

GNOZEOLOGICKÉ ASPEKTY VZŤAHU MATEMATIKY A FYZIKY

MILAN HVOŽDARA, Geofyzikálny ústav SAV, Bratislava

HVOŽDARA, M.: Gnozeological Aspects of the Relation of Mathematics and Physics, *Filozofia* 30 (1975), No 2, p. 165—176.

The paper points at the dialectical structure of mathematics, which becomes thus a suitable instrument for investigating many phenomena in inanimate nature. It analyzes more in detail the process of the creating of physical models and their mathematic representation. It is being emphasized that an axiomatic approach to physics is impossible, because we do not know all principles that control the inanimate nature. It is further pointed out that the physicist has to bear constantly in mind the physical sense of mathematic operations that he uses while deducing from the physical laws formulated mathematically, because the deduced consequence must correspond to experiments.

1. ÚVOD

Jedným zo základných tvrdení dialektického materializmu je, že príroda je jednotná vo svojej rôznorodosti a je dialekticky sa vyvíjajúcou, meniacou sa hmotou. Takýto filozofický názor sa dnes všeobecne prijíma v súčasnej fyzike a nachádza v nej odraz nielen svojím obsahom, ale je aj cennou metodologickou smernicou. Princíp vývinu a princíp jednoty spája súčasná fyzika v hľadaní a výklade nových javov a zákonov. Pri fyzikálnych objavoch a vedeckom skúmaní sa široko využíva matematický aparát. Z metodologického hľadiska je preto dôležité si všimnúť, aký je vzťah medzi fyzickou a matematikou.

Vzhľadom na veľmi širokú oblasť, ktorú zaujíma fyzika na poli súčasnej vedy, je ťažké presne vymedziť predmet jej bádania. Stručne možno povedať, že jej úlohou je skúmať zákonitosť stavov a zmien stavov predmetov i javov v neživej prírode. Toto skúmanie má viac etáp (úrovní):

Prvá etapa je pozorovanie daného javu buď pomocou zmyslových orgánov bádateľa priamo, alebo — čo sa v súčasnosti najviac používa — zmyslovými orgánmi pomocou prístrojov. Už v tejto etape sa fyzik musí zamerať iba na niektoré aspekty javu, pretože ho nemôže postihnúť v celej jeho rozmanitosti. Pomocou abstrakcie si vytvára isté charakteristiky javu, ako sú napr. teplota, tlak, rýchlosť, intenzita a i. Potom na tejto úrovni experimentu skúma fyzik súvislosť medzi jednotlivými charakteristikami javu a snaží sa ich zachytiť predovšetkým kvantitatívne. Keď pozná tieto súvislosti v mnohých špeciálnych prípadoch, jeho úlohou je zistiť, či a čo majú skúmané javy spoločné a čo odlišné. Na základe úvah o tomto probléme si vytvárajú určitý fyzikálny model skúmaného javu, kde formuluje jeho fyzikálne pravidlo. Toto je vyšší stupeň etapy experimentu.

V *druhej etape* sa fyzik (nemusi to byť ten istý, ktorý robil experimenty) usiluje nájsť istý súhrn abstraktných objektov a pravidiel, ktoré platia, aby mohol pri určitých hypotézach stotožniť tento súhrn s abstraktnými objektmi

fyzikálneho modelu. Vytvára matematický model fyzikálneho javu. Pritom požaduje, aby dôsledky vyplývajúce z matematického modelu súhlasili čo najviac s kvantitatívnymi výsledkami experimentov. Spomínané súhrny abstraktných objektov a pravidiel operácií s nimi dáva matematika, a ak nie, potom sám fyzik sa usiluje vytvoriť si matematický model podľa svojich schopností.

Tretiu etapu i ďalšie etapy fyzikálneho bádania možno charakterizovať ako hľadanie takých fyzikálnych a matematických modelov, ktoré zahrnujú čoraz širší okruh dvojčlánkov typu:

Experimenty + fyzikálny model	Matematický model
-------------------------------------	--------------------------

Teda zhŕňajú sa tu výsledky prvých dvoch etáp z čo najširšej oblasti. Je to úroveň tvorenia všeobecných fyzikálnych teórií.

Toto je krátky náčrt fyzikálneho skúmania podľa Whiteheada (1), ktorý sa pokúsime analyzovať najmä z hľadiska vzťahu matematického modelu k fyzikálnemu modelu a potom ku skutočnosti.

2. Ako a prečo tvoríme matematické modely vo fyzike

Všimnime si naprv výklad niektorých základných pojmov matematiky v dialektickom materializme. Vzťahu matematiky k objektívnej realite a dialektike matematiky venoval veľkú pozornosť už Hegel a po ňom F. Engels v diele *Dialektika prírody* (2). Engels tam uvádza, že "... matematika je veda o veličinách; vychádza sa v nej z pojmu veličiny. Nedostatočne definuje veličinu a potom pripája zvonku ďalšie elementárne vlastnosti — vlastnosti veličiny, ktoré nie sú obsiahnuté v definícii — ako axiómy, ktoré sú potom nedokázané, a pravda, matematicky nedokázateľné. Rozbor veličiny by ukázal, že všetky tieto axiomatické vlastnosti sú nevyhnutnými vlastnosťami veličiny. Dokázať ich možno iba dialekticky, pokiaľ nie sú čírymi tautológiami..." (2, s. 206) Engels ďalej píše: "... zdá sa, že nič nespočíva na neotrasiteľnejšom základe ako rozdielnosť štyroch počtových úkonov, základných prvkov celej matematiky. A jednako sa už vopred ukazuje, že násobenie je vlastne skrátene sčítanie, delenie skrátene odčítanie určitého počtu rovnakých číselných veličín... Všetky pevné rozdiely počtových úkonov miznú, všetko môžeme vyjadriť protikladnou formou. Mocninu ako odmocninu ($x^2 = \sqrt{x^4}$), odmocninu ako mocninu ($\sqrt{x} = x^{1/2}$)... A toto premieňanie z jednej formy na formu protikladnú nie je iba zábavnou hračkou, ale je jednou z najmocnejších pák matematickej vedy, bez ktorej nie je možné urobiť nijaký zložitejší výpočet... Obratom v matematike bola Descartova premenná veličina. Tým sa dostal do matematiky pohyb a dialektika, a tým aj nevyhnutne diferenciálny a integrálny počet..." (2, s. 207) Pozoruhodné sú Engelsove úvahy o vlast-

nostiach nekonečne malého a nekonečna, o nule, o jednotke. Engels zdôraznil napr. dialektiku nekonečne malého prírastku veličiny; píše: „...dialektický vzťah je už v diferenciálnom počte, kde dx je nekonečne malé, no jednak len účinné a všetko vytvára“ (2, s. 213), t. j. konečné hodnoty. Podobne by sme mohli skúmať vlastnosti ďalších dôležitých objektov matematiky (napr. množina, priamka, plocha a i.). Ukazuje sa, že matematika je budovaná dialekticky a azda preto je aj vhodným prostriedkom na zachytenie mnohých vzťahov dialekticky sa prejavujúcej objektívnej reality. Matematika vznikla a rozvíja sa abstrakciou. Abstrakcia v marxistickej metodológii je procesom myšlienkového odhliadnutia od viacerých vlastností predmetov alebo javov a súčasného vyčlenenia vlastností a vzťahov, ktoré nás zaujímajú. Tým si vytvárame istú triedu abstraktných objektov, ktoré majú vyčlenené vlastnosti, a niekedy k nim môžeme jednoznačne priradiť (t. j. abstraktné stotožniť) matematické veličiny i s aparátom operácií. V. I. Lenin píše: „Abstrakcia hmoty, prírodného zákona, abstrakcia hodnoty, slovom všetky vedecké (správne, vážne, nie nezmyselné) abstrakcie odrážajú prírodu vernejšie, hlbšie, úplnejšie. Od živého nazerania k abstraktnému mysleniu a od neho k praxi — taká je dialektická cesta poznania pravdy, poznania objektívnej reality.“ (3, s. 179)

Teraz si všimnime proces abstrakcie vo fyzike pri vytváraní fyzikálno-matematických modelov, ako ho vidia význační fyzici a matematici. H. Jeffreys hovorí: „Použitie matematiky vo vede je použitie takého jazyka, v ktorom môžeme opisovať veľmi komplikované stavy, vyhnúť sa veľkej rozvlácnosti obvyčajného jazyka. Ale pre jazyk musia platiť dve nasledujúce podmienky:

1. musí byť možné vyjadriť v ňom myšlienky, ktoré potrebujeme povedať, t. j. musí mať dostatočnú všeobecnosť;

2. musí byť vnútorne neprotirečivý, t. j. vychádzajúc z pravidiel v ňom platných, musí byť nemožné odvodiť v ňom niečo, čo odporuje všeobecne stanoveným pravidlám.“ (4, s. 2) Ďalej sa tam hovorí: „Všeobecná požiadavka je taká, aby jazyk obsahoval symboly pre všetky myšlienky, ktoré chceme povedať. Napríklad pastier oviec by bol do istej miery znemožnený, keby mal do činenia s jazykom, ktorý by neobsahoval nijaké pojmy o ovciach a ich strihaní. Musel by si také slová vytvoriť. Podobne to robíme aj vo vede.“ (4, s. 3)

Vo fyzike — ako sme si už povedali — je základom pozorovania pomocou prístroja, meranie. Výsledkom merania je isté číslo, udávajúce veľkosť meranej veličiny voči istej jednotke. Je veľmi dôležité písať za číslo aj takú jednotku, voči ktorej sa meraná veličina porovnáva. Inakšie by sme sa mohli domnievať, že 10 mm je viac než 1 cm. Samo meranie, odčítanie zo škály prístrojov je používaním operácie sčítovania a odčítovania. Mnoho fyzikálnych pravidiel je konštatovaním úmernosti, čo naznačuje možnosť používať násobenie a delenie medzi triedami fyzikálnych veličín. Tu máme príklad použitia elementárnej matematiky vo fyzike. Matematika sa uplatňuje nielen na číslo udávajúce veľkosť veličiny, ale aj na jej jednotku. Podľa Jeffreysa je celé pole fyzikálnych veličín rozdelené na parcely (plots). Veličiny v istej parcele sú porovnateľné, ale

už ich súčin patrí do inej parcely, ak daná parcela nie je číselná. Jazyk potrebný pre fyziku nie je to isté ako algebra, a teda medzi fyzikálnymi veličinami nemožno bezhlavo uplatňovať algebraické pravidlá. Už v základnej škole sme sa učili, že nemožno sčítovať fyzikálne veličiny dvoch rôznych parciel, i keď sa vzťahujú na ten istý jav. Bolo by to ako „sčítovať hrušky s jablkami“. Fyzikálne veličiny rôznych parciel možno dávať niekedy do pomeru, napr. pomer veľkosti dráhy, ktorú teleso vykonalo, voči času, za ktorý ju vykonalo, nám dáva fyzikálnu veličinu — priemernú rýchlosť. Na druhej strane aj keď máme veličiny patriace do tej istej parcely, nemôžeme ich vždy sčítovať. Tak napr. keď zlejeme kvapalinu hustoty $1,2 \text{ g/cm}^3$ s kvapalinou hustoty 1 g/cm^3 , nedostaneme kvapalinu hustoty $2,2 \text{ g/cm}^3$. Vidieť, že neplatnosť sčítovania sa nevzťahuje len na neporovnateľné veličiny. V spomenutom prípade sčítovanie hustôt je nesprávne preto, lebo hustota je odvodená veličina. Fyzik musí mať ustavične na pamäti fyzikálny zmysel používanej matematickej operácie, či je dovolená medzi parcelami veličín, s ktorými narába. Takýmto spôsobom, obmedzením istých pravidiel obvyčajnej algebry a zavedením iných sa vytvoril neprotirečivý jazyk fyzikálnych veličín.

R. Feynman (9) hovorí o dvoch spôsoboch použitia matematiky vo fyzike. Jeden nazýva babylónskym a druhý gréckym. V babylónskych školách matematiky sa riešilo veľké množstvo príkladov a až potom sa odvodzovalo všeobecné pravidlo. Takto starí Babylonci poznali množstvo vlastností kruhu, Pytagorovu vetu, vzorce pre plochu štvorcov a trojuholníkov. Okrem toho existovali isté spôsoby, ako odvodiť jedno z druhého. Existovali číselné tabuľky, ktoré umožňovali riešiť zložité rovnice. Celý matematický aparát Babyloncov bol zameraný na výpočty potrebné pre prax. Poznali mnohé poučky, mnohé súvislosti medzi nimi, ale nepoznali napr., že všetky poučky geometrie možno odvodiť z konečného počtu axiém. Axiomatický prístup k matematike je charakteristický pre grécku matematiku. Euklides zistil, že všetky geometrické poučky možno odvodiť z niekoľkých axiém. Tak isto aj súčasná matematika kladie veľký dôraz na axiómu a dôkazy. Vychádza z veľmi presných tvrdení o tom, čo možno a čo nemožno považovať za axiómu (pozri napr. teóriu množín, grúp, okruhov, telies a pod.). Súčasná geometria používa axiómy podobné Euklidovým, iba trochu zdokonalené, a z nich odvodzuje všetko ostatné. Napr. také vety, ako je Pytagorova alebo Euklidove vety o výške, nie sú axiómami v euklidovskej geometrii. No je možné vybudovať takú geometriu, kde je Pytagorova veta axiómou (napr. Descartova geometria). Vidíme, že aj v matematickej teórii možno vychádzať z rôznych začiatočných predpokladov. Súčasná matematická tradícia spočíva na tom, že sa berú isté idey, ktoré sme sa dohodli považovať za axiómy, a z nich sa buduje ďalšia teória. Vo fyzike potrebujeme babylónsky prístup, nie grécky. R. Feynman to vysvetľuje takto: „Pri axiomatickom prístupe je našou úlohou vybrať najzaujímavejšie a najdôležitejšie tvrdenia ako axiómy. Avšak napr. už v klasickej teórii gravitácie Slnko-planéta by sme sa mohli opýtať: čo treba pokladať za axiómu? — To, že gravitačná sila mieri k hmotnému stredu veľkého gravitujúceho telesa, alebo to, že sprievodič planéty opíše za rovnaký čas rovnaké plochy?“ Feynman ukazuje, že teória pohybu planét sa dá

skonštruovať jednak na základe zákona síl, alebo zákona plôch. Pri skúmaní obehu planét sa prišlo aj na zachovanie momentu hybnosti v danej vyšetrovanej sústave. Neskôr sa ukázalo, že podobná vlastnosť je všeobecne platná v mechanike, elektrodynamike i v kvantovej mechanike, takže poznáme široko univerzálny zákon zachovania momentu hybnosti. Takto sa získalo vo fyzike viac iných princípov, zákon zachovania energie, hmoty, zákon akcie a reakcie a iné. Ale zatiaľ nepoznáme všetky princípy procesov pohybu a premien v neživej prírode, takže sa nemôžeme k fyzike stavať axiomaticky, teda tvrdiť, že ten alebo iný fyzikálny fakt platí preto, lebo vyplýva istým spôsobom z tej alebo inej axiómy. Zatiaľ musíme držať v hlave mnohé rôznorodé tvrdenia a fakty a pamätať si ich súvislosti, ako aj to, že zákony často platia aj v širších oblastiach, než na akých boli dokázané. Feynman dúfa, že raz budú známe všetky zákony fyziky, a potom by sme mohli prispúvať k fyzike axiomatickým spôsobom. Zatiaľ však musíme mať na zreteli všetky možné opisy stavu, a preto fyzici dávajú prednosť baby-lónskemu prístupu.

Podľa súčasného stavu fyziky možno badať vážnu tendenciu axiomatizovať aspoň čiastočne určité fyzikálne teórie. Zavŕšený systém nejakej fyzikálnej teórie sa skladá zo základných pojmov a princípov (axióm), ktoré spájajú základné pojmy určitými vzťahmi. K tomuto systému patrí aj viac dôsledkov odvodených z princípov logickou dedukciou. Tieto dôsledky musia zodpovedať experimentálnym údajom. Bez toho fyzikálna teória nemôže byť fyzikálnou. To znamená, že pokus a iba pokus určí, či teória odráža reálnu skutočnosť. Takto sa preveruje aj matematický aparát (formalizmus) tejto teórie.

Axiomatický prístup vo fyzike dáva možnosť jej teóriám skúmať realitu pomocou logického myslenia. V súčasnej fyzike sa vyčlenilo 6 uzavretých pojmových systémov, z ktorých každý systém opisuje určité oblasti javov prírody:

Prvý systém je *Newtonova mechanika* alebo klasická mechanika, zahrnujúca statiku a dynamiku.

Druhý systém je *termodynamika*, ktorá je štatistickým spôsobom spojená s klasickou mechanikou.

Treťí systém je *teória elektromagnetického poľa*.

Štvrtý systém je *špeciálna teória relativity*, spájajúca dômyselným spôsobom klasickú mechaniku a elektromagnetizmus.

Piaty systém zahrnuje *kvantovú mechaniku* a *teóriu chemickej väzby*.

Šiesty systém je *všeobecná teória relativity*, vybudovaná Einsteinom.

Okrem toho sa v súčasnosti vytvára siedmy pojmový systém, *teória elementárnych častíc*, v ktorej sú kvantová mechanika a všeobecná teória relativity spojené hlbokou syntézou.

Každému pojmovému systému zodpovedá istý matematický aparát (formalizmus), opisujúci istú časť fyzikálnych javov, o ktorých hovoria experimenty, pričom experimentálne sa určili aj hranice aplikability systému (podľa ich súhlasu s prírodou). Na prvý pohľad by sa zdalo, že Feynmanova nádej na možnosť axiomatizácie fyziky je celkom oprávnená. Pri hlbšom, dialektickom pohľade na javy prírody sa však ukazuje, že nijaký jav v prírode sa neriadi

výlučne iba princípmi jedného systému axiémov, ale často treba syntetizovať pomocou „neaxiomatických“ pravidiel dva i viaceré systémy, aby sa jav adekvátne vystihol. Axiomatizácia fyzikálnych teórií bola do značnej miery umožnená použitím vhodného matematického aparátu a počnúc Newtonovou prácou *Principia Mathematica philosophiae naturalis* je motivovaná úsilím dosiahnuť dokonalé axiomatické matematické systémy. Neaxiomatický, Feynmanom nazývaný babilónsky prístup k fyzike je v plnom súlade s dialektickým materializmom. V. I. Lenin v spise *Materializmus a empiriokriticizmus* hodnotil veľké objavy fyziky na začiatku tohto storočia z hľadiska materialistickej filozofie. Hoci nebol fyzikom, dokázal ako vynikajúci filozof odstrániť niektoré ťažkosti interpretácie týchto objavov, s ktorými si nevedeli rady ani samí fyzici. Hovorí napr., že hranica materializmu a idealizmu nie je vôbec určená tým, aký pôvod má hmota elektrónu — elektromagnetický, či nejaký iný. Píše: „Hmota mizne«, to znamená, že mizne tá hranica, po ktorú sme poznali hmotu doteraz, že naše vedenie preniká hlbšie; miznú také vlastnosti, ktoré sa prv zdali absolútne, nemenné, elementárne (nepriestupnosť, zotrvačnosť, masa a pod.) a ktoré sa teraz prejavujú ako relatívne, vlastné len niektorým stavom hmoty“. (10, s. 231)

Lenin rozvinul túto myšlienku ešte ďalej a formuloval pozoruhodné tvrdenie o „nevyčerpatelnosti elektrónu“, znamenajúce, že skúmanie elektrónu môže ísť ľubovoľne hlboko a stále bude prinášať nové poznatky o tejto realite. Toto dôležité filozofické tvrdenie malo hlboký vplyv na svetonázor niekoľkých pokolení fyzikov v ZSSR a v súčasnosti je jedným z hlavných metodologických princípov fyzikálneho výskumu. Výskum mikrosвета ukázal, že v prírode neexistujú nijaké absolútne jednoduché „elementárne“ objekty, ale všetky fyzikálne objekty majú nekonečné množstvo rôznych vlastností, svoju vnútornú štruktúru. Čo by sa nám aj na súčasnej experimentálnej technike mohlo zdať elementárnym, ukáže svoju zložitú štruktúru pri ďalšom skúmaní. Z týchto dôvodov ťažko možno očakávať vytvorenie nejakej axiomatickej univerzálnej fyzikálnej teórie.

Napriek tomu použitie matematiky vo fyzike je jedným z najúčinnějších nástrojov fyziky. Pri používaní matematického aparátu fyzik však nesmie zabúdať na fyzikálny význam matematických objektov, ktoré používa. Je to veľmi dôležitá povinnosť. Bádania, ktorí prešli z čistej matematiky na fyziku, sú náchylní ju zanedbať. Fyzika nie je matematika a matematika nie je fyzika, ale jedna pomáha druhej. Ak matematickým rozborom dostaneme z fyzikálnej teórie nejaké závery, treba ich aplikovať na jazyk prírody, na objekty a stavy, s ktorými robíme experimenty. Iba tak sa môžeme presvedčiť o platnosti svojich teoretických záverov. Súhlas s meraniami potvrdzuje správnosť prijatého matematického modelu často iba dočasne. Keď sa napr. zvýši presnosť meraní, alebo sa rozšíri odbor hodnôt tam, kde sa merania prv nerobili, ukáže sa, že model už tak dobre „nesedí“. To podnecuje teoretika, aby hľadal vhodnejší matematický model, prípadne celú fyzikálno-matematickú teóriu. Tak to bolo napr. v kvantovej mechanike: Schrödingerovou rovnicou sa dá dobre opísať stav vodíkového atómu, spektrálne čiary vodíkového spektra boli rozložené

v súhlase s termami nájdenými z tejto rovnice. Pri presnejších meraniach sa však ukázalo, že okrem tejto jasnej, tzv. hrubej štruktúry spektrálnych čiar existuje i tzv. jemná štruktúra, ktorá sa nedala vysvetliť Schrödingerovou teóriou. Až Diracova kvantová teória, berúca do úvahy relativistické efekty, dokázala tento fakt i ďalšie efekty vysvetliť spinom elektrónov. Na druhej strane však predpokladala ďalšie efekty, ktoré experimentátori nepoznali, napr. existenciu antičastíc k časticiam s polovičným spinom. A skutočne, asi o 5 rokov neskôr sa potvrdila existencia pozitrónu, antiprotónu a neskôr i ďalších antičastíc. Tento prípad jasne demonštruje, prečo sa snažíme vytvárať matematické modely, matematický opis javov v prírode, prečo nás neuspokojuje empirický opis. Je to dôsledok úsilia prírodovedcov nachádzať a formulovať čo najvšeobecnejšie zákony prírody. Aby boli čo najvšeobecnejšie, vedec musí nájsť spoločné vlastnosti mnohých empirických javov a nájsť abstraktné modely na ich opis, matematické modely. Znova zdôrazňujeme, že dôsledky matematicky sformulovaných zákonov treba preverovať v experimentoch a až po potvrdení pokusom ich možno zahrnúť do teórie javu. Nikde nemáme totiž záruku, že sme vybrali správny matematický model. Okrem toho sme sa mohli pri výpočtoch pomýliť. Takto cirkulujú nápady, myšlienky zo sveta empirie do oblastí abstrakcie a naspäť. Touto metódou dosiahla fyzika temer všetky poznatky. R. Courant o tom hovorí: "... všetko sa začína na konkrétnej pôde, potom zbaviac sa nepotrebných záťaž, možno sa pomocou abstrakcie dostať do širokých priestorov voľnej atmosféry, kde sa orientácia a pozorovania značne zjednodušujú, ale takýto let sa končí rozhodujúcou skúškou pri pristávaní: teraz už možno zistiť, či sa dosiahli stanovené ciele na prípade konkrétnej reality nachádzajúcej sa na zemi a skúmanej teraz z nového hľadiska. Krátko povediac, let do abstraktnej všeobecnosti sa musí začať i končiť na konkrétnom a špeciálnom." (5, s. 337) F. Dyson taktiež hovorí: "V časoch najväčších objavov sa najhlbšie chápanie fyziky dosahovalo kombináciou experimentálnych pozorovaní a čisto matematickej intuície. Matematika nie je pre fyzika len nástrojom, pomocou ktorého skúma kvantitatívne rozličné javy, matematika je základným zdrojom predstáv a princípov, pomocou ktorých sa tvoria nové teórie." (5, s. 352)

Mali by sme teda aspoň čiastočnú odpoveď na otázku, prečo vytvárame vo fyzike matematické modely. Taktiež sme naznačili, ako ich vytvárame, ale to je oveľa širšia otázka ako predchádzajúca. Vytvorenie matematického modelu danej skutočnosti, interpretovanej fyzikálne, veľmi závisí od matematických schopností vedca. Väčšina sa usiluje zistiť, ako pristupovali iní k podobnej problematike, a buduje svoj model pomocou takeého istého alebo podobného aparátu. Táto metóda prináša nebezpečenstvo, že viacerí vedci zopakujú nejaké zanedbanie svojho predchodcu, ktoré si on azda uvedomoval, ale pokladal ho za také samozrejmé, že naň neupozornil. V jeho prípade je toto zanedbanie azda možné, ale v ostatných prípadoch sa už nemusí opakovať. Len málo vedcov je schopných pozrieť sa kriticky na samy základy teórie svojich predchodcov, pristúpiť k celej problematike s osobitným hľadiskom a novým matematickým modelom. To sa stalo napr. v prípade Einsteinovej teórie

relativity, ktorá otriasla po dlhé roky „absolútne platnou“ Newtonovou mechanikou. O premene pôvodne inteligibilných prírodných zákonov na samozrejme hovorí P. Frank a upozorňuje, že „viera v tzv. večné pravdy už mnohokrát zviedla fyzikov do absurdít“. (8, s. 63)

Osobitnou kapitolou by bolo skúmanie operácií s matematickým modelom. V praxi málokedy dostaneme výsledok výpočtov v nejakom jednoduchom tvare. Zvyčajne sú to nekonečné rady, integrály počítateľné len numericky, prípadne iba asymptotické riešenia. O súhlase týchto výsledkov s experimentálnymi výsledkami sa možno presvedčiť len vykonaním numerických výpočtov, ktoré sú taktiež zaťažené chybami. Teda Courantom spomínané „prísľavanie z letu v atmosfére abstrakcie na pôde reality“ predstavuje často tvrdý boj proti omylom a chybám.

3. Vzťah fyzikálneho a matematického modelu ku skutočnosti

Vedec si musí položiť otázku: Do akej miery môže teória odrážať skutočnosť? Keďže je to jedna zo základných otázok teórie poznania, pokúsime sa do nej hlbšie vniknúť. Nebudeme rozoberať situáciu v súčasnej fyzike elementárnych častíc. V tejto oblasti niet zatiaľ ucelenej teórie. Zostaneme na pôde klasickej fyziky. Newtonove pohybové zákony a Maxwellove rovnice sú z matematického hľadiska diferenciálne rovnice, opisujúce infinitezimálne zmeny fyzikálnych veličín v závislosti od ostatných parametrov a veličín. V praxi však nemeríme infinitezimálne veličiny (napr. druhú deriváciu dráhy podľa času, alebo parciálne derivácie intenzity elektrického a magnetického poľa), ale vždy máme do činenia s konečnými hodnotami. Preto nemáme možnosť bezprostredne sa presvedčiť, že platí nejaká diferenciálna rovnica, vyjadrujúca istý prírodný zákon. Ak chce fyzik poznať platnosť týchto zákonov na nejakom jave, musí poznať jeho fyzikálne parametre, preložiť ich do reči matematiky a zabudovať do príslušnej diferenciálnej rovnice. Matematika určuje, za akých podmienok je riešenie tejto rovnice jednoznačné. Ak fyzik správne „preložil“ konkrétnu situáciu do reči matematiky, zachoval matematikou určené podmienky jednoznačnosti a správne počítal, potom mu matematika zaručí získanie pravdivého dôsledku použitých prírodných zákonov v diferenciálnom tvare. Ak sa pri overovaní experimentov dosiahne súhlas vypočítaného a nameraného vo všetkých preskúmaných prípadoch dôsledkov, spätne sa súdi, že príslušný diferenciálny zákon skutočne platí.

Spomínaný „preklad“ konkrétnej situácie do reči matematiky znamená vlastne vytvorenie hypotézy s'otožnenia abstraktných objektov matematiky s abstraktnými objektmi fyzikálneho modelu, vytvoreného pre daný jav. V prípade mechaniky to znamená, že musí byť známa veľkosť a rozloženie síl pôsobiacich na danú sústavu a musíme poznať, aký bol jej začiatkový stav. V elektrodynamike musí fyzik poznať veľkosť, rozloženie zdrojov elektromagnetického poľa a parametre prostredia, v ktorom ho skúma. Fyzici vedia z vlastnej skúsenosti, že to je jeden z najnáročnejších krokov bádania — vedieť priradiť konglomerátu konkrétnych javov fyzikálny obraz, „pozrieť sa na vec fyzikálne“. Už tu je daná

určitá ľubovoľná, ktorá môže spôsobiť neadekvátnosť fyzikálneho modelu k skutočnosti. Pre geofyzikov je sprehybaná, zhruba sférická Zem raz homogénnym polpriestorom, prípadne polpriestorom s rovinnými rozhraniami medzi oblasťami odlišných vlastností, inokedy zas homogénnou alebo sféricky zvrstvenou guľou. Pritom už púhym pohľadom oka sa možno presvedčiť, že Zem nemá ani jeden zo spomínaných jednoduchých tvarov, aj predpoklad homogenity je ďaleko od skutočnosti najmä v oblastiach blízkyh povrchu. Napriek tomu sú matematické modely Zeme a jej fyzikálnych polí jedným z najlepších aparátov na jej skúmanie. Napríklad geofyzik na základe istého matematického vyjadrenia gravitačného pola Zeme vypočíta pomocou pohybových rovníc, akú dráhu bude mať umelá družica vypustená určitou rýchlosťou v určitej výške. Skutočne sa ukázalo, že družica lieta predpísaným spôsobom, čo potvrdzuje správnosť použitých prírodných zákonov a urobených výpočtov. Presné pozorovania však ukazujú, že skutočná dráha družice vykazuje odchýlky od vypočítanej dráhy. Práve na základe týchto odchýlok vedci zisťujú, do akej miery boli výpočty presné. Presnosť výpočtov tohto problému závisí predovšetkým od počtu a presnosti členov nekonečného radu vyjadrujúceho gravitačný potenciál, ktoré boli zahrnuté do výpočtu. Tak z pozorovaní fluktuácií dráh umelých družíc Zeme sa zistilo, že niektoré členy tohto radu pre gravitačný potenciál treba opraviť, a že naša planéta nie je symetrická okolo rovníkovej roviny.

Podobnou metódou sa skúmajú aj veľké hĺbky Zeme: počítajú sa charakteristicky šírenia elastických vĺn pre guľu alebo polpriestor s rozličnými mechanicko-elastickými parametrami a potom sa porovnávajú s výsledkami seizmických meraní. Ak sa dosiahne aspoň približná zhoda, súdi sa, že podobné pomery sú aj v zemskom vnútri, a predložený seizmický model sa považuje za prijateľný. Keďže nemáme možnosť prekonať sa do niekoľkotisícikilometrových hĺbok, tieto fyzikálno-matematické modely zemského vnútra sa menia v závislosti od spresnenia a rozšírenia meraní a od pokrokov v teórii šírenia elastických vĺn a ďalších metód skúmania zemského vnútra. Na tieto premeny „prípustných modelov Zeme“ sa geofyzici nedívajú tragicky, lebo predmetom ich skúmania a súčasne laboratóriom je celá planéta. Dávno si uvedomujú, že nie je v ľudských silách vyjadriť celú rozmanitosť prírody. Mnohé javy, ktoré geofyzika skúma, ako zemetrasenia, geomagnetické búrky, zemský magnetizmus, blesky a i., vznikajú a prebiehajú veľmi zložitým spôsobom a v zložitých prostrediach. Preto sa predkladajú rôzne teórie, ktoré vysvetľujú, ako by daný jav mohol prebiehať, ale nemusí tak prebiehať, lebo poznáme zvyčajne iba následky a časť fyzikálnych príčin. Preto sa v geofyzike vyskytujú viaceré teórie o jednom jave; niektoré z jeho znakov svedčia v prospech jednej teórie, iné zasa v prospech druhej teórie. Podobná situácia je aj v iných odvetviach fyziky. Teórie istého javu závisia od historického stupňa experimentálneho poznávania javu a od možností jeho matematickej interpretácie (či sa už našiel vhodný matematický model). Niekedy sa vo vede vraciame k teórii, ktorá už bola zavrhnutá, ale je to teória už na vyššej úrovni, než bola pôvodná, napr. návrat k atomistickému chápaniu hmoty, k časticovej povahe svetla a i.

Teda môžeme uzavrieť rozbor položenej otázky tým, že žiadna teória nevystihuje celú skutočnosť, ale iba niektoré jej aspekty. Vyplýva to logicky i z toho, čo sme si povedali o tvorení fyzikálno-matematických teórií: Teória nejakého javu vzniká abstrakciou, odhliadnutím od určitých faktorov, a preto platí tým dôslednejšie, čím menej pôsobia zanedbané faktory. Odchýlky experimentálnych hodnôt od teoretických ukazujú, do akej miery je náš model presný, a môžu slúžiť na opravu či zmenu názorov o použiteľnosti teórie pre daný konkrétny prípad. Teória je súčasťou oblasti abstrakcie, a preto sa nemôže presne zhodovať so skutočnosťou vo všetkých jej rozmanitých formách.

A. Dratková o tom hovorí: „Logika, ktorá je hlavným nástrojom skúmania skutočnosti, je abstraktná, a preto svet pojmov sa nekryje presne so svetom skutočnosti, diania. Logika a pojmy sú základné prvky pri vytváraní teórií; odkiaľ však máme istotu, že platia zákony logiky, je otvorená otázka.“ (6, s. 3) Preto nemôžeme odpovedať na otázku, koľko pravdy môže vystihovať teória. V prírodných vedách je hlavným skúšobným kameňom stupňa platnosti experiment, ale ani limitne presná zhoda teórie s výsledkami pokusov nesvedčí o jej absolútnej platnosti najmä v oblastiach, kde sa experimentálne neoverovala. Ak by sa raz pri medzihviezdnych letoch objavila civilizácia zhruba na úrovni dnešnej ľudskej, bude veľmi zaujímavé porovnať ich „fyziku“ a „matematiku“ a vôbec celú vedu s našou. Podľa tu povedaného je veľmi pravdepodobné, že ich a naša teória určitého javu sa budú líšiť.

4. Záver

Záverom môžeme zhrnúť, že používanie matematiky vo fyzikálnych teóriách nesvedčí o ich absolútnej platnosti, lebo:

1. pozorovanie prírody je neúplné, historicky sa vyvíja, a teda aj teória z neho odvodená je vystavená zmenám, ak sa zmení pozorovanie;
2. vybraný fyzikálny model nikdy nepostihuje celú skutočnosť. Čo sa uvádza ako fyzikálna príčina javu, nemusí byť skutočná príčina;
3. o správnosti teórií prírodných javov sa presviedčame cez ich dôsledky, pričom máme za povinnosť čo najpresnejšie realizovať podmienky určené v teórii. To by sme mali urobiť vo všetkých možných prípadoch jej dôsledkov, čo je prakticky nemožné. Často sa aj ukáže, že podmienky samozrejme pre autora teórie nie sú vôbec samozrejme.

Máme tu špirálu vývinu vedy, podopretú z jednej strany experimentmi a z druhej strany matematickou teóriou. Po nej postupuje fyzikálne poznávanie prírody bez nárokov na absolútnu platnosť. V súlade s dialektickým materializmom nikdy nebudeme poznať všetko dokonale a absolútne.

Pre fyzikov z povedaného vyplýva, že sa nemožno stavať apriórne odmietavo k novým teóriám, ak sú matematicky správne odvodené a aspoň niektoré ich dôsledky sú dokázané experimentálne.

Treba na to pamätať pri používaní vynikajúceho nástroja vedy — matematiky. Matematika pomáha odhaľovať a ovládať tajomstvá prírody v službách prírodných vied, ale obrovskú rozmanitosť prírody nemôže úplne postihnúť.

1. WHITEHEAD, A. N.: Matematika a prírodověda. Vesmír. č. 10, 1964.
2. ENGELS, F.: Dialektika přírody. Bratislava 1963.
3. LENIN, V. I.: Spisy, 38. SVPL, Bratislava 1961.
4. JEFFREYS, H. — JEFFREYS, B. S.: Methods of Mathematical Physics. Cambridge Univ. Press 1964 (Introduction).
5. COURANT, R.: Mathematics in the Modern World. Ruský překlad v časopise Uspechi fizičeskich nauk, 1965, t. 85, vyp. 2.
6. DRATVOVÁ, A.: Problém kauzality. Praha 1931.
7. DYSON, F.: Mathematics in Physical Science. Ruský překlad v časopise Uspechi fizičeskich nauk, 1965, t. 85, vyp. 2.
8. FRANK, P.: Philosophy of Science. Ruský překlad, Moskva 1960.
9. FEYNMAN, R.: Character of physical law. Ruský překlad, Moskva 1968.
10. LENIN, V. I.: Materialismus a empiriokriticismus. VPL, Bratislava 1967.

ГНОСЕОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ВЗАИМООТНОШЕНИЯ МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ

Милан Гвоздара

В работе рассматривается процесс сознания физических теорий, имеющий ряд этапов: например, этап экспериментов, этап создания физической модели, этап создания математической модели, этап общих физических теорий, базирующихся на синтезе предшествующих этапов. Отмечается, что математика имеет диалектическое строение, поэтому она является подходящим инструментом исследования диалектически проявляющейся объективной реальности. Автор подчеркивает, что к физике нельзя подходить аксиоматически, поскольку мы не знаем всех принципов, которыми руководствуется неживая природа. При операциях с математическими моделями физических явлений физик должен постоянно иметь в виду физический смысл используемых математических операций, так как выведенные из теории следствия должны соответствовать экспериментам. В соответствии с диалектическим материализмом и предельно точное соответствие экспериментам не свидетельствует об абсолютной действительности какой-либо физической теории, ибо человек не в силах экспериментально реализовать все возможные последствия общей физической теории. Так что при экспериментах в условиях, где теория не была тестирована, может появиться явление, выходящее за рамки ее действия. Физическое познание движется по спирали, подкрепленной, с одной стороны, экспериментами и, с другой стороны, математической теорией.

ERKENNTISTHEORETISCHE ASPEKTE DES VERHÄLTNISSES ZWISCHEN MATHEMATIK UND PHYSIK

Milan Hvoždara

In der vorliegenden Arbeit untersucht der Verfasser den Entwicklungsprozess physikalischer Theorien, der mehrere Etappen aufweist: z. B. die Etappe des Experiments, die Etappe der Entwicklung eines mathematischen Modells, die Etappe der allgemeinen physikalischen Theorien auf Grund einer Synthese vorhergehender Etappen. Es wird darauf hingewiesen, dass die Mathematik dialektisch aufgebaut ist und darum ein geeignetes Instrument zur Erforschung der sich dialektisch manifestierenden objektiven Realität darstellt. Der Verfasser betont dass

man sich zur Physik nicht axiomatisch stellen kann, weil wir nicht alle Prinzipien kennen, nach denen sich die anorganische Natur richtet. Bei Operationen mit mathematischen Modellen muss der Physiker ständig den physikalischen Sinn mathematischer Operationen, die er anwendet, vor Augen behalten, weil die aus der Theorie deduktiv gewonnenen Resultate den Experimenten entsprechen müssen. Dem dialektischen Materialismus nach zeugt nicht einmal eine genaue Übereinstimmung mit dem Experiment von der absoluten Gültigkeit einer physikalischen Theorie. Und zwar deshalb nicht, weil es nicht im Bereich der menschlichen Möglichkeiten liegt, alle möglichen Konsequenzen einer allgemeinen physikalischen Theorie experimentell zu realisieren, so dass bei Experimenten unter Bedingungen, in denen die Theorie nicht getestet wurde, eine Erscheinung auftreten kann, die aus dem Rahmen ihrer Gültigkeit fällt. Die physikalische Erkenntnis entwickelt sich weiter in einer Spirale, die einerseits vom Experiment, andererseits von der mathematischen Theorie getragen wird.