

FILKORN, V.: Carnap's Inductionism, *Filozofia* 29 (1974), No 5, p. 478—503.

The paper is a sequel (9) and (10) and a preparation for the critical analysis of Carnap's inductionist conception of science.

It describes the essential part of Carnap's theory of science — his inductive logic and inductive methods, while starting straight from the structure of classifiable universes and thus more immediately (without possible state-descriptions and Q-predicates) and more naturally (with a poorer and direct language of the classificatory subject-predicate logic) arriving at sentences (1. 13.) — (1, 5).

The other part of the paper describes the axiomatic system according to (7) and (3), while it does not suppose that the degree of affirmation may be the regular c-function. The consequences of regularity are asserted by the axiom A 12, which is, however, proved to be understood as the theorem axiom A6 — A9 and Alla.

In the paper, the weak sides of Carnap's conception and the directions of its criticism are indicated.

Naša štúdia je konkretizovaním úvah o centralizovaných jednosmerných vedeckých systémoch ako sme o nich hoovorili v (9), a je pokračovaním štúdie (10). Chceme v nej, nakoľko je to len možné, prístupným spôsobom opísať jadro Carnapovej teórie indukcie; kritika tejto teórie bude predmetom ďalšej štúdie.

1. Podstata Carnapovho indukcionizmu

Carnapov indukcionizmus súvisí s jeho teóriou indukcie. Carnap začal svoju teóriu indukcie rozpracovávať z filozofických dôvodov, v snahe utvoriť z novopozitivistického empiricizmu ucelený systém zbavený akéhokoľvek nebezpečenstva nevyhnutnosti použiť syntetické sudy apriori.

Novopozitivistí boli presvedčení, že ich teória dedukcie a celá deduktívna logika je v súlade s empiricizmom. Logické zákony (analytické vety a či tautológie) sú síce nevyhnutné, ale sú bezobsažné, o svete nič nehovoria.¹ Na deduktívne postupovanie nepotrebujeme nijaký mimo premís stojaci obsahový syntetický princíp. Ten, kto pozná napr. význam výpovede „všetci ľudia sú smrteľní“ a význam výpovede „Sokrates je človek“, samou analýzou týchto významov, t. j. zo samej štruktúry týchto výpovedí dôjde k záveru, že platí výpoveď „Sokrates je smrteľný“. Z toho teda vyplýva, že dedukciou sa z premís prenáša pravdivosť na závery, ale obsah záverov sa nerozširuje. Dedukciou nezískavame nové informácie, iba to, čo bolo v premisách implicitne obsiahnuté, stane sa explicitným.

Celkom iná je situácia pri indukcií. V každom induktívnom závere je obsiahnuté vždy niečo, čo nebolo v premisách. V induktívnych postupoch totiž

¹ K tejto Carnapovej aj u nás známej koncepcii sa vrátime pri kritike Carnapovho indukcionizmu.

z niekoľkých prípadov uzatvárame buď na ďalšie (iné) prípady, buď na všeobecný zákon; to znamená, že tieto postupy zväčšujú obsah poznania. Prenášajú aj pravdivosť poznania? Tak vzniká základný problém indukcie: Jestvujú pravidlá usudzovania, ktoré prenášajú (zachovávajú) pravdu a súčasne rozširujú obsah? Na rozriešenie problému indukcie vznikli v dejinách vedy a filozofie mnohé teórie, ktoré vytyčovali cesty zdôvodnenia induktívnych postupov.

Ak odhliadneme od „nihilistického“ dedukcionistického riešenia, podľa ktorého sa problém indukcie považuje za pseudopráblém a induktívna logika za nemožnú, tak teórie indukcie môžeme rozdeliť na syntetické a analytické. Syntetické teórie prijímajú na zdôvodnenie induktívnych postupov rôzne obsahové princípy. Známý je napr. Millov princíp uniformity diania sveta (14, s. 382),² podľa ktorého je dianie sveta v určitej miere jednotvárne, a preto čo zistíme na niekoľkých individuách danej oblasti, môžeme rozšíriť na všetky individua tejto oblasti. Počet individuí potrebných na induktívne uzatváranie závisí od spomínanej miery jednotvárnosti; ale aj naopak, pri úspešnej indukcii najmenší nevyhnutný počet individuí ukazuje mieru jednotvárnosti. Keby oblasť bola taká jednotvárna, že by jej prvky (predmety) mali len jednu vlastnosť (napr. červenú farbu), potom už poznanie vlastnosti jedného prvku by postačovalo na určenie vlastnosti všetkých prvkov. Keby zasa dianie sveta bolo celkom neuniformné, keby bolo akékoľvek, t. j. keby čokoľvek nasledovalo po čomkoľvek, teda keby sa čokoľvek spájalo s čímkoľvek,³ z jedného by sme nikdy nemohli uzatvárať na iné. V takom svete by sme nikdy nemohli hovoriť ani o niekoľkých prípadoch. Takto široko chápaný princíp uniformity prechádza do princípu pravidelnosti alebo „poriadku“ sveta.

Proti syntetickej teórii indukcie sa namieta, že je vnútorne sporná. Syntetický princíp (napr. princíp uniformity) je totiž alebo apriórny, a teda pre empiristov neprijateľný, alebo aposteriórny, empirický. V tomto prípade by sme ho však museli získať indukciou. Avšak aby sme mohli uskutočniť indukciu vedúcu k syntetickému princípu, museli by sme použiť ďalší syntetický princíp, o ktorom taktiež platí uvedená alternatíva, atď. až do nekonečna. Slovom, indukciou nemôžeme získať tie princípy, ktoré sú jej predpokladom.⁴ Ak neuznávame syntetické princípy apriori indukcie, ale ak indukciu uznávame za skutočný vedecký postup nevyhnutný pre tvorbu vedeckých systémov, potom podľa Carnapovej teórie o dichotómii apriori — aposteriori ostávajú ako možné len analytické teórie indukcie. Vtedy však treba logiku, ktorá je v základe induktívnych metód, vyhlásiť podľa vzoru deduktívnej logiky za systém analytických viet, ktoré — pretože o svete nič nehovoria — o ňom ani nič nepredpokladajú, a tak nevyžadujú apriórny syntetický princíp indukcie. Vtedy však bude treba aj iným

² Princíp uniformity nadobúdala rôzne konkrétne formy. Spomenieme len Keynesov princíp ohraničenej variety a Broadov princíp prirodzených druhov.

³ V ďalšej štúdii ukážeme, že univerzum spomínaných vlastností je humeovské univerzum.

⁴ Na základe uvedenej argumentácie sa B. Russel priklonil k apriorizmu (Human Knowledge. Its Scope and Limits, New York 1948).

spôsobom formulovať problém indukcie, a samozrejme, aj odpoveď: Pravidlá induktívnej logiky zväčšujú obsah, ale neprenášajú pravdivosť.

V indukcii z premís, teda z doteraz známych empirických výpovedí (z inštancií, ktoré budeme označovať písmenom e) logicky nevyplývajú dôsledky, predpovede, zovšeobecňovania, hypotézy (ktoré budeme označovať písmenom h), ale premisy tieto hypotézy len podporujú, *potvrdzujú*. Vo všeobecnosti môžeme povedať, že čím viac obsah hypotézy h prekračuje obsah inštancií e , tým menej e podporuje h , t. j. tým je h z hľadiska e menej pravdepodobné. Preto problém indukcie podľa Carnapa bude v hľadaní vzťahov medzi rozširovaním obsahov h z hľadiska e a stupňom pravdepodobnosti platnosti rozšíreného obsahu.

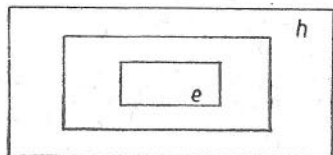
Vzťah medzi e a h voláme aj vzťahom logickej, induktívnej pravdepodobnosti alebo *stupňom potvrdenia c hypotézy h na základe empirických inštancií e* . Tento vzťah budeme označovať $c(h, e)$. Pretože e hypotézu h potvrdzuje, ale h z e logicky nevyplýva, hovoríme, že e *častočne* implikuje h .⁵ Carnap preto nazýva svoju induktívnu logiku teóriou čiastočnej implikácie (1, s. 297).

Pretože z e logicky h nevyplýva, predmetom induktívnej logiky nebudú pravidlá získavania h z e , teda napr. pravidiel predpovedania budúcnosti.⁶ Vznik hypotézy sa viaže vždy na nejakú viac-menej šťastnú intuíciu (1, s. 193), a preto nemôže byť predmetom metodológie. Úlohou induktívnej logiky je preskúmať vzťah už hotovej (napr. navrhovanej) hypotézy k empirickým výpovediam, ktoré ju podporujú alebo nepodporujú.

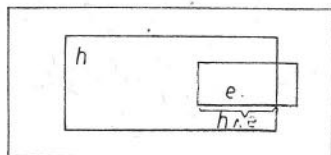
Induktívna logika je preto *pravdepodobnostná* logika, v ktorej hodnota stupňa potvrdenia vyplynie z analýzy významu h , z analýzy významu e , ako aj zo vzťahov, ktoré sa zakladajú na týchto významoch. Pretože na určenie vzťahu c medzi h a e postačia sémantické pravidlá významu, bude vzťah c logický, analytický (1, s. 181), hoci h a e sú syntetické výpovede.⁷ Týmto spôsobom sa Carnap pokúsil prekonať tak Humeho skepticizmus, nepripúšťajúci menšiu ani väčšiu pravdepodobnosť, ako aj každú induktívnu ontológiu a vybudovať dôsledný empiricizmus.

S uvedenou koncepciou induktívnej logiky a na nej budovanej induktívnej

⁵ Keby h ani čiastočne nevyplývala z e , e by nemohla h potvrdzovať. Carnap (1, s. 297) deduktívnu a induktívnu implikáciu znázorňuje geometrickým spôsobom.



e implikuje h deduktívne, ak celé e je obsiahnuté v h .



e implikuje h induktívne, ak časť e je obsiahnutá v h . Ak $\frac{3}{4}$ e je obsiahnuté v h , tak $c(h, e) = \frac{3}{4}$.

⁶ Existencia takýchto pravidiel je — podľa Carnapa — len postulátom racionalizmu. V tomto ohľade Carnap nadväzuje na Einsteina, Poppera a iných (1, s. 193).

⁷ Tak je to aj v deduktívnej logike, kde premisy sú syntetické (napr. „všetci Iudia sú smrteľní“ atď.), ale pravidlá uzatvárania sú analytické.

metódy⁸ súvisí aj Carnapov indukcionizmus. Podľa empiricizmu kritérium významu výpovede (a teda aj teórie a celého vedeckého systému ako veľmi zloženej výpovede) spočíva v jej potvrditeľnosti (5, s. 81; 6, s. 283). No metóda potvrdzovania je práve induktívna metóda. Preto každá výpoveď, teória a pod. patria do empirickej vedy, len ak sa môžu potvrdiť induktívnou metódou (17, s. 283). To znamená, že induktívna metóda je centrálnym ohniskom a kritériom empirickej vedy. Tým je určený význam aj forma Carnapovho indukcionizmu.

2. Carnapova induktívna logika

Carnapova induktívna logika, samozrejme v hraniciach, ktoré jej umožňujú filozofické zásady neopozitivismu, je široko koncipované a v tomto zmysle obdivuhodné pokračovanie v diele J. M. Keynesa, F. Waismanna, S. Mazurkiewicza, H. Jeffreya, G. M. Wrighta a iných (1, s. 337 a n.) o logickej pravdepodobnosti a indukcii. Carnapove názory na problematiku sa menili a to, čo nám po ňom ostalo, má trochu charakter diela in statu nascendi.

a) Logická a štatistická pravdepodobnosť

Pretože Carnapova induktívna logika je pravdepodobnostnou logikou, musí me v krátkosti ozrejmiť pojem pravdepodobnosti, pričom si nerobíme nároky na presnosť.

Pojem pravdepodobnosti sa dá definovať (11, s. 137 a n.) pomocou pojmu *miery* m definovanej na podmnožine A množiny U všetkých možností (všetkých stavov, situácií, výsledkov a pod).⁹ Tak pri hádzaní kockou môže padnúť ktorékoľvek zo šiestich čísel (a len niektoré z nich), a preto tu bude platiť, že $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Každému prvku množiny U priradíme určité kladné číslo (*váhu*) tak, aby súčet váh všetkých prvkov U sa rovnal jednej. Nie všetkým prvkom musíme priradiť rovnakú váhu. Každý (a teda aj jednorvkovej) podmnožine A množiny U priradíme číslo $m(A)$, ktoré nazývame *mierou*¹⁰ podmnožiny A . Aj výpovedi p vzťahujúcej sa na podmnožinu A priradíme číslo $m(p)$ a budeme ho nazývať *pravdepodobnosťou* výpovede p . Miera podmnožiny A sa bude rovnat súčtu váh jej prvkov. To znamená, že miera množiny U bude sa vždy rovnat jednej. Ak predpokladáme, že naša kocka je súmerná, tak každému jednotlivému výsledku pri hádzaní priradíme rovnakú váhu $1/6$. Ak máme určit pravdepodobnosť výpovede „číslo, ktoré padne, bude nepárne“, potom máme určiť mieru množiny $A = \{1, 3, 5\}$. Pravdepodobnosť tejto výpovede bude súčet váh troch prvkov z množiny šiestich prvkov; bude teda $1/2$.

⁸ Vzťah medzi induktívnou logikou a induktívnou metódou sa dá určiť podobne ako vzťah medzi deduktívnou logikou a deduktívnou metódou. Induktívna logika je teoretickým základom induktívnych postupov (metód); induktívna metóda rozvíja postupy, ktorými sa môžu využiť výsledky induktívnej logiky na isté ciele. Podľa Carnapa Baconove tabule a Millove kánony patria do induktívnej metódy, a nie do induktívnej logiky, ktorá bola u nich celkom nerozvinutá (1, s. 202 n.).

⁹ Množinu U voláme aj výberovým priestorom.

¹⁰ Mieru môžeme chápať ako funkciu (m -funkciu), t. j. ako pravidlo ktorým sa podmnožinám $A_1, A_2, \dots, A_n$ priradujú čísla tak, aby súčtu podmnožín sa priradilo číslo 1; t. j. aby $m(A_1) + m(A_2) + \dots + m(A_n) = 1$, pričom $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = U$.

Podmienená pravdepodobnosť Pp je pravdepodobnosť výpovede p hovoriacej o podmnožine A za podmienky, že je pravdivá nejaká výpoveď q vzťahujúca sa na podmnožinu B , teda hovoriaca, že nastala udalosť B . Pretože predpokladáme, že výpoveď q je pravdivá, podmienená pravdepodobnosť sa nebude definovať z hľadiska množiny U , ale z hľadiska podmnožiny B . Vzorec pre podmienenú pravdepodobnosť teda bude¹¹

$$m(A, B) = \frac{m(A \cap B)}{m(B)} \quad \text{alebo} \quad Pp = \frac{m(p \wedge q)}{m(q)}.$$

Carnap uvádza, že v dejinách teórie pravdepodobnosti sa vynorili dva rôzne pojmy pravdepodobnosti, ktoré síce úzko medzi sebou súvisia, ale predsa sú rôzne (1, s. 23 a n.). Ide o štatistickú pravdepodobnosť (pravdepodobnosť₂) spätú s relatívnou početnosťou hromadných javov a o logickú, induktívnu pravdepodobnosť (pravdepodobnosť₁), spätú so stupňom veriteľnosti, so stupňom potvrdenia, s hodnotením pravdepodobnosti₂ a s korektnou stávkou. Pravdepodobnosťná₂ výpoveď má empirický obsah. Tak napr. výpoveď „pravdepodobnosť, že pri hode kocky padne číslo 5, je 1/6“ hovorí, že keď hádzeme kockou m krát, pričom m je dostatočne veľké, padne číslo 5 n -krát a n/m sa blíži jednej šestine. To znamená, že pravdepodobnosť₂ skúma fyzikálne vlastnosti určitých systémov,¹² alebo presnejšie, skúma vzťahy medzi vlastnosťami, triedami vecí. V našom prípade ide o vzťahy medzi triedou všetkých hodov a triedou hodov čísla 5. Môžeme povedať, že pravdepodobnosť₂ je funkcia o dvoch premenných, ktorých hodnoty sú vlastnosti, triedy vecí, javov a pod. Teóriu pravdepodobnosti₂ aj s primeranou induktívnou logikou rozpracoval mimo iných H. Reichenbach (18, s. 429 a n.). Pravdepodobnosťná₁ výpoveď je funkcia o dvoch premenných, pričom hodnoty týchto premenných sú výpovede. Jedna výpoveď e vyjadruje naše doterajšie skúsenosti, pozorovania a pod.; táto výpoveď je akoby premisou, na základe ktorej oceňujeme hodnotu druhej výpovede h . Hypotéza h je výpoveď o neznámych alebo nie dokonale známych javoch, udalostiach, napr. predpoveď určitej individuálnej udalosti (že zajtra bude pršať, že v nasledujúcom hode kockou padne číslo 6), alebo hypotéza bude všeobecná výpoveď, ako napr. že každý kov je vodičom elektriny. Pretože pravdepodobnosť h sa určuje na základe pravdivosti e , bude $c(h, e)$ podmienenou pravdepodobnosťou. Ak do vzorca pre podmienenú pravdepodobnosť za p dosadíme h a za q dosadíme e , dostaneme vzorec pre stupeň potvrdenia

$$c(h, e) = \frac{m(h \wedge e)}{m(e)}.$$

Ak sme mieru chápali ako m -funkciu, aj c budeme chápať ako c -funkciu.

b) Názorné úvahy

Carnap buduje induktívnu logiku sémantickou alebo modelovou metódou. To znamená, že vychádza zo štruktúry univerz, na ktorých sa buduje logika

¹¹ Dôkazy tohto vzorca nájde čitateľ v (11, s. 154) a v každej učebnici teórie pravdepodobnosti.

¹² Keby sme napr. po 60 000 hodoch kockou dostali 58 000-krát číslo 5, nadobudli by sme jasnú predstavu o ťažisku kocky.

(1, s. 70 a n.). Všetky Carnapove výskumy o indukciu sa vzťahujú len na klasifikovateľné univerzá, a preto jeho induktívna logika je *klasifikačná*. „Zaoberá sa [totiž] len vlastnosťami indivíduí, a nie vzťahmi medzi nimi, okrem tých, ktoré sa definujú vlastnosťami. Toto obmedzenie sa vidí dnes prirodzeným...“ (1, s. 122), lebo „rozšírenie induktívnej logiky na vzťahy by si vyžadovalo dosiahnutie určitých výsledkov v deduktívnej vzťahovej logike, ktoré táto disciplína... ešte nedosiahla“ (1, s. 566). Ide napr. o takú „jednoduchú“ vec ako určenie počtu štruktúr dvojčlenného vzťahu aj v konečnej oblasti (1, s. 124).¹³

To znamená, že aj Carnapovo induktívne univerzum je *klasifikačné* (3, s. 973). Skladá sa z rodín $F_1, \dots, F_r$, pričom každá rodina sa skladá z k predikátov $P_1, P_2, \dots, P_k$, ktoré sa navzájom vylučujú; teda každé indivídium môže mať z každej rodiny len po jednom predikáte, a to „na základe logickej nevyhnutnosti. To znamená, že táto okolnosť vyplýva zo samého významu [rodiny] a nie je len náhodným zákonom prírody, pre ktorý je vždy možná kontra-inštancia“ (1, s. 76). Preto každá rodina tvorí klasifikáciu a predikáty určujú triedy indivíduí majúcich tieto predikáty. Na opísanie klasifikačného univerza U_k stačí klasifikačná logika chápaná ako fragment predikátovej logiky prvého stupňa, kde všetky predikáty sú jednomiestne. Situáciu, že nejaké indivídium a_i má (prípadne nemá) vlastnosť označenú predikátom P_i , budeme označovať výrazom (výpoveďou) $P_i(a_i)$ (prípadne $\neg P_i(a_i)$), že nejaké indivídium a_i má aj vlastnosť P_i aj vlastnosť P_j , budeme označovať výrazom $P_i \wedge P_j(a_i)$ alebo výrazom $P_i(a_i) \wedge P_j(a_i)$, že nejaké indivídium a_i má alebo vlastnosť P_i alebo vlastnosť P_j , budeme označovať výrazom $P_i \vee P_j(a_i)$ alebo výrazom $P_i(a_i) \vee P_j(a_i)$, situáciu, že ľubovoľný prvok univerza má vlastnosť P , budeme označovať výrazom $\forall a P(a)$. Predikáty $P_1, \dots, P_k$ budeme nazývať jednoduchými, predikáty $> P, P_i \Delta P_j, P_i \vee P_j$ budeme nazývať zloženými a označovať písmenom M .

Univerzum U_k sa môže skladať z jednej alebo z viacerých rodín. Ako príklad uvedieme U_k skladajúce sa z r rodín. Budeme ho označovať U_k^r .

$F_1 = \{P_1^1, P_2^1, \dots, P_{k_1}^1\}$ do tejto rodiny nech patria farby (červená, ...)

$F_2 = \{P_1^2, P_2^2, \dots, P_{k_2}^2\}$ do tejto rodiny nech patria chute (sladký, ...)

$F_r = \{P_1^r, P_2^r, \dots, P_{k_r}^r\}$ do tejto rodiny nech patria ovocie (jablká, ...)

Ak nejaké indivídium a_1 je jablko P_1^r , červené P_1^1 , sladké P_2^2 , tak celú situáciu o červenom sladkom jablku vyjadríme výpoveďou $P_1 \wedge P_1^1 \wedge P_2^2(a_1)$.

Doteraz publikované Carnapove úvahy sa dotýkali skoro výlučne len univerz, ktoré majú jednu rodinu skladajúcu sa z k predikátov.

Ak $F = \{P_1, \dots, P_k\}$, tak platia nasledujúce vety

$$P_i(a_1) \wedge P_j(a_1) = 0 \quad (i \neq j) \quad (1.1)$$

$$\forall a [P_1(a_1) \vee P_2(a_1) \vee \dots \vee P_k(a_1)] \quad (1.2)$$

¹³ Neskorší Carnapov axiomatický systém sa už neviaže na túto podmienku, no aj tak je systémom vyjadrujúcim povahu určitých klasifikačných univerz.

(1.2) je podľa definície analytická (logicky platná) veta.

$$P_1 \cup P_2 \cup \dots \cup P_k = U_k^1 \quad (1.3)$$

(1.3) hovorí, že predikáty $P_1, \dots, P_k$ a nimi určené triedy pokrývajú celé univerzum majúce jednu rodinu. V ďalšom bude U_k označovať práve takého univerzum. Nech počet indivíduí (prvkov univerza U_k) je n .

Potom n_1 prvkov bude mať vlastnosť označenú predikátom P_1

$$\begin{array}{ccc} n_2 & & P_2 \\ & \ddots & \\ & & P_k \end{array}$$

a bude platiť

$$n = n_1 + n_2 + \dots + n_k, \quad (1.4)$$

pričom niektoré z n_i ($i = 1, 2, \dots, k$) sa môžu rovnať nule, t. j. niektorá vlastnosť nemusí mať ani jeden prvok, a tak primeraná trieda môže byť prázdna. Rozdelenie indivíduí do jednotlivých tried rodiny nazývame *distribúciou* indivíduí.

Výskumníci obyčajne nepoznajú ani n ani n_i ($i = 1, 2, \dots, k$). Keby sme totiž poznali všetky prvky a ich distribúciu do jednotlivých tried vytvorených jednotlivými vlastnosťami P_i ($i = 1, 2, \dots, k$), bol by výskum klasifikačného univerza (oblasti) U_k zbytočný. Pre klasifikačnú vedu a metodológiu majú význam len tie prípady, keď poznáme len časť univerza.¹⁴ Túto časť nazývame *výberom* (populáciou) univerza U_k . Výber U_k je reprezentovaný našimi doterajšími empirickými poznatkami tvoriacimi „premisu“ e indukčného postupu, teda našimi skúsenosťami. Pretože tieto skúsenosti budú musieť mať formu klasifikácie, lebo v opačnom prípade by nemohli byť „premisou“, budeme ich označovať e_F . e_F bude preto aj distribúciou známych s prvkov do k tried, pričom $s < n$ a bude platiť¹⁵

$$s = s_1 + s_2 + \dots + s_k. \quad (1.5)$$

Ak nám nezáleží na celej distribúcii prvkov vo výbere, ale len na tom, koľko prvkov má vlastnosť P_1 , tak ostatné predikáty $P_2, \dots, P_k$ nahradíme predikátom $\neg P_1$, t. j. predikátom nie $\neg P_1$ a z e_F dostaneme e_1 . e_1 vyjadruje teda distribúciu s prvkov vzhľadom na delenie P_1 a $\neg P_1$ (teda distribúciu do dvoch tried), pričom P_1 bude mať s_1 prvkov a $\neg P_1$ bude mať $s - s_1$ prvkov. Podobne môžeme utvoriť distribúciu e_2 z hľadiska P_2 a $\neg P_2$, a vo všeobecnosti e_i (kde $i = 1, 2, \dots, k$). Takýto postup má význam, ak nám ide o určenie pravdepodobnosti, že nejaký nový doteraz nepozorovaný prvok (teda prvok nepatriaci do e_F) bude mať vlastnosť P_1 (bude patriť do prvej triedy), alebo vo všeobecnosti vlastnosť P_i .

Naše predchádzajúce úvahy ozrejmili štruktúru a zmysel e_F a e_i . Teraz musíme ozrejmiť štruktúru hypotézy h . Podľa jej rôznej štruktúry dostaneme aj rôzne pravidlá indukčného uzatvárania (rôzne druhy indukčných inferencií) (1, s. 207 n). Hypotéza h_1 môže tvrdiť, že nejaké nové, v e neobsiahnuté indi-

¹⁴ Z tejto časti potom induktívne uzatvárame na iné časti, alebo na celé U_k .

¹⁵ To znamená, že do prvej triedy bude patriť s_1 prvkov, do druhej triedy bude patriť s_2 prvkov, ..., do k -tej triedy bude patriť s_k prvkov, teda s_1 prvkov bude mať vlastnosť P_1 atď.

víduum bude patriť do prvej triedy, h_2 bude tvrdiť, že toto nové individuum bude patriť do druhej triedy, ... podobne to bude platiť aj o hypotéze h_k . Potom výpovede $c(h_1, e_F)$, prípadne $c(h_1, e_1), \dots, c(h_k, e_k)$ alebo vo všeobecnosti $c(h_i, e_i)$ budú určovať pravdepodobnosť s akou nové individuum bude patriť do prvej, druhej, ..., k -tej triedy. Výpovede formy $c(h_i, e_i)$ budeme nazývať *singulárnymi* indukčnými pravidlami, lebo pomocou nich z výberu na nové individuum síce neuzatvárame, ale nimi určujeme pravdepodobnosti, ktorými bude toto individuum patriť do tej-ktorej z jednotlivých tried. Hypotéza h sa však nemusí dotýkať len jedného nového individua a jeho príslušnosti do niektorej triedy, ale distribúcie celého ďalšieho výberu $s'_1, s'_2, \dots, s'_k$, ktorý sa nekryje s prvým výberom. Túto hypotézu budeme označovať h_F . $c(h_F, e_F)$ určuje potom pravdepodobnosť, že rozloženie s'_i prvkov sa bude rovnať rozloženiu s_i prvkov, teda že bude platiť $s'_1 : s'_2 : \dots : s'_k = s_1 : s_2 : \dots : s_k$. Výpovede typu $c(h_F, e_F)$ sa nazývajú *predpovedajúce* indukčné pravidlá.

Konečne sa hypotéza môže dotýkať celého univerza. Tu môžu nastať dva prípady. V prvom sa z výberu $s_1, \dots, s_k$ uzatvára na distribúciu v celom univerze, teda na $n_1, \dots, n_k$. Hypotézu hovoriacu o distribúcii v univerze budeme označovať h_U . Potom $c(h_U, e_F)$ určuje pravdepodobnosť uzatvárania z časti na celok a nazýva sa *inverzným* pravidlom. V druhom prípade sa z distribúcie v U_k uzatvára na distribúciu výberu. Robí sa to pomocou *priameho* indukčného pravidla, ktoré určuje pravdepodobnosť toho, že distribúcia $s_1, \dots, s_k$ bude mať takú štruktúru ako distribúcia $n_1, \dots, n_k$, t. j., že bude platiť $s_1 : s_2 : \dots : s_k = n_1 : n_2 : \dots : n_k$.

Klasifikovateľnosťou sa štruktúra Carnapovho univerza nevyčerpáva. Musíme určiť ďalšie vlastnosti individuí, tried a rodín. Carnap tak buduje svoje indukčné univerzum, aby odpovedalo deduktívnemu univerzu. V deduktívnej logike ako samozrejmosť, platí, že *všetky* individua sú z logického hľadiska *rovnocenné*. Tak napr. z vety $P(a_3) \rightarrow P(a_3)$ v $P(a_2)$ nasleduje na základe substitúcie veta $P(a_1) \rightarrow P(a_1)$ v $P(a_2)$. To isté budeme predpokladať aj v indukčnej logike (1, s. 484 n). Ak totiž nejaký pozorovateľ zistí, že a_1 a a_2 majú vlastnosť P_1 a formuluje to ako skúsenosť $e \leftrightarrow P_1(a_1) \wedge P_1(a_2)$, tak pre neho hypotéza h , že nejaký nový prvok a_3 má vlastnosť $P_1(h \leftrightarrow P_1(a_3))$, a hypotéza h' , že nejaký nový prvok a_4 má vlastnosť $P_1(h' \leftrightarrow P_1(a_4))$, sú rovnocenné. Výsledok pozorovania e totiž nič nehovorí ani o a_3 ani o a_4 , a preto by bolo nerozumné prvkovi a_3 pripísať P_1 a prvkovi a_4 to uprieť, teda bolo by nerozumné hypotéze h pripísať z hľadiska e iný stupeň potvrdenia ako hypotéze h' ; to by totiž diskriminovalo individua.

Podobné úvahy môžeme vzťahovať aj na triedy (predikáty) a na rodiny, ktoré majú rovnaký počet predikátov. To znamená, že aj triedy s rovnakým počtom predikátov budú rovnocenné; m-funkcie a c-funkcie definované v oblasti rovnocenných individuí a tried budú potom symetrické.¹⁶

¹⁶ Rovnocennosť prvkov a tried je u Carnapa úzko spätá s ich vzájomnou nezávislosťou, teda s ich atomizáciou. Carnapova koncepcia indukčnej logiky predpokladá atomistické univerzum, v ktorom jeden prvok okrem seba nič neimplikuje (pozri J. Hintikka *A Two-Dimensional Continuum of Inductive Methods: Aspects of Inductive Logic*, Amsterdam 1966).

Pre každý prvok nepatriaci do e bude platiť, že bude mať alebo

P_1 , alebo $P_2, \dots$, alebo P_k ; dostaneme teda

$$h_1 \vee h_2 \vee \dots \vee h_k = 1 \quad (1.6)$$

$$c(h_1, e_F) \vee c(h_2, e_F) \vee \dots \vee c(h_k, e_F) = 1, \quad (1.7)$$

teda pravdepodobnosť, že nový prvok bude patriť do jednej z k tried a bude sa rovnať jednej. Pretože všetky individua a triedy sú rovnocenné, musíme na začiatku našich pozorovaní (teda keď $s = 0$) tvrdiť, že $h_1, \dots, h_k$ sú rovnako pravdepodobné, že pravdepodobnosť h_i bude sa rovnať $1/k$. Stupeň potvrdenia, keď $s = 0$ budeme nazývať nulovým, lebo vtedy e_F má nulový obsah; budeme ho označovať c_0 . Pretože e_F je nulové, bude platiť

$$c_0(h_i, e_F) = c(h_i) = 1/k. \quad (1.8)$$

Nulový obsah (ak ide o konkrétne obsahy) majú aj logické vety (tautológie t). Preto bude platiť (1, s. 307)

$$c_0(h) = c(h, t) \quad (1)$$

No platí, že

$$c(h, t) = \frac{m(h \wedge t)}{m(t)} \quad (2)$$

Pretože t je vždy pravdivá ($t = 1$), jej miera bude mať hodnotu 1 . ($m(t) = 1$). Pretože $h \wedge t \leftrightarrow h$, z (2), bude nasledovať

$$c(h, t) = m(h). \quad (3)$$

Z (1) a (3) dostaneme

$$c_0(h) = m(h). \quad (4)$$

Nulový stupeň potvrdenia sa preto bude rovnať miere hypotézy. Hodnota c_0 závisí len od množstva tried,¹⁷ teda od štruktúry klasifikácie, ktorá je podľa Carnapa logickou nevyhnutnosťou. To znamená, že nulový stupeň potvrdenia je závislý od logického činiteľa a že pre rôzne k bude rôzny. Z (1.6) a (1.8) vyplýva, že

$$c(h_i \vee h_j) = 2/k \quad (1.9)$$

$$c(h_i \vee h_j \vee h_m) = 3/k. \quad (1.9a)$$

$h_i \vee h_j$ znamená, že nový prvok bude mať alebo vlastnosť P_i , alebo vlastnosť P_j .¹⁸ Aby sme mohli (1.9) a (1.9a) zovšeobecniť, zavedieme zložité predikáty M a priradíme im logickú šírku w a relatívnu logickú šírku w/k .

	w	w/k
$M_1 = P_1(a)$	1	$1/k$

Tento predpoklad neplatí v induktívnej logike, v ktorej sa hovorí o všeobecnom vedeckom zákone, a neplatí ani vo vzťahovej indukcii.

¹⁷ Pri hre kockou $k = 6$, a preto pravdepodobnosť, že padne číslo 1, teda že bude platiť $P_1(a)$, bude taká istá, ako že padne dvojka, ... že padne šesťka.

¹⁸ Pri hode kockou pravdepodobnosť, že padne číslo 1 alebo číslo 2, je $2/6$.

$$M_2 = P_1(a) \vee P_2(a)$$

2

2/k

$$M_k = P_1(a) \vee P_2(a) \vee \dots \vee P_k(a) \quad k \quad k/k$$

To, že nový prvok bude mať vlastnosť M_1 , vyjadríme hypotézou h_1 (vo všeobecnosti hypotézou h_i), že bude mať vlastnosť $M_2, \dots, M_k$ (vo všeobecnosti M_i ($i = 2, 3, \dots, k$))) vyjadríme hypotézou h_M . Pretože M_i má logickú šírku $w > 1$, bude h_M pravdepodobnejšia ako h_i ; Pravdepodobnosť h_M bude w/k . To znamená, že

$$c_0(h_M) = w/k \quad (1.10)$$

Výraz w/k nezávisí od empirického pozorovania, ale len od štruktúry výpovede h_M a od štruktúry klasifikácie reprezentovanej počtom predikátov k . Preto tento výraz budeme nazývať *logickým faktorom* (2, s. 24). Na začiatku skúmania berieme do úvahy len tento faktor, to znamená, že mu pripisujeme veľkú váhu. Váhu tohto faktora budeme označovať písmenom λ .

Postupne ako rastie počet pozorovaných indivíduí s a ako ich distribúcia medzi $s_1, \dots, s_k$ nadobúda konkrétnu formu, začínajú mať okrem logického faktora význam aj pomery $s_1/s, \dots, s_k/s$, t. j. pomer prvkov majúcich vlastnosť P_i ku všetkým pozorovaným prvkom. Tento význam bude tým väčší, čím väčšie je s . Faktor s_i/s alebo s_M/s ¹⁹ budeme nazývať *empirickým* a za jeho váhu budeme považovať s , lebo čím je väčšie s , tým viac ovplyvňuje hodnotu $c(h, e)$. Keby sme nebrali do úvahy empirický faktor, teda vplyv počtu s prvkov, nemohli by sme sa učiť zo skúsenosti. Vo svete, v ktorom sa z minulej skúsenosti nedá učiť, by bola veda nemožná aj zbytočná. Zásadu učenia sa zo skúsenosti môžeme vyjadriť takto: Pri stálom s , ak $s_i > s_j$, tak $c(h_i, e_s) > c(h_j, e_s)$. (1.11)

Čím väčšia je váha empirického faktora, tým je váha logického faktora menšia a ak $s = n$, t. j. ak poznáme všetky prvky univerza U_k , λ môže mať aj hodnotu 0. To znamená, že hodnotu $c(h_M, e_M)$ môžeme chápať ako *váhový* aritmetický priemer dvoch činiteľov f_1 a f_2 , majúcich váhu W_1 a W_2 . Pre váhový aritmetický priemer platí²⁰

¹⁹ s_M je počet prvkov, ktoré majú vlastnosť M . Ak M má logickú šírku $w = 1$, tak s_M bude totožné s s_i . Ak M bude mať šírku $w > 1$, tak vo všeobecnosti bude $s_M > s_i$. $s_M = s_i$ bude platiť len vtedy, keď triedy reprezentované predikátom M budú okrem jednej prázdne. Pripomíname, že v celej ďalšej štúdii budeme predikáty M chápať ako disjunkciu medzi predikátmi $P_1, \dots, P_k$.

²⁰ Môžeme to znázorniť. Ak máme dve hodnoty f_1, f_2 , tak ich aritmetickým priemerom bude $\frac{f_1 + f_2}{1 + 1}$.

Ak sa hodnota f_1 opakuje W_1 krát a f_2 sa opakuje W_2 krát, teda ak W_1 a W_2 budú frekvenciou, tak dostaneme

$\frac{f_1 W_1 + f_2 W_2}{W_1 + W_2}$. Frekvencia tu bude teda váhou. Nejaký prvok bude mať tým väčšiu váhu, čím viac sa opakuje.

$$f = \frac{W_1 \cdot f_1 + W_2 \cdot f_2}{W_1 + W_2} . \quad (1.12)$$

Ak $f = c(h_M, e_M)$, tak $f_1 = s_M/s$, $f_2 = w/k$, $W_1 = s$, $W_2 = \lambda$.

Potom hodnota $c(h_M, e_M)$ bude ležať medzi hodnotami oboch faktorov, t. j.

$s_M/s \leq c(h_M, e_M) \leq w/k$ alebo $w/k \leq c(h_M, e_M) \leq s_M/s$. Ak do (1.12) dosadíme uvedené hodnoty, dostaneme

$$c(h_M, e_M) = \frac{(s_M/s) \cdot s + (w/k) \cdot \lambda}{s + \lambda} , \quad (1.13)$$

z čoho dostaneme

$$c(h_M, e_M) = \frac{s_M + (w/k)\lambda}{s + \lambda} . \quad (1.14)$$

Pre hypotézu h_i , ktorá má vždy formu $P_i(a)$ a logickú šírku $w = 1$, dostaneme

$$c(h_i, e_i) = \frac{s_i + \lambda/k}{s + \lambda} . \quad (1.15)$$

Povahu logického faktora si objasníme až v ďalšej časti.²¹ Z (1.13) — (1.15) vidíme, že hodnota $c(h, e)$ nezávisí od nejakej novej skúsenosti, ale len od vzťahu medzi významom e a h . Ak je totiž daná forma klasifikácie a v nej formulovaná skúsenosť e_F , ak je daná logická forma hypotézy h určená logickou šírkou w/k , ak $c(h, e)$ považujeme za váhový priemer, ak sme sa rozhodli pre určitú hodnotu váhy logického faktora λ , tak bez ďalších empirických alebo iných znalostí môžeme určiť hodnotu c . A v tom spočíva — podľa Carnapa — analytický charakter indukčnej logiky.

V ďalšej štúdii sa budeme bližšie zaoberať problémom analyticity logiky. Teraz iba pripomenieme, že aj keby sme po určení h a e nepotrebovali na určenie c novú skúsenosť, už samo určenie c pomocou (1.12) berie do úvahy (1.11). No (1.11) nie je analytická veta, ale formulovanie „mimologickej“ záležitosti, že sa totiž učíme zo skúsenosti. A tak v základoch analytických viet (1.13) — (1.15) sú neanalytické výpovede. Preto aj Carnapova indukčná logika má empirické pozadie a ako celok je závislá od vedeckej praxe. Sám Carnap to uznáva, keď hovorí, že v jeho indukčnej logike mu ide o zexplicitnenie implicitných princípov indukčného myslenia, reprezentovaného postupmi dobrých vedcov (1, s. 563). Preto sa v indukčnej logike neobjavujú celkom nové spôsoby myslenia, ale sa v nej analyzujú a v podobe presných pravidiel formulujú intuitívne skúsenosti vedcov (7, s. 2). Carnap však z tohto názoru nevyvodil pre svoju teóriu indukčnej logiky primerané antiaprioristické dôsledky.

3. Axiomatický systém indukčnej logiky

a) Axiómy

Carnapov axiomatický systém podávame podľa (7, s. 242 n) s prihliadnutím na (3, s. 973 n). Axiómy sa skladajú z niekoľkých skupín. Do prvej sku-

²¹ Čitateľ, ktorý nechce sledovať stavbu Carnapovho axiomatického systému, môže pokračovať časťou 3 c) tejto štúdie.

piny patria všeobecné axiomy platné pre všetky teórie pravdepodobnosti (axiomy 1–5), do druhej skupiny patria axiomy invariance (axiomy 6–10), do tretej skupiny axiomy klasifikovateľnosti (axiomy 11, 12) a do poslednej skupiny patria axiomy relevancie a irelevancie (axiomy 13, 14).

A 1. $0 \leq c(h, e) \leq 1$

hovorí, že stupeň potvrdenia môže nadobudnúť hodnoty medzi 0 a 1.

A 2. Ak $e \rightarrow h$ tak $c(h, e) = 1$,

ak z e nasleduje h , tak stupeň potvrdenia hypotézy h na základe e bude 1.

A 3. Keď $e \wedge h$ je s $e \wedge h'$ logicky nezlúčiteľné (t. j. keď $e \wedge h \wedge h' = 0$), tak $c(h \vee h', e) = c(h, e) + c(h', e)$.

A 3 je špeciálnym princípom adície. Osvetlíme ho na príklade. Ak na základe našich vedomostí univerzitného života e vieme, že univerzita môže voliť len jedného z dvoch (alebo z viacerých) kandidátov h, h' za rektora (že teda $e \wedge h \wedge h'$ je nemožné), tak pravdepodobnosť, že zvolí alebo h alebo h' , sa rovná súčtu pravdepodobností pre h a h' .

A 4. $c(h \wedge h', e) = c(h, e) \times c(h', e \wedge h)$.

Je to všeobecný princíp multiplikácie, ktorý si ozrejníme aj príkladom. Nech e sú znova naše vedomosti o univerzitnom živote. Nech h označuje, že kandidát bol navrhnutý napr. niektorou fakultou za rektora. Nech h' označuje, že navrhnutý kandidát bude aj zvolený. Potom pravdepodobnosť, že niekto bude aj navrhnutý aj zvolený, sa rovná súčinu pravdepodobností, že bude navrhnutý ($c(h, e)$), a pravdepodobností, že bol navrhnutý ($e \wedge h$) a bude aj zvolený ($c(h', e \wedge h)$).

A 5. Ak platí $e \leftrightarrow e'$ a $h \leftrightarrow h'$, tak $c(h, e) = c(h', e')$

To znamená, že logicky ekvivalentné skúsenosti a hypotézy majú rovnaký stupeň potvrdenia.

A 6. Hodnota $c(h, e)$ ostáva nezmenená pri každej permutácii indivíduí.

A 7. Hodnota $c(h, e)$ ostáva nezmenená pri každej permutácii predikátov rodiny.

A 8. Hodnota $c(h, e)$ ostáva nezmenená pri každej permutácii rodín majúcich rovnaké množstvo predikátov.

A 9. Hodnota $c(h, e)$ je nezávislá od rozšírenia oblasti indivíduí, ak h a e nie sú všeobecné výpovede.²²

²² Podľa A9 hodnota c bude nezávislá od celkového počtu indivíduí. To, že univerzum U_k má N prvkov, budeme značiť N_U . Stupeň potvrdenia v tomto univerze bude n_c . Podľa A9 bude teda platiť $n_c = N_{+1}c = N_{+S}c$, kde $S = 1, 2, \dots$. Platnosť tejto axiomy môžeme objasniť nasledujúcim spôsobom. Carnap predpokladá, že hodnota c je určená len zmyslom (významom) výpovede e a výpovede h . No zmysel týchto výpovedí, ak nie sú všeobecné, je rovnaký, či už U_k má N prvkov, alebo $N + S$ prvkov. Ak máme totiž výpoveď, ktorá hovorí, že s_1 prvkov má vlastnosť P_1 , tak zmysel tejto výpovede ostane nezmenený aj vtedy, ak mimo s_1 prvkov jestvujú alebo nejestvujú ďalšie prvky, ktoré majú alebo nemajú vlastnosť P_1 . Preto

A 10. Hodnota $c(h, e)$ závisí len od existencie tých rodín, o ktorých sa hovorí v e a h .

To znamená, že ak sa do nášho jazyka pridajú ďalšie rodiny predikátov, hodnota $c(h, e)$ sa tým nemení (3, s. 975).

A 11a. Disjunkcia $h_1 \vee h_2 \vee \dots \vee h_k$

je logicky pravdivá, pričom všetky tieto hypotézy sa vzťahujú na to isté (vo výbere e neobsiahnuté) individuum.

A 11b. Ak $i \neq j$, tak $h_i \wedge h_j$ je logicky nepravdivá veta.

Z A 11a vyplýva, že stupeň potvrdenia uvedenej disjunkcie sa rovná jednej, lebo je logicky pravdivá veta a tá vyplýva z každej inej výpovede, a teda aj z e (podľa A 2.).

A 12. $c_0(P_i(a_i)) > 0$, pričom $i = 1, 2, \dots, k$

Axióma A 12 je axióma nevytlúčenia ani jednej možnosti, t. j. axióma možnosti každej situácie v rodine spĺňajúcej predchádzajúce axiómy. Podľa nej nemôžeme ani jednému prvku U_k apriori (teda bez e) odoprieť nejakú vlastnosť patriacu do rodiny F . Na to je potrebná skúsenosť e . A 12 môžeme považovať aj za dôsledok vyplývajúci buď z axióm invariance hovoriacich o rovnocennosti prvkov a tried, alebo z axiómy A 11a. Keby sme totiž všetkým prvkom z logických dôvodov odopreli nejakú vlastnosť, naša klasifikácia (rodina) by nemala k predikátov, ale len $k-1$ predikátov. Vtedy by neplatila

$$h_1 \vee h_2 \vee \dots \vee h_k, \quad (1)$$

ale len

$$h^1 \vee h_2 \vee \dots \vee h_{k-1}. \quad (2)$$

Z vety (2) vyplýva (1), ale nie naopak. S okolnosťou, že vetu (1) môžeme chápať ako dôsledok vety (2), úzko súvisí aj axióma A 10.²³

A 13. Ak h a g sú výpovede pripisujúce ten istý predikát M rôznym individuí, tak

$$a) \ c(h, e \wedge g) \leq c(h, e),$$

$$b) \ c(h, e \wedge g) \neq c(h, e).$$

A 13a hovorí, že ak sa zväčší naša skúsenosť o g a bude tak $e \wedge g$, stupeň potvrdenia nemôže byť menší ako stupeň potvrdenia pri e .

c závisí len od množstva prvkov uvedených v e a h , a nie od iných prvkov. Celkom iná je situácia, ak e a h sú všeobecné výpovede. Tam už neplatí $Nc = N + sc$. Všeobecná výpoveď $\forall a P(a)$ hovorí o všetkých prvkoch univerza. Ak univerzum má tri prvky, tak všeobecná výpoveď pripisujúca im vlastnosť P bude ekvivalentná s konjunkciou troch výpovedí $P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge P(a_3)$. Ak univerzum má 100 prvkov, tak všeobecná výpoveď bude ekvivalentná stočlennej konjunkcii. Dvoj- troj- n -členné konjunkcie (teda konjunkcie dvoch, troch, n výpovedí) tvrdia každá niečo iné, a preto majú rôzny zmysel. (1, s. 60; 7, s. 154).

²³ Axiómy A 11a, A 11b a A 12 vyjadrujú okolnosť, že každý prvok musí byť zaradený do jednej a len do jednej triedy, t. j. že môže mať len jednu vlastnosť rodiny.

A 13b hovorí, že tieto dva stupne nemôžu byť rovnaké.

A 14. $c(h_1, e_F) = c(h_1, e_1)$.

A 14 hovorí, že stupeň potvrdenia hypotézy h_1 (hovoriacej o tom, že do populácie, teda medzi prvky s , nepatriace individuum bude mať vlastnosť P_1) závisí len od s_1 a s (teda od e_1), a nie od distribúcie $s_2, \dots, s_k$ (teda nie od e_F). Je teda axiómou irelevancie. Keď $k = 2$, tak axióma sa stane triviálnou, lebo vtedy $e_F = e_1$ [lebo vtedy, keď poznáme s_1 , poznáme aj s_2 ($s_2 = s - s_1$)].

Axiómy A 13 a A 14 formulujú princíp učenia sa zo skúsenosti. Podľa nich ak pri rovnakých ostatných podmienkach o číh väčšom počte individuí zistíme, že majú určitú vlastnosť P_j , tým je pravdepodobnejšie, že aj ďalšie individuum bude mať tú istú vlastnosť (12, s. 723). V ďalšej štúdii ukážeme, že A 13 a A 14 nepriamo hovoria o určitých, všeobecných štruktúrach *sveta*, a preto vyjadrujú syntetický princíp, na ktorom stojí celá Carnapova teória indukcie. Ukážeme, že analytická teória indukcie môže platiť len v Humeovskom alebo Wittgensteinovom univerze. V takýchto univerzoch by však veda nebola možná.

b) Teorémy

Axiómy nasledovali po sebe v takom poradí, v akom sa v celkovom slede teorém T budeme na ne opierať, aby sme pomerne prirodzenou cestou dokázali vety (1.13) — (1.15).

Pri dokazovaní vyjdeme z definície $c(h_i, e_F)$ ako podmienenej pravdepodobnosti.

$$\text{Df. 1. } c(h_i, e_F) = \frac{m(h_i \wedge e_F)}{m(e_F)}.$$

Podľa A6 miera $m(e_F)$ nezávisí od poradia individuí, podľa A7 nezávisí od poradia predikátov (rodiny), podľa A8 nezávisí od poradia rodín majúcich rovnaké množstvo predikátov, t. j. nezávisí od zvláštností individuí, tried a rodín. Podľa A9 miera $m(e_F)$ nezávisí od iných v e_F neuvádzaných individuí a podľa A 10 nezávisí od iných, v e_F neuvádzaných rodín. Z hľadiska našich axiém nám teda ostáva, že $m(e_F)$ podľa A13 závisí (len od počtu pozorovaných individuí s , z ktorých s_1 patrí do prvej triedy, s_2 do druhej triedy, $\dots$, s^k do k -tej triedy a podľa A 11a závisí od množstva predikátov k . Mieru $m(e_F)$ môžeme preto vyjadriť ako závislosť od množstva individuí s rozdelených do k tried, teda ako určitú k -argumentovú funkciu f_k . Tak dostávame prvú teorému

$$\text{T 1. } m(e_F) = f_k(s_1, s_2, \dots, s_k).$$

Z A 7 vyplývajú aj vlastnosti funkcie f_k .

T 2. f_k nezávisí od poradia predikátov (argumentov), a preto

$$f_k(s_1, s_2, \dots, s_{k-1}, s_k) = f_k(s_3, s_2, s_1, \dots, s_k, s_{k-1}).$$

V Df. 1 musíme určiť význam člena h_i . h_i znamená, že ide buď o $h_1, \dots$, buď o h_k . h_1 znamená, že nejaký nový prvok bude patriť do prvej triedy (vtedy teda

prvá trieda bude mať $s_1 + 1$ prvkov), ..., h_k znamená, že tento prvok bude patriť do k -tej triedy. Preto z Df. 1 a T 1 dostaneme

$$T\ 3. \quad m(h_1 \wedge e_F) = f_k(s_1 + 1, s_2, \dots, s_k).$$

Z Df. 1 a T 3 dostaneme možnosť vyjadriť c novou funkciou C_k .

$$Df. \ 2. \quad C_k(s_1; s_2, \dots, s_k) = \frac{f_k(s_1 + 1, s_2, \dots, s_k)}{f_k(s_1, s_2, \dots, s_k)}$$

C_k vyjadruje len zlomok v Df. 2. Bodkočiarka za s_1 v C_k znamená, že ide o hypotézu h_1 , a nie o iné hypotézy.²⁴ Preto s_1 v C_k nemôžeme permutovať. Z tejto okolnosti a z T 2 vyplýva T4.

T 4. C_k nezávisí od poradia $k-1$ argumentov (predikátov), ktoré nasledujú po prvom argumente.

Vieme, že $s_1, s_2, \dots, s_k$ vyjadruje distribúciu prvkov do k tried (e_F). Ak nám ide len o prvú triedu s_1 indivíduí majúcich vlastnosť P_1 , tak ostatné indivíduá budú mať vlastnosť $\neg P_1$. Vtedy nám pôjde o distribúciu indivíduí medzi s_1 a $s - s_1$ teda o rozdelenie vzhľadom na P_1 a $\neg P_1$ (e_1). Potom $C_k(s_1; s_2, \dots, s_k)$ môžeme vyjadriť dvojargumentovou funkciou, ktorú — pretože nebude hroziť nedorozumenie — budeme označovať aj písmenom C_k . Táto nová funkcia bude mať formu $C_k(s_i; s)$. Z Df. 1, Df. 2 a A 14 dostaneme

$$T\ 5. \quad c(h_1, e_1) = C_k(s_1; s)$$

a zovšeobecnením dostaneme

$$T\ 6. \quad c(h_i, e_i) = C_k(s_i; s) \text{ kde } i = 1, 2, \dots, k.$$

T 6 hovorí, že hodnota c závisí len od počtu tried, od počtu prvkov majúcich vlastnosť P_1 a od počtu všetkých pozorovaných prvkov s .

Pri ďalšom vyvodzovaní teorém sa budeme opierať o axiómy klasifikácie. Z A 11a bezprostredne vyplýva

$$T\ 7. \quad \sum_{i=1}^k c(h_i, e_F) = 1.$$

Keď T 7 rozpíšeme, dostaneme $c(h_1, e_F)$ v $c(h_2, e_F)$ v ... v $c(h_k, e_F) = 1$. To znamená, že nový prvok musí mať jednu z k vlastností.

Z A 11a a z Df. 2 dostaneme

$$T\ 8. \quad \sum_{i=1}^k C_k(s_i; s_1, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_k) = 1.$$

Z T 7 a T 6 dostaneme

$$T\ 9. \quad \sum_{i=1}^k C_k(s_i; s) = 1.$$

Ak T 9 rozpíšeme, dostaneme $C_k(s_1; s) + C_k(s_2; s) + \dots + C_k(s_k; s) = 1$. T 9 čítame: pravdepodobnosť, že na základe pozorovaných prv-

²⁴ Podobne pre h_2 platí $C_k(s_2; s_1, s_3, \dots, s_k)$ atď. Bodkočiarka za s_1 označuje, že nový v e neobsiahnutý prvok bude patriť do prvej triedy s pravdepodobnosťou c .

kov s nový prvok bude patriť do prvej triedy $+ \dots +$, že bude patriť do k -tej triedy sa rovná jednej. Z T 9 ako zo všeobecnej teóremy vyvodíme väčšie množstvo užitočných teoreém. Prv ako začneme skúmať istú oblasť, počet pozorovaných prvkov je nulový, teda $s = 0$, a preto aj $s_i = 0$ (kde $i = 1, 2, \dots, k$). Ak do T 9 za s_i a za s dosadíme nulu, dostaneme

$$\text{T 10. } \sum_{i=1}^k C_k(0; 0) = C_k(0; 0) + C_k(0; 0) + \dots + C_k(0; 0) = 1$$

t. j. $k \times C_k(0; 0) = 1$, a teda

$$\text{T 11. } C_k(0; 0) = 1/k.$$

T 11 vyjadruje tzv. apriórnu pravdepodobnosť a či mieru hypotézy, keď $e_F = 0$.

Ak máme distribúciu prvkov $s, 0, \dots, 0$, teda ak všetky pozorované prvky patria do prvej triedy, tak funkcia C_k bude $C_k(s; s)$. Dostaneme ju dosadením do T 7.

$$C_k(s; s) + C_k(0; s) + \dots + C_k(0; s) = 1.$$

$$\text{T 12 } C_k(s; s) + (k-1) \times C_k(0; s) = 1.$$

$$\text{Z T 12 dostaneme } C_k(s; s) = 1 - (k-1) \times C_k(0; s).$$

Uvedieme príklad. Nech $k = 4$ a nech všetky individúá patria do prvej triedy. Dostaneme rozdelenie $s, 0, 0, 0$. Teda

$$C_4(s; s) + C_4(0; s) + C_4(0; s) + C_4(0; s) = 1.$$

$$C_4(s; s) + 3 \times C_4(0; s) = 1 \quad (3 = k-1).$$

Ak v T 12 za s dosadíme $s+1$ (na základe A 9 to môžeme urobiť), dostaneme

$$\text{T 13. } C_k(s+1; s+1) = 1 - (k-1) \times C_k(0; s+1).$$

Ak za s dosadíme 1, tak na základe T 12 a A 9 dostaneme

$$\text{T 14. } C_k(1; 1) = 1 - (k-1) \times C_k(0; 1),$$

lebo ide o rozdelenie $1, 0, \dots, 0$.

Ak máme distribúciu $s, 1, 0, \dots, 0$, t. j. ak do prvej triedy patrí s prvkov, do druhej triedy patrí jeden prvok a ostatné $k - 2$ triedy sú prázdne, tak z T 9 dostaneme

$$\text{T 15. } C_k(s; s+1) + (1; s+1) + (k-2 \times C_k(0; s+1) = 1.$$

Z našich doterajších teoreém sa ukazuje možnosť všeobecného riešenia určenia hodnoty C_k (a teda aj c) pri ľubovoľnom s^1 a ľubovoľnom s , a to pomocou matematickej indukcie. Pri matematickej indukcii musíme vedieť určiť hodnoty C_k pre $s+1$ na základe hodnôt C_k pre s ; to znamená, že musíme nájsť vzťah medzi C_k pre s a C_k pre $s+1$. Ďalej musíme ako východisko vedieť určiť hodnoty $C_k(0; 1)$. Potom totiž môžeme do $C_k(s; s+1)$ dosadiť za s čísla $0, 1, 2, \dots$ atď., teda ľubovoľné číslo s_n , za predpokladu, že $k > 2$ (vzhľadom na A 14). Najprv rozriešime prvý problém.

$$\text{Majme identitu } a/b \times b/c = a/d \times d/c = [a/c = a/c]. \quad (1)$$

Za a v (1) dosadíme $f_k(s_n + 1, s_p + 1, s_3, \dots, s_k)$. V tomto a v podobných výrazoch sled $s_3, \dots, s_k$ nahradíme tromi bodkami a dostaneme $f_k(s_n + 1, s_p + 1, \dots)$. Za b dosadíme $f_k(s_n, s_p + 1, \dots)$, za c dosadíme $f_k(s_n, s_p, \dots)$ a za d dosadíme $f_k(s_n + 1, s_p, \dots)$. Dostaneme identitu

$$\frac{f_k(s_n + 1, s_p + 1, \dots)}{f_k(s_n, s_p + 1, \dots)} \times \frac{f_k(s_n, s_p + 1, \dots)}{f_k(s_n, s_p, \dots)} = \frac{f_k(s_n + 1, s_p + 1, \dots)}{f_k(s_n + 1, s_p, \dots)} \times \frac{f_k(s_n + 1, s_p, \dots)}{f_k(s_n, s_p, \dots)} \quad (2)$$

Pretože o f_k platí T 2, môžeme (2) premeniť na

$$\frac{f_k(s_n + 1, s_p + 1, \dots)}{f_k(s_n, s_p + 1, \dots)} \times \frac{f_k(s_p + 1, s_n, \dots)}{f_k(s_p, s_n, \dots)} = \frac{f_k(s_p + 1, s_n + 1, \dots)}{f_k(s_p, s_n + 1, \dots)} \times \frac{f_k(s_n + 1, s_p, \dots)}{f_k(s_n, s_p, \dots)} \quad (3)$$

Podľa Df 2 prvý kvocient bude $C_k(s_n; s_p + 1, \dots)$, druhý kvocient bude $C_k(s_p; s_n, \dots)$, tretí kvocient bude $C_k(s_p; s_n + 1, \dots)$ a štvrtý kvocient bude $C_k(s_n; s_p, \dots)$. Teda z (3) a Df 2 dostaneme

$$C_k(s_n; s_p + 1, \dots) \times C_k(s_p, s_n, \dots) = C_k(s_p; s_n + 1, \dots) \times C_k(s_n; s_p, \dots), \quad (4)$$

a z toho dostaneme

$$T 16. \frac{C_k(s_n; s_p + 1, \dots)}{C_k(s_p; s_n + 1, \dots)} = \frac{C_k(s_n; s_p, \dots)}{C_k(s_p; s_n, \dots)},$$

pričom $s_n, s_p, s_3, \dots, s_k$ sú také ľubovoľné čísla, aby sa ich súčet rovnal číslu s .

Na základe T 5 a A 14 sme z distribúcie $s_1, s_2, \dots, s_k$ dostali distribúciu $s_1, s-s_1$ a z $C_k(s_1; s_2, \dots, s_k)$ sme dostali $C_k(s_1; s)$. Podobne budeme postupovať aj pri T 16. Pôjde len o distribúciu $s_n, s-s_n$ alebo o distribúciu $s_p, s-s_p$. Vidíme však, že v prvom kvociente je súčet prvkov $s_n, s_p, \dots, s_k$ o jedno väčší ako v druhom kvociente. To znamená, že súčet prvkov v prvom kvociente je $s + 1$ a súčet prvkov v druhom kvociente je s . Po týchto úpravách T 16, za predpokladu, že $s_n + s_p \leq s$, prejde v T 17.

$$T 17. \frac{C_k(s_n; s + 1)}{C_k(s_p; s + 1)} = \frac{C_k(s_n; s)}{C_k(s_p; s)}$$

Tým je určený vzťah medzi hodnotami C_k pri s a pri $s + 1$. Ak v T 17 za s_p dosadíme nulu, dostaneme

$$\frac{C_k(s_n; s + 1)}{C_k(0; s + 1)} = \frac{C_k(s_n; s)}{C_k(0; s)} \quad \text{a z toho dostaneme T 18.}$$

$$T 18. C_k(s_n; s + 1) = C_k(0; s + 1) \times \frac{C_k(s_n; s)}{C_k(0; s)}$$

Pretože v T 18 $s_p = 0$ a platí $s_n + s_p \leq s$, s_n sa môže rovnať s . Potom v T 15 za $C_k(s; s + 1)$ môžeme dosadiť pravú stranu teoremy T 18; ak v T 15 za $C_k(1; s + 1)$ dosadíme výsledok substitúcie v teoreme T 18 (za s_n dosadíme 1), tak dostaneme

$$C_k(0; s + 1) \times \frac{C_k(s; s)}{C_k(0; s)} + C_k(0; s + 1) \times \frac{C_k(1; s)}{C_k(0; s)} + (k-2) \times C_k(0; s + 1) = 1.$$

Z hľadiska spoločného činiteľa $C_k(0; s + 1)$ výraz upravíme a dostaneme T 19.

$$C_k(0; s + 1) \times \left\{ \frac{C_k(s; s)}{C_k(0; s)} + \frac{C_k(1; s)}{C_k(0; s)} + (k-2) \right\} = 1.$$

Doteraz dokázané teoremy stačia na určenie hodnoty C_k pre $s + 1$, ak je daná hodnota pre s . Pomocou T 19 vieme totiž určiť hodnotu $C_k(0; s + 1)$, pomocou T 18 vieme určiť hodnotu $C_k(s_n; s + 1)$, pričom s_n môže byť 1, 2, ..., s , a tým vieme určiť hodnotu $C_k(s; s + 1)$.

Pre druhý krok matematickej indukcie je podstatná teorema T 17.

$C_k(s; s)$ vyjadríme pomocou $C_k(0; s)$ (podľa T 12)

$C_k(s + 1; s + 1)$ vyjadríme pomocou $C_k(0; s + 1)$ (podľa T 14)

$C_k(1; 1)$ vyjadríme pomocou $C_k(0; 1)$ (podľa T 14).

Poznáme teda spôsoby, ako dosiahnuť, aby hodnota prvého argumentu bola nula. Pomocou T 19 sa však hodnota druhého argumentu zníži o jednotku, t. j. $C_k(0; s + 1)$ sa vyjadrí pomocou $C_k(s; s)$ a $C_k(0; s)$. Tento postup znižovania opakujeme dovtedy, až dôjdeme k samým činiteľom $C_k(0; 1)$. Explicitné vyjadrenie týchto postupov udáva teorema T 20.

$$T\ 20. \ C_k(s_n; s) = \frac{s_n - (k s_n - 1) \times C_k(0; 1)}{s - (s - 1) \times k \times C_k(0; 1)}.$$

T 20 platí, keď $s = 1$ a $s_n = 0$; vtedy T 20 prechádza do identity.

T 20 platí, aj keď $s_n = 1$ a $s = 1$. T 20 vtedy prechádza do T 14.

T 20 platí aj pre $s + 1$, ak platí pre s , ako to vidieť z T 19, T 18 a T 13.

Nakoniec treba určiť hodnotu $C_k(0; 1)$. Funkcii $C_k(0; 1)$ sa však nedá priradiť len jedna hodnota, ale celá trieda hodnôt. To znamená, že axiomatický systém indukčívnej logiky pre danú h_i a e_i neurčuje len jednu c -funkciu, ale celú triedu prístupných funkcií (16, s. 22). Musíme preto určiť hranice hodnôt c -funkcií, v rámci ktorých budú platiť uvedené axiomy. Pri určovaní hraníc hodnôt c -funkcií budú hrať dôležitú úlohu axiomy A 13 a A 12.

Podľa T 11 platí $c_0(h_i) = 1/k$. Z A 13 bezprostredne vyplývajú

$$c(h, e \wedge g) > c(h, e),$$

nová skúsenosť formulovaná vo výpovedi g je teda pozitívne relevantná pre h z hľadiska e .

$$T\ 22. \ c(h, e \wedge >g) < c(h, e),$$

g je negatívne relevantná; to znamená, že ak nová skúsenosť vyjadrená výpoveďou g , ktorá pristúpila k pôvodnej skúsenosti e a mala podporiť hypotézu h , neplatí, potom g nielen nepodporuje h , ale je proti nej. Z T 21 a T 22 vyplýva

$$\frac{c(h, e \wedge g) > c(h, e) \quad c(h, e) > c(h, e \wedge -g)}{c(h, e \wedge g) > c(h, e \wedge -g)}$$

$$T\ 23. \ c(h, e \wedge g) > c(h, e \wedge >g).$$

Majme e_1 a e'_1 ; rôznia sa len tým, že e'_1 má v prvej triede $s_1 + 1$ prvkov (a v ostatných triedach $s - s_1 - 1$ prvkov), pričom $s_1 < s$. Potom na základe T 23 dostaneme

$$T\ 24. \ c(h_1, e'_1) > c(h_1, e_1).$$

v T 24 je práve $s_1 + 1$ prvok pre h_1 pozitívne relevantný a pretože ho e_1 nemá, je z hľadiska e_1 negatívne relevantný. Z T 24 na základe T 5 dostaneme

$$T\ 25. \ C_k(s_1 + 1; s) > C_k(s_1; s).$$

Na základe týchto teorém môžeme určiť hranice pre $C_k(0; 1)$. $C_k(0; 1)$ vyjadruje, že v univerze majúcom jeden poznaný prvok sme predpovedali, že tento prvok bude patriť do prvej triedy, a naša predpoveď sa nesplnila.²⁵ Toto nesplnenie predpovede pristupuje ako negatívna relevantná inštancia, a preto podľa T 22 a T 24 bude

$$T\ 26. \ C_k(0; 1) < 1/k.$$

Keby platilo $C_k(0; 1) > 1/k$, neplatili by A 13a, A 13b. Keby platilo $C_k(0; 1) = 1/k$, neplatila by A 13b.

Z A 1 vyplýva

$$T\ 27. \ C_k(0; 1) \geq 0.$$

No z axiómy A 12 vyplýva, že neplatí $C_k(0; 1) = 0$. To znamená, že z T 26, A 13a, A 13b, T 27 a A 12 nasleduje

$$T\ 28. \ 0 < C_k(0; 1) < 1/k.$$

T 28 vyjadruje hranice hodnôt $C_k(0; 1)$. V našich teorémach, ale najmä v T 20 sa vyskytuje dôležitý výraz $k \times C_k(0; 1)$. To nám umožňuje zaviesť definičnú skratku

$$Df. \ 3. \ \lambda' = k \times C_k(0; 1).$$

T 28 potom prejde do

$$T\ 29 \ 0 < \lambda' < 1.$$

²⁵ $C_k(0; 1)$ pri $k = 6$ môže znamenať, že sme raz hodili kockou a predpokladané číslo nepadlo. $C_k(0; 1)$ môžeme teda interpretovať ako prvý nevydarený krok.

Ak v T 20 pri platnosti $k > 2$, $0 \leq s_1 \leq s$ po úprave čitateľa²⁶ použijeme Df 3,

$$^{26} s_n - k (s_n - 1/k) \times C_k(0;1) = s_n - (s_n - 1/k) \lambda'$$

$$s = 10 \quad \frac{w}{k} = \frac{1}{2}$$

Tabuľka 1

s_1	$\lambda = 0$	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 4$	$\lambda = 8$	$\lambda = 20$	$\lambda = 200$
0	0	0,0454	0,0833	0,1428	0,2222	0,3333	0,4761
1	0,1	0,1363	0,1666	0,2142	0,2777	0,3666	0,4809
2	0,2	0,2272	0,2500	0,2857	0,3333	0,4000	0,4857
3	0,3	0,3181	0,3333	0,3571	0,3888	0,4333	0,4905
4	0,4	0,4090	0,4166	0,4285	0,4444	0,4666	0,4952
5	0,5	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
6	0,6	0,5909	0,5833	0,5714	0,5555	0,5333	0,5047
...							
10	1	0,9545	0,9166	0,8751	0,7777	0,6666	0,5238

$$s = 100 \quad \frac{w}{k} = \frac{1}{2}$$

Tabuľka 2

s_1	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 4$	$\lambda = 20$	$\lambda = 200$	$\lambda = 0$
5	0,0550	0,0588	0,06734	0,1250	0,3500	0,0500
8	0,0841	0,0882	0,0961	0,1500	0,3600	0,0800
80	0,7970	0,7941	0,7884	0,7500	0,6000	0,8000

$$s = 1000 \quad \frac{w}{k} = \frac{1}{2}$$

Tabuľka 3

s_1	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 4$	$\lambda = 20$	$\lambda = 200$	$\lambda = 0$
5	0,00549	0,00598	0,00597	0,01470	0,03750	0,0050
8	0,00349	0,00398	0,00396	0,01764	0,09000	0,0080
50	0,0504	0,0508	0,0517	0,05882	0,12500	0,050
80	0,0804	0,0809	0,0816	0,08823	0,15000	0,0800
500	0,5000	0,5000	0,5000	0,50000	0,50000	0,5000
800	0,7997	0,7994	0,7984	0,7941	0,75000	0,8000

Hodnoty v kolonkách sú hodnoty $c(h_1, e_1)$. To znamená, že ak $s = 1000$, $s_1 = 800$, $\lambda = 4$, $\frac{w}{k} = \frac{1}{2}$ tak $c(h_1, e_1) = 0,7984$, t. j. pravdepodobnosť, že nový prvok bude patriť do prvej triedy, bude 0,7984.

Tieto tabuľky naznačujú, že pri danom s_1 , s a $\frac{w}{k}$ nie všetky hodnoty λ sú rozumné. Istotne nie je rozumné pri $s = 10$, $s_1 = 1$ používať $\lambda = 200$, lebo vtedy hodnota $c(h_1, e_1) = 0,4809$ (teda prakticky 0,5) je nadnesená. To znamená, že každému s , s_1 , $\frac{w}{k}$ bude zodpovedať nejaká optimálna hodnota faktora λ (2, s. 68 n). K tejto otázke sa vrátíme neskoršie.

dostaneme T 30.

$$T\ 30. C_k(s_n; s) = \frac{s_n - (s_n - 1/k) \lambda'}{s - (s - 1) \lambda'}.$$

Kvôli ďalšiemu zjednodušeniu výrazov namiesto λ' zavedieme λ .

$$Df. 4. \lambda = \frac{\lambda'}{1 - \lambda'}.$$

Z Df 4 dostaneme

$$T\ 31. \lambda' = \frac{\lambda}{\lambda + 1}.$$

Z hľadiska Df 4 môžeme λ vyjadriť takto:

$$Df\ 5. \lambda = \frac{k \times C_k(0; 1)}{1 - k \times C_k(0; 1)}.$$

Z T 30 a T 31 dostaneme

$$C_k(s_n; s) = \frac{s_n - (s_n - 1/k) \lambda / \lambda + 1}{s - (s - 1) \lambda / \lambda + 1}. \quad (1)$$

Pravú stranu (1) upravíme a dostaneme

$$= \frac{s_n (\lambda + 1) - (s_n - 1/k) \lambda}{s (\lambda + 1) - (s - 1) \lambda} = \frac{(s_n \lambda + s_n) - (s_n \lambda - (1/k) \lambda)}{(s \lambda + s) - (s \lambda - \lambda)}. \quad (2)$$

Z (2) dostaneme T 32.

$$T\ 32. C_k(s_n; s) = \frac{s_n + \lambda/k}{s + \lambda}.$$

Pretože v T 32 s_n vyjadruje počet prvkov v prvej triede, môžeme s_n nahradiť počtom s_1 a dostaneme

$$T\ 33. C_k(s_1; s) = \frac{s_1 + \lambda/k}{s + \lambda}.$$

Ak T 33 zovšeobecníme, dostaneme

$$T\ 34. C_k(s_i; s) = \frac{s_i + \lambda/k}{s + \lambda}.$$

Podľa T 6 a T 34 dostávame

$$T\ 35. c(h_i, e_F) = \frac{s_i + \lambda/k}{s + \lambda}.$$

Ak ide o hypotézu h_M s logickou šírkou, w T 35 prejde do

$$T\ 36. \ c(h_M, e_F) = \frac{s_M + (w/k) \lambda}{s + \lambda}.$$

Tým sme dokázali vety (1.14) a (1.15).

c) Induktívne metódy

Z bližšej analýzy T 32 — T 36 vidíme, že hodnota $c(h, e)$, najmä ak s je pomerne malé, vo veľkej miere závisí od hodnoty λ ; ako rastie s , váha λ klesá.

λ môže mať dve extrémne hodnoty 0 a ∞ . V „hraniciach“ týchto extrémnych hodnôt λ môže byť ľubovoľným reálnym číslom. Preto množina hodnôt λ bude mať mohutnosť kontinua. Každý takejto hodnote zodpovedá primerané pravidlo určujúce spôsob výskumu univerza, a teda aj primeranú indukčnú metódu.²⁷ Preto aj počet indukčných metód má mohutnosť kontinua. Budeme ich volať λ -metódy. Podľa Carnapa (2, s. 8) všetky známe historické indukčné metódy sú λ -metódami.

My si všimneme len niektoré, pričom začneme extrémnymi prípadmi.

Ak $\lambda = \infty$, tak T 35 prejde do

$$c(h_i, e) = 1/k. \quad (1.)$$

T 36 prejde do

$$c(h_M, e) = w/k. \quad (2)$$

To znamená, že na hodnotu c pozorovanie nemá vplyv. Preto indukčná metóda (teda indukčný postup) charakterizovaná výpoveďou (2) protirečí axióme A 13 a nemá pre vedu význam.

Ak $\lambda = 0$, tak T 36 prejde do

$$c(h_M, e) = s_M/s. \quad (3)$$

(3) vyjadruje pravidlo *proporcie* (2, s. 40) (7, s. 221); zodpovedá bežnému chápaniu pravdepodobnosti ako pomeru priaznivých prípadov k možným prípadom. Pravidlo proporcie a jemu zodpovedajúca indukčná metóda vedú vo všeobecnosti k nepriaznivým výsledkom. Ak totiž $s > 0$ a $s_M = 0$, tak hodnota c bude podľa (3) nula. To znamená, že podľa (3) ak sa hypotéza h_M nepotvrdila po s krokoch, nikdy sa už nepotvrdí. Ak však $s_M = s > 0$, tak c by malo hodnotu 1, a preto podľa (3) by vlastnosť M museli mať všetky individua univerza U_k , a to aj vtedy ak $s = s_M = 1$. Preto pravidlo proporcie nikdy neuchráni vedu pred unáhlenými generalizáciami a predpoveďami. Z T 36 však vyplýva, že čím je s väčšie, tým je váha λ menšia a tým je (3) bližšie k pravde. Preto ak s sa blíži k ∞ , tak rozdiel medzi $c(h_M, e_s)$ a s_M/s sa stále znižuje, až nastane (3, s. 976).

²⁷ Indukčná logika bude teória λ -funkcií a indukčná metóda obsahuje spôsoby a možnosti použitia teórie λ -funkcií.

$$T. 37 \quad \lim_{s \rightarrow \infty} [c(h_M, e_s) - s_M/s] = 0.$$

$s \rightarrow \infty$

Ako príklad neextrémnych metód uvidíme modifikovanú Laplaceovu metódu (2, s. 35) určenú jeho pravidlom veľkých čísel. V našej symbolike bude mať formu

$$c(h_M, e_M) = \frac{s_M + 1}{s + 2}. \quad (1)$$

Toto pravidlo je platné len v rodine o dvoch predikátoch P_1 a $>P_1$ (každý predikát P_2 je jednoznačne určený pomocou $>P_1$), lebo v takej rodine platí $w = k/2$ a $w/k = 1/2$. Všeobecnejšie môžeme povedať, že toto pravidlo môžeme použiť na všetky predikáty M , pri ktorých $w = k/2$. Z T 36 potom vyplýva

$$c(h_M, e_M) = \frac{s_M + \lambda/2}{s + \lambda}. \quad (2)$$

Z (2) dostaneme (1), keď $\lambda = 2$. Keď $\lambda \neq 2$, (1) neplatí.

Ak (1) aplikujeme na rodiny s viacerými ako s dvoma predikátmi, alebo na predikáty M , ktorých šírka nebude $k/2$, dôjdeme k protirečeniu. Ukážeme to na príklade. Nech $k = 4$, nech e_F je distribúciou:

$$s_1 = s_2 = s_3 = s_4 = 1 \quad (s = 4). \text{ Podľa (1) bude } c(h_1, e_F) = 1/3.$$

Takú istú hodnotu bude mať aj $c(h_2, e_F)$ atď. Podľa A 3 bude

$$c(h_1 \vee h_2, e_F) = c(h_1, e_F) + c(h_2, e_F). \text{ Podľa A 11a bude}$$

$c(h_1 \vee h_2 \vee h_3 \vee h_4, e_F) = 1$. Ak za každú $c(h_i, e_F)$ dosadíme podľa (1) hodnotu $1/3$, tak dostaneme $c(h_1 \vee \dots \vee h_4, e_F) = 4/3 > 1$, čo protirečí axióme A 1.

Aj po týchto úvahách ostáva povaha logického faktora a jeho váhy nevyjasnená. Jestvuje niekoľko možností interpretácie λ . Vieme, že ak $\lambda = 0$, tak platí pravidlo proporcie, ktoré umožňuje zovšeobecnenie z jedného prípadu na všetky prípady. Takéto zovšeobecňovanie je však prenáhlené a neopatrné (ak, pravda, s nie je veľmi veľké). To znamená, že λ môžeme interpretovať ako *index opatrnosti* (12, s. 728). To znamená, že čím je λ väčšia, tým viac prípadov potrebujeme alebo vyžadujeme na zovšeobecnenie (predpovedanie).

Váhu logického faktora môžeme však interpretovať aj *ontologicky* (2, s. 70 n). Vychádzame pritom z predstavy o viac alebo menej homogénnych univerzách. Ak máme homogénne univerzum, v ktorom sú všetky indivíduá podobné (kde $k = 1$), alebo ak máme svet s maximálnym stupňom poriadku, teda v našom klasifikačnom prípade taký, v ktorom sú všetky indivíduá presným spôsobom rozdelené do jednotlivých tried, tak na zovšeobecnenie stačí jeden krok. V takomto svete sa preto najprimeranejšie postupuje podľa pravidla proporcie; v ňom aj platí, že $\lambda = 0$. Ako prechádzame k menej homogénnejšiemu univerzu (alebo k univerzu s menším stupňom poriadku), tak sa v ňom môžeme primerane orientovať pomocou pravidiel predpokladajúcich väčšiu hodnotu λ . V univerze, v ktorom by každá udalosť bola náhodná, teda v ktorom by udalosti (prvky)

boli celkom náhodne distribuované do k tried, by sme sa mohli pohybovať len pomocou pravidiel s vysokou hodnotou λ (prípadne pomocou pravidiel pre $\lambda = \infty$). Z tohto hľadiska môžeme λ interpretovať ako mieru poriadku. Čím väčšia je λ , tým väčšia je náhodnosť a tým menší poriadok.

Z predošlých úvah vyplýva, že každé univerzum môžeme charakterizovať primeranou λ a naopak, každej λ môžeme priradiť primerané univerzum. Z toho ďalej vyplýva, že každé univerzum môžeme preskúmať primeranou induktívnou metódou,²⁸ ktorá je taktiež určená hodnotou λ .

Všetky naše doterajšie úvahy sa dotýkali univerza, ktorý má konečný počet prvkov, alebo univerza, ktorý má síce nekonečný počet prvkov, ale pri jeho opise nepoužívame všeobecné výpovede, a tak vlastne vždy skúmame len jeho konečnú časť. Preto sa doterajšími teorémami nedá vyjadriť pravidlo *univerzálnej* inferencie, pomocou ktorej by sa z pozorovaného konečného výberu uzatváralo vo forme všeobecnej výpovede na vedecký zákon L. Vedecký zákon má formu $A \times A(x) \rightarrow B(x)$ a platí pre neobmedzený počet indivíduí. Z T 37 vieme, že ak sa s blíži k ∞ , tak rozdiel medzi $c(h_M, e_s)$ a s_M/s sa blíži k nule; teda ak $s = \infty$, tak $c(h_M, e_s) = s_M/s$. No ak s je v tomto prípade nekonečné, tak $s_M/s = 0$, a preto aj $c(h_M, e_s) = 0$. Preto podľa Carnapa by platilo T 38 $c(L, e) = 0$.

To znamená, že pravdepodobnosť každého všeobecného zákona L by bola nulová a záver z čiastočného na všeobecné neplatný. Predmetom induktívnej logiky môžu byť — podľa Carnapa — len pravidlá, ktorými sa z čiastočného (z výberu) uzatvára na (iné) čiastočné. Vylúčenie všeobecného z vedy je ekvivalentné s extrémnym *nominalizmom*. Carnap zdôvodňuje svoj nominalizmus tvrdením, že „zákony nie sú na predvídanie [uzatváranie na budúce javy] potrebné“ (1, s. 575), že napr. inžinier, ktorý si na stavbu určitého mostu zvolil celkom určitú konštrukciu, sa neodvoláva na primeraný zákon a jemu zodpovedajúci nekonečný počet prípadov (v ktorých platí), ale len na niekoľko prípadov, ktoré sa osvedčili. Z tohto hľadiska sa zákon stáva mnemonickou (viac-menej psychologickou) pomôckou, ktorou sa v učebniciach zjednocujú naše doterajšie konečné skúsenosti a pomocou ktorej sa môžeme orientovať aj v budúcnosti.

Tieto Carnapove názory narazili na skoro úplne všeobecný odpor výkonných vedcov a metodológov.

V budúcej štúdii budeme podrobne analyzovať nedostatky Carnapovej induktívnej logiky. Všimneme si najmä neudržateľnosť jeho teórie logiky ako o svete nič nehovoriacej disciplíny.²⁹ Dokážeme, že analytické teórie indukcie nie sú možné, a ukážeme, že vzťah „aposteriori — apriori“ nie je rozlučujúci. Ďalej ukážeme nereálnosť takej koncepcie vedy a logiky, ktorá by (aj na základe axiómy A 11a) bola uzavretým systémom. Vieme, že dejinám vedy zodpovedá

²⁸ „Pre danú štruktúru sveta môžeme ľahko určiť takú induktívnu metódu, ktorá má vo svete tejto štruktúry najväčšiu mieru úspechu... táto metóda bude optimálna...; a naopak, pre každú induktívnu metódu... môžeme určiť možnú štruktúru sveta, pre ktorú bude táto metóda optimálnou.“ (4, s. 75).

²⁹ Lenin hovorí o logike ako o výsledku a závere z dejín poznania sveta (13, s. 68) a uvádza, že „logické zákony... sú odrazom objektívneho sveta“ (13, s. 149).

konceptia, podľa ktorej aj „najjednoduchšia pravda získaná najjednoduchšou induktívnou cestou je *vždy* neúplná, lebo skúsenosť je vždy neukončená“ (13, s. 148). Ukážeme, že Carnapov obraz vedy vytvorený na základe axióm A1–A14 je úplne vykonštruovaný. Cieľom vedy nie je totiž hľadať pravdepodobnosť už hotových hypotéz,³⁰ ale *hľadať* pravdivé hypotézy, prijímať ich a ostatné zavrhnúť pomocou primeraných pravidiel, ktoré však Carnap neuznáva (3, s. 972 n). Konečne ukážeme, že bez všeobecného zákona sa veda nedá budovať, a že teda treba budovať také induktívne logiky, v ktorých by platilo pravidlo univerzálnej inferencie, a že také logiky sú možné. Očistíme racionálne jadro Carnapovej induktívnej logiky³¹ od idealistických nánosov (19, s. 203; pozri 20). Nakoniec v krátkosti poukážeme na možnosti budovania vzťahovej a kauzálnej induktívnej logiky.

LITERATÚRA

1. CARNAP, R.: Logical Foundations of Probability, Chicago 1967.
2. CARNAP, R.: The Continuum of Inductive Methods, Chicago 1952.
3. CARNAP, R.: Probability and Induction: The Philosophy of Rudolf Carnap, London 1963.
4. CARNAP, R.: Intellectual Autobiography: The Philosophy of Rudolf Carnap, London 1963.
5. CARNAP, R.: Testovateľnosť a význam. In: Problémy jazyka vedy, Praha 1968.
6. CARNAP, R.: Metodologický charakter teoretických pojmov. In: Problémy jazyka vedy, Praha 1968.
7. CARNAP, R. — STEGMÜLLER, W.: Induktive Logik und Wahrscheinlichkeit, Wien 1959.
8. ENGELS, B.: Dialektika prírody, Praha 1950.
9. FILKORN, V.: Cyklický aspekt vedeckej metódy. Filozofia, 1973, č. 1.
10. FILKORN, V.: Baconov indukcionalizmus. Filozofia, 1974, č. 3.
11. KEMENY, J. G. — SNELL, J. L. — THOMPSON, G. L.: Úvod do finitnej matematiky, Praha 1971.
12. KEMENY, J. G.: Carnap's Theory of Probability and Induction. In: The Philosophy of Rudolf Carnap, London 1963.
13. LENIN, V. I.: Filosofické sešity, Praha 1953.
14. MILL, J. S.: System der deductiven und inductiven Logik I, Braunschweig 1877.
15. MORTIMER, H.: Logika indukcie Carnapa i Hintikka. Studia Filozoficzne, 1973, č. 1.
16. PIETARINEN, J.: Lawlikeness, Analogy and Inductive Logic, Amsterdam 1972.
17. POPPER, K. P.: Conjectures and Refutations, London 1969.
18. REICHENBACH, H.: The Theory of Probability, Los Angeles 1949.
19. RUZANIN, G. I.: Verоятnostnaja logika i jej rol' v nauchnom issledovanii. In: Problemy logiki nauchnogo poznaniia. Moskva 1964.
20. RUZANIN, G. I.: Logičeskaja verоятnost' i induktivnye vývody. Voprosy filosofii, 1967, č. 4.

³⁰ Podľa Carnapa by bola prijateľná aj hypotéza, ktorá je len v každom druhom prípade pravdivá; ak sme menej nároční, môže spokojne stať vedľa hypotézy, ktorá je na 90 % pravdivá, lebo v oboch prípadoch ide o analytické vety.

³¹ Musíme si uvedomiť, že aj podľa Engelsa je klasifikačný induktívny úsudok v podstate problematický, teda nie istý, ale len pravdepodobný (8, s. 194).

Войтех Филкорт

Статья является продолжением (9) и (10), а также подготовкой материала для критического анализа индуктивистской теории науки Карнапа.

У Карнапа индуктивизм, кроме всего прочего, является также следствием его позитивистского взгляда на смысл высказывания (гипотезы, теории). Критерий смысла высказывания состоит в его подтверждаемости. Но теория степени подтверждения есть индуктивная логика. А поэтому высказывания лишь постольку относятся к эмпирической науке, поскольку они могут быть подтверждены посредством индуктивного метода. Это значит, что индуктивный метод является центральным звеном и критерием эмпирической науки.

Инструментом развития индуктивизма является индуктивная логика. Индуктивная логика Карнапа является классификационной, а поэтому представляется естественным ее построение прямо на классифицируемых универсумах при помощи субъект-предикативной логики, а не на универсуме возможных состояний. Оказывается, что индуктивная логика не может быть построена как аналитическая теория, т. е. что степень подтверждения гипотезы на основе опыта не может быть чисто логическим отношением, ибо в его определении содержится внелогический, антиумовский принцип возможности учения из опыта. Без этого принципа не была бы возможна наука. Это одновременно свидетельствует о том, что каждая индуктивная логика предполагает определенную картину мира, выраженную определенными синтетическими принципами, и что последовательный эмпирицизм невозможен; попытка Карнапа является поэтому нереализуемой.

Аксиоматическая система может еще более ясно выразить это обстоятельство. Поэтому ее описание во второй части статьи послужит нам в качестве инструмента для конкретной критики карнапианизма в следующей статье.

CARNAP'S INDUKTIONISMUS

Vojtech Filkorn

Die vorliegende Studie ist eine Fortsetzung (9) und (10) und eine Vorbereitung zu einer kritischen Analyse der Carnap'schen induktionistischen Wissenschaftstheorie.

Der Induktionismus ist bei Carnap unter anderem auch eine Folge seiner positivistischen Anschauung über den Sinn einer Aussage (Hypothese, Theorie). Das Kriterium vom Sinn einer Aussage besteht in ihrer Bestätigungsfähigkeit. Die Theorie über den Bestätigungsgrad jedoch ist die induktive Logik. Aussagen gehören darum nur insofern in die empirische Wissenschaft, wie sie durch die induktive Methode bestätigt werden können. Das bedeutet, dass die induktive Methode ein zentrales Glied und Kriterium der empirischen Wissenschaft bildet.

Mittel zur Entfaltung des Induktionismus ist die induktive Logik. Carnap's induktive Logik ist eine klassifizierende und es ist darum natürlich sie auf unmittelbar klassifizierbaren Universen mittels einer Subjekt-Prädikat Logik und nicht auf Universen möglicher Zustände aufzubauen. Es zeigt sich, dass es unmöglich ist die induktive Logik als eine analytische Theorie aufzubauen, d. h. dass der Bestätigungsgrad einer Hypothese auf Grund der Erfahrung kein rein logisches Verhältnis sein kann, weil in seiner Definition ein ausserlogischer, Hume widersprechender Grundsatz über die Möglichkeit des Lernens aus der Erfahrung beinhaltet ist. Wissenschaft wäre ohne diesen Grundsatz unmöglich. Dadurch zeigt sich zugleich, dass jede induktive Logik ein bestimmtes durch bestimmte synthetische Prinzipien ausgedrücktes Weltbild voraussetzt und das ein konsequenter Empirizismus unmöglich ist; Carnap's Versuch ist darum undurchführbar.

Ein axiomatisches System kann diesen Umstand noch klarer ausdrücken. Seine Beschreibung im zweiten Teil der Studie dient uns als Mittel einer sachlichen Kritik des Carnapinismus in der folgenden Studie.