logicko-matematického poznania“. (2, s. 396) Neopozitivistická koncepcia falzifikovala reálny vzťah prirodzeného a umelého jazyka, ignorovala *pomocný, druhotný* charakter formalizovaných jazykov, fakt — bazírovania jazyka vedy na prirodzenom

obsahovom jazyku. Z dialektickomaterialistického stanoviska v neopozitivismе niet odrazu dialektického vzťahu medzi formalizovaným a obsahovým jazykom vedy, existujúce medzi nimi rozdelenie funkcií v poznani.

Ako ukazujú dejiny vedy, umelé jazyky vznikajú na základe prirodzeného jazyka obsahových teórií. V obsahovom jazyku sa formulujú *podmienky* konštrukcie umelého jazyka aj jeho *interpretácia*. „K tomu, aby sme mohli konštruovať formalizovaný jazyk, musíme samozrejme používať nejaký nám už známy jazyk ... a v termínoch tohto jazyka vytvárať slovník a sformulovať pravidlá formalizovaného jazyka.“ (5, s. 48)

Druhý omyl neopozitivismu spočíval v absolutizácii jedného konkrétneho typu logického jazyka s jeho ohraničenými možnosťami. Avšak snaha zahrnúť všetky poznávateľné štruktúry do jednej jazykovej formy, myšlienka vyčerpávajúcej formalizácie poznatkov prostriedkami jedného formalizmu zásadne protirečí objektívnej rozmanitosti logických štruktúr poznania v súvislosti s rozdielom ich obsahu a nimi riešených úloh. Vysoký stupeň abstrakcie vo formalizovaných systémoch od konkrétneho obsahu a tiež štruktúrna rozmanitosť rôznych oblastí reality vôbec neznamená, že všetky rozmanité poznatky možno obsiahnuť jedinou schémou nejakého univerzálneho jazyka. Absolutizácia izomorfizmu rôznych oblastí poznania je taká istá metafyzická krajnosť ako aj absolútny konvencionalizmus. Myšlienku existencie jediného vyčerpávajúceho formalizmu vyvrátil aj sám vývoj matematickej logiky, kde sa konštruujú rôzne navzájom na seba neredukovateľné logické kalkuly. (Konštruktívne logiky, mnohoznačné a modálne logiky, kombinatorické logiky atď.) Toto tiež prispelo k rozbitiu filozofickej ilúzie každej logickej absolútnosti.

Formalistický program logického pozitivismu sa však ukázal celkom neudržateľný, keď K. Gödel v tridsiatych rokoch dokázal principiálnu nemožnosť úplného odrazu štruktúry akokoľvek bohatej obsahovej teórie v štruktúre jedného formalizmu. Dokázal, že v každom dostatočne zložitom neprotirečivom formálnom systéme možno sformulovať tvrdenia, ktoré nemožno v tomto systéme odvodiť ani vyvrátiť. To znamená, že formalizácia sa vždy realizuje v určitých hraniciach. V každej jej etape zostane nejaký neformalizovaný zostatok. A práve táto netotožnosť medzi formalizmom a formalizovaným obsahom je dialektickým protirečením, ktoré je vnútorným zdrojom rozvoja formálno-logických prostriedkov vedy.

Dialektický materializmus neneguje úlohu a význam formalizovaných jazykov, ktoré značne obohatili vedecké prostriedky poznávania skutočnosti. Umožnili riešiť skôr nedostupné úlohy a v mnohých prípadoch majú určité prednosti pred prirodzeným jazykom. Spomeňme aspoň niektoré:

1. Zavedenie jednoznačných symbolov umožňuje vyjaviť a fixovať také prvky myslenia, ktoré sú v prirodzených jazykoch nerozčlenené.

2. Dost' nejasné sémantické pravidlá prirodzeného jazyka sa vo formalizovanom jazyku upresňujú.

3. Zavedenie symbolov umožňuje operovať s nimi ako s matematickými znakmi a podriaďiť logické operácie presným pravidlám.

4. Symbolický znak sa stal nezameniteľným prostriedkom skúmania a usporiadania štruktúrnych vlastností najrôznejších systémov.

5. Konštrukcia formalizovaných axiomatických teórií umožnila presnú formuláciu systému východiskových axióm a pravidiel odvodzovania, na základe ktorých sa formulujú nové tvrdenia teórie.

6. Formalizácia zabezpečuje väčší stupeň presnosti: a) vylučuje skúsenostné asociácie, b) nepresne definované pojmy, c) nejasné sformulované myšlienkové postupy. Podľa G. Klauza „vytvorenie umelého logického jazyka malo taký význam v oblasti myslenia pre techniku logického odvodzovania..., aký v oblasti výroby mal prechod od ručnej práce k mechanizovanej“. (9, s. 20)

Druhou dôležitou charakteristikou vývinu vedeckého poznania, ktorá úzko súvisí aj s metódou formalizácie, je *matematizácia* vedeckého poznania. Nedostatočnosť opisnej etapy vo vedeckom poznaní sa v minulosti zdôrazňovala často. Striktne ju formuloval K. Marx: „Veda sa stáva len vtedy dokonalou, keď zvládne matematické metódy.“ (10, s. 4) Pod matematizáciou rozumieme „proces začlenenia a využívania matematiky a jej metód v prírodných a spoločenských vedách, v technike a vo výrobe“. (1, s. 331) Je to „*aplikácia* metód a prostriedkov matematiky pre skúmanie objektov iných vied rôznymi formami, cestami a spôsobmi, v rôznych rozmeroch, v závislosti od úrovne rozvoja vedy a samej matematiky“. (11, s. 7)

Ako ukázal vývin vedeckého poznania, všetky rozmanité formy a spôsoby aplikácie matematických prostriedkov a metód môžeme rozdeliť do troch skupín, ktoré v podstate zodpovedajú základným dejinným etapám vedeckého poznania:

1. Využívanie matematických prostriedkov a metód pre *kvantitatívne spracovanie* empirického materiálu určitej oblasti poznania. Matematika tu slúži hlavne ako: a) prostriedok pre opis, b) spracovanie c) a systematizáciu faktického materiálu získaného inými vedami empirickou cestou (rôzne výpočty, tabuľky, grafy atď.).

2. *Zostavenie matematického modelu* skúmaného objektu a skúmanie jeho vlastností na základe tohto modelu. Sú to všetky vyjadrenia zákonov vied prostredníctvom matematických formúl a rovníc. Matematika sa tu stáva *špecifickým* jazykom vyjadrenia zákona danej oblasti poznatkov.

3. Využívanie matematiky a jej metód pre *konštrukciu a vytváranie nových teórií* v iných vedách. Matematika tu vystupuje ako základ novej teórie o určitej oblasti reality.

Treba zdôrazniť, že konštrukcia takýchto *vedeckých teórií* nie je vždy možná a nie vo všetkých oblastiach poznania, ale len tam, kde

v systéme teoretických pojmov danej vedy existujú jednoznačne definované elementárne objekty, t. j. kde sa môže na určitú oblasť poznania aplikovať matematický formalizmus. Na tejto úrovni má matematika schopnosť prostredníctvom abstrakcie prenikať do skrytých, hlbokých podstát materiálneho sveta.

V čom spočíva táto schopnosť matematiky? Podľa všetkého v tom, že matematický model je jednou z foriem poznávania, svojráznym odrazom materiálneho sveta a určitých jeho vlastností. V tomto aspekte „Odras je proces prenosu a zachovania štruktúry jedného predmetu (odrážaného) v štruktúre druhého predmetu (odrážajúceho).“ (12, s. 61) Rozlišujú sa dve formy odrazu — izomorfná a homomorfná. Izomorfia predpokladá určitý vzájomne jednoznačný vzťah medzi prvkami systémov, kým homomorfizmus predpokladá, že jeden systém je v určitom zmysle jednoduchší ako druhý, neexistuje jednojednoznačný vzťah medzi prvkami oboch systémov. Matematický model môže byť definovaný ako homomorfný obraz štruktúry materiálneho procesu. Matematické modely zobrazujú celok po častiach, a preto pre každý jednotlivý materiálny proces v závislosti od vydelenej časti sa konštruuje množina modelov. „Poznanie materiálneho procesu v celku sa realizuje prostredníctvom syntézy množiny takých modelov.“ (12, s. 65)

Medzi najcharakteristickejšie modely zaraďujeme: 1. abstrakcia celostnej reprodukcie objektu, 2. abstrakcia stabilizácie, 3. abstrakcia idealizácie.

Z daného pohľadu však matematika neskúma len v prírode objavené štruktúry, ale z hľadiska daných vlastností všetky logicky prípustné, to znamená aj také, ktorých vzor sme zatiaľ v prírode neobjavili. Samozrejme, často špeciálne vedy objavajú v realite štruktúru, ktorá nie je homomorfná so žiadnou existujúcou matematickou štruktúrou, čo zasahuje v matematike vytvárať nové typy štruktúr s novými vlastnosťami. „Každý krok na ceste vedeckého poznania nevyhnutne vedie k ďalšiemu zdokonaľovaniu matematického aparátu, jeho využívaniu v nových oblastiach výskumu, k vypracovaniu nových pojmov a k zmene predstáv o presnosti záverov.“ (13, s. 152)

Špecifickým problémom matematického modelovania je aplikácia deduktívnej metódy v špeciálnych vedách. Pri aplikácii deduktívnej metódy pri konštrukcii vedeckej teórie vzniká problém v tom, že východiskové tvrdenia musia byť logicky odvodené z nejakých iných atď. Preto sa bez logického dôkazu zavádzajú axiómy — ako sme už o tom hovorili v prvej časti nášho vystúpenia. Axiomatizácia teórie vedie k jej zovšeobecneniu v tom zmysle, že sa stáva teóriou, ktorá neopisuje jednu predmetnú oblasť, ale celú triedu predmetných oblastí, ktoré majú spoločné niektoré vlastnosti. Špeciálne vedy však odrážajú určitú oblasť objektívnej skutočnosti a zahrňujú pozorovanie a experiment, ktoré sa v časovom aspekte stále rozširujú, čím sa obsah pojmov špeciálnej vedy stáva nestabilný. Tým sa v špeciálnych vedách, ktoré vychádzajú z po-

zorovania a experimentu, podmienky nevyhnutné pre axiomatizáciu poznania stále narušujú rozširovaním ich experimentálnej bázy. „Strohosť“ pojmov, charakteristická pre axiomatickú teóriu, sa stáva nezlučiteľná so závislosťou ich obsahu od empirických faktov. Preto sa axiomatická teória môže aplikovať v špeciálnej vede len na opis určitej oblasti danej vedy a aj tam jazyk axiomatickej teórie nemôže byť úplne formalizovaný (napr. pokusy formalizovať časti fyziky, biológie atď.).

V širšom aspekte sa v špeciálnych vedách využíva aparát určitých matematických teórií. Ale to je vlastne už spomínaná aplikácia rôznych matematických štruktúr v špeciálnovednom poznaní, o ktorých sme hovorili.

Heuristická úloha matematických metód v súčasnej vede je taká veľká, že sa v rukách vedca často stávajú hlavným nástrojom vedeckého výskumu a nielen pomocným prostriedkom. Procesy matematizácie vedy v súčasných podmienkach tak jednoznačne zdôrazňujú zvláštne miesto matematiky v systéme vedeckého poznania.

Záverom možno konštatovať, že formalizácia a matematizácia sú mocným prostriedkom súčasného vedeckého poznania, ktoré podstatne zvyšujú jeho efektívnosť.

LITERATÚRA

1. KONDAKOV, P. P.: Logičeskij slovar — spravodník. Moskva 1975.
2. KOZLOVA, M. S.: Nauka i formalizovanye jazyki. In: Očerki istorii i teorii razvitiia nauki. Moskva 1969.
3. RUSSELL, B.: Introduction to Mathematical Philosophy. London 1938.
4. RUSSELL, B.: Logika, jazyk a veda. Praha 1967.
5. CHURCH, A.: Vvedenije v matematičeskiju logiku I. Moskva 1960.
6. JOERGENSEN, J.: The Development of Logical Empirism — „Encyklopedia of Unified Science“ v 2, N9, Chicago 1951. Cit. podľa V. S. Švyrvov, Neopozitivizm i problemy empiričeskogo obosnovanija nauki. Moskva 1966.
7. CARNAP, R.: Die alte und neue Logik — „Erkenntnis“ Bd. I. 1930—1931.
8. CARNAP, R.: Die Überwindung der Metaphysik durch logische Analyse der Sprache. „Erkenntnis“ Bd. 2. 1931—1932.
9. KLAUS, G.: Vvedenije v formaľnuju logiku. Moskva 1960.
10. MEHRING, F.: Vospominanija o Markse, Engelse. Moskva 1956.
11. ABRAMJAN, A. O.: Matematizácia znaniť. Rostov 1972.
12. KODRJANU, I. G.: Filosofskie voprosy matematičeskogo modelirovanija. Kišinev 1978.
13. Sintez sovremennogo znanija. Moskva 1973.