

# IDEÁL A MOŽNOSTI EXAKTNOSTI

PAVOL CMOREJ

Vedecké teórie, úvahy a ich jazyky, resp. niektoré kategórie jazykových výrazov sa dnes veľmi často posudzujú, prípadne analyzujú z hľadiska presnosti, exaktnosti.<sup>1</sup> V každej vedeckej disciplíne vzniká v určitých štádiách jej vývoja problém zexaktnenia jej pojmového aparátu. Niektoré problémy možno totiž vyriešiť či riešiť až po príslušnom spresnení jazyka danej disciplíny (čím nemienime tvrdiť, že tieto problémy sú redukovateľné na jazykové otázky). Nejednen „problém“ sa po spresnení jazykových výrazov, ktoré sa podieľajú na jeho formulácii, rozplynie v pseudoprobém alebo rozpadne na niekoľko nových problémov, ktoré sa niekedy dosť výrazne líšia od pôvodného a len veľmi povrchno navzájom súvisia. Filozofické systémy a úvahy sa z hľadiska presnosti obyčajne kvalifikujú alebo i odsudzujú ako neexaktné, a preto nevedecké.<sup>2</sup>

Za vedecký sa neraz pokladá iba taký jazyk, ktorý je presný, exaktný. Avšak málokde nájdeme bližšie vymedzenie exaktného jazyka, resp. presného jazykového výrazu. Termíny „presný (exaktný) jazyk“, „presný výraz“ sa obyčajne používajú bez bližšieho určenia ich významu, zrejme sa mlčky predpokladá, že ich význam je dostatočne jasný a ostrý. Ale už nenáročná analýza prezrádza, že tieto termíny možno explikovať niekoľkými spôsobmi a nie bez ťažkostí a rôznych problémov. V tomto článku sa pokúsime upozorniť na niektoré otázky spojené s vymedzením pojmu presného jazyka a poukázať na určité medze spresňovania (v určitom zmysle tohto slova) niektorých jazykov a jazykových výrazov.

## Presný jazyk

Pri rozvíjaní našich úvah o presnosti jazyka a jazykových výrazov budeme vychádzať z intuitívnej charakteristiky presného jazyka, uvedenej v článku [1], ktorú tu podrobíme dôkladnejšej analýze a nahradíme niekoľkými presnejšími charakteristikami, i keď tiež len intuitívnymi.

Charakteristika I. Podľa charakteristiky uvedenej v [1] presný jazyk by mal spĺňať tieto podmienky: A. Musí mať *jednoznačne určenú* množinu primitívnych symbolov. B. O ľubovoľnom výraze (t. j. konečnej postupnosti primitívnych symbolov) možno *jednoznačne rozhodnúť*, či je správne utvorený.

<sup>1</sup>Termíny „presný jazyk (výraz)“ a „exaktný jazyk (výraz)“ tu používame ako synonymá.

<sup>2</sup> Pozri napr. článok [1], v ktorom sa jeho autori veľmi ostro oborili na filozofiu a jazyky filozofických úvah a teórií, ktoré podľa ich názoru nespĺňajú požiadavky kladené na vedecký jazyk. Nadsenie, s akým sa autori pustili do filozofie, mohlo ľahko vzbudiť dojem, že pokladajú každý vedecký jazyk za presný. Hoci to nie je tak, čo potvrdzuje aj zmienka o výskyte neostrých názvov v jazyku empirických vied (pozri [1], 400—401), tón a celkové ladenie článku nepriamo dosvedčuje, že jeho autori mali nie celkom opodstatnené ilúzie o presnosti používaných vedeckých jazykov.

C. Každý správne utvorený výraz patrí len do jednej syntaktickej kategórie. D. Každý nový výraz sa do jazyka zavádza explicitne uvedenou, formálne správnou definíciou. E. O ľubovoľnom výrokovom výraze možno *jednoznačne rozhodnúť*, či je axiómou. F. Je *jednoznačne určené*, pomocou akých pravidiel (akej logiky) možno z axióm odvodzovať ďalšie teóremy, t. j. je *jednoznačne vymedzený* pojem teóremy (v tejto súvislosti sa tiež podotýka, že dôležitou podmienkou exaktnosti jazyka je jeho konzistentnosť). G. (i) Každá premenná má *jednoznačne určenú* oblasť premennosti. (ii) Každá konštanta (či už individuová, alebo predikátová) denotuje len jeden *jednoznačne určený* objekt (o ľubovoľnom indivíduu či usporiadanej n-tici indivíduí možno *jednoznačne rozhodnúť*, či je designátom daného predikátu). (iii) Logické termíny sa v ňom používajú tak, ako sú vymedzené v axiomatickom systéme klasickej predikátovej logiky 1. stupňa s identitou.

Táto charakteristika, formulovaná so zreteľom na hlavný cieľ článku [1] — upozorniť našich filozofov na najhrubšie a najbežnejšie chyby a prehrešky proti exaktnosti, vyskytujúce sa v ich úvahách, má viacej nedostatkov: (1) Veľmi často sa v nej opakuje málo objasnený výraz „jednoznačne určený“.<sup>3</sup> (2) Požiadavka konzistentnosti je nielen veľmi silná, ale aj zbytočná, lebo z intuitívneho hľadiska je celkom prípustné považovať za presné aj niektoré nekonzistentné jazyky, resp. teórie. Nehovoriac o tom, že pri výstavbe silnejších teórií (akou je napr. aritmetika prirodzených čísel alebo teória množín) nemožno splnenie tejto požiadavky plne zabezpečiť už pri výstavbe jazyka. (3) Neberie sa tu do úvahy okolnosť, že ak sa logické termíny v danom jazyku používajú tak, ako sú vymedzené v klasickej logike, nemožno pri zavádzaní pojmu teóremy preferovať inú logiku, to znamená, že bodom G. (iii) je čiastočne určený (odhliadnuc od rôznych syntaktických možností) aj pojem teóremy<sup>4</sup> a jednoznačne určená logika, ktorú možno pri dokazovaní použiť.<sup>5</sup> No v bode F a inde autori naznačujú<sup>6</sup>, že pri dokazovaní možno namiesto klasickej logiky použiť aj inú logiku (napr. intuicionistickú, minimálnu atď.), v ktorej niektoré logické termíny môžu mať iný význam ako v klasickej logike.<sup>7</sup> (4) Podmienky (i) a (ii) sú príliš silné a pri určitej interpretácii termínu „jednoznačne

<sup>3</sup> Nie je vylúčené, že tento výraz budú niektorí čitatelia pokladať za synonymný s výrazom „presný“ (a celú charakteristiku za formálne nekorektnú, obsahujúcu kruh).

<sup>4</sup> V tom zmysle, že teorémou je každý výrokový výraz, ktorý možno z axióm odvodiť pomocou pravidiel klasickej logiky.

<sup>5</sup> Ak je daná konečná množina axióm (alebo aj nekonečná, ale určená konečným počtom metajazykových schém) a odvodzovacie pravidlá, z ktorých každé možno v konečnom počte krokov mechanicky uplatniť a tým z axióm odvodzovať ďalšie teóremy, o ľubovoľnej konečnej postupnosti výrokových výrazov možno efektívne rozhodnúť, či je dôkazom daného výrokového výrazu (to znamená, že pojem dôkazu je efektívny). Toto určenie pojmu teóremy mali na mysli autori [1]. Lenže z takého vymedzenia pojmu teóremy ešte vôbec nevyplýva, ako sa mylne domnieva J. Cibulka (v diskusnom príspevku *K otázke exaktnosti ve filosofii*, *Filozofia* 1967, č. 3), že autori od presného jazyka vyžadujú, aby aj pojem teóremy bol efektívny, t. j. aby o ľubovoľnom výrokovom výraze daného jazyka bolo možné efektívne rozhodnúť, či je teorémou.

<sup>6</sup> Pozri [1], 398.

<sup>7</sup> Bod G (iii) môže (v rozpore s intenciou autorov) vzbudiť dojem, že autori pokladajú za exaktný iba taký jazyk, v ktorom sa logické termíny používajú v takom význame, aký majú v klasickej logike.

určený“ (o ktorej bude reč ďalej) v máloktorom jazyku splniteľné. A je otázne, či taký jazyk vôbec existuje. (5) Vzhľadom na podmienky E, F charakteristike I možno tiež vyčítať, že vymedzuje skôr pojem presnej teórie (úvahy) než pojem presného jazyka.<sup>8</sup> Táto námietka nie je však príliš závažná; vynechaním podmienok E, F z uvedenej charakteristiky dostaneme vymedzenie presného jazyka. Na druhej strane, keďže význam jazykových výrazov sa často bližšie určuje práve pomocou axióm a významových postulátov (resp. aj pomocou nich), nemožno mať proti uvedeniu podmienky E v charakteristike I vážnejšie výhrady. Pokiaľ ide o bod F, voľbu logiky treba odlišovať od výberu základných odvodzovacích pravidiel (čo sa v [1] v záujme stručnosti nerobí). Voľba logiky ešte jednoznačne neurčuje, ktoré odvodzovacie pravidlá si máme zvoliť za základné. V rámci tej istej logiky sa môžeme rozhodnúť pre rôzne základné odvodzovacie pravidlá, pričom ich výber nemá vplyv na význam jazykových výrazov. Zato výber logiky vždy úzko súvisí s výberom určitej interpretácie logických termínov. Problémami určenia významu logických termínov sa budeme ďalej zaoberať len okrajovo a budeme predpokladať, že logika, ktorá sa v danom jazyku používa pri dedukcii a určuje význam logických termínov, je už daná. Hlavnú pozornosť budeme venovať otázkam fixovania významu predikátov a individuových mien. Pri formulovaní ďalších charakteristík presného jazyka si budeme všímať najmä jazyky predikátovej logiky 1. stupňa a jazyky, z ktorých možno formalizáciou získať jazyk 1. stupňa (teda jazyky, ktoré približne zodpovedajú jazykom 1. stupňa).<sup>9</sup>

Vo formuláciách nasledujúcich charakteristík použijeme niekoľko nových termínov, ktoré musíme najprv objasniť. Množinu najjednoduchších, vzájomne odlišiteľných symbolov, z ktorých sa konštruujú primitívne symboly a z nich výrazy daného jazyka J budeme nazývať *abecedou* tohto jazyka. Z abecedných symbolov sa pomocou operácie zretazenia konštruujú tzv. *primitívne symboly* jazyka J. Množinu všetkých primitívnych symbolov jazyka J budeme nazývať *slovníkom*. Slovník môže byť konečný alebo nekonečný. Slovník je sumou dvoch disjunktných množín: množiny nevlastných a vlastných symbolov. Množina vlastných symbolov sa ďalej skladá z množiny premenných (o ktorej sa obyčajne predpokladá, že je nekonečná) a primitívnych konštánt. Nie je vylúčené, že množina premenných je v niektorých slovníkoch prázdna (v niektorých jazykoch logiky prázdna je množina konštánt).

Nech J je ľubovoľný jazyk 1. stupňa. Za *správne utvorené výrazy* (s. u. v.) jazyka J budeme pokladať nielen výrokové výrazy (formuly), ale aj individuové a predikátové konštanty a formy. *Konštanta* je ľubovoľný s. u. v., v ktorom sa nevyskytuje nijaká voľná premenná (každá primitívna konštanta je konštanta). *Forma* je ľubovoľný s. u. v., v ktorom sa vyskytuje aspoň jedna voľná premenná (premenné sú tiež formy). Pod *syntaktickou kategorizáciou*

<sup>8</sup> Táto okolnosť je podmienená celkovým zameraním článku [1].

<sup>9</sup> V jazykoch predikátovej logiky 1. stupňa sa okrem logických termínov, zátvoriek, individuových a predikátových premenných vyskytujú len mená individuí (individuové mená), ďalej mená množín individuí (singulárne predikáty) a mená množín usporiadaných  $n$ -tíc individuí ( $n$ -árne predikáty) a kvantifikujú sa v nich len individuové premenné.

množiny s. u. v-ov jazyka  $J$  rozumieme klasifikáciu tejto množiny na indivíduové, výrokové a  $n$ -árne predikátové výrazy (pre každé  $n \geq 1$ ). Jednotlivé klasifikačné triedy budeme nazývať *syntaktickými kategóriami*. Budeme predpokladať, že každému jazyku  $J$  je priradená nejaká neprázdna množina, ktorá sa nazýva *univerzom* jazyka  $J$  a jej prvky *indivíduami*.

Termíny „jednoznačne určený“, „jednoznačne rozhodnúť“ vyskytujúce sa v charakteristike  $I$  možno presnejšie explikovať v teórii Turingových strojov alebo algoritmov (prípadne v inej, rovnocennej teórii). Pri spresňovaní jednotlivých bodov charakteristiky  $I$ , v ktorých sa uvedené termíny vyskytujú, možno použiť pojem *efektívnej procedúry* (metódy), pod ktorou tu budeme rozumieť procedúru, skladajúcu sa z konečného počtu *mechanicky* realizovateľných krokov, pričom výsledok jednotlivých krokov je jednoznačne určený buď výsledkami predchádzajúcich krokov, buď situáciou, na ktorú danú procedúru aplikujeme. Treba rozlišovať medzi procedúrou a jej realizáciou. Efektívnu procedúru možno pokladať za určitú abstraktnú entitu alebo za sústavu inštrukcií (pravidiel), určujúcich jednotlivé kroky a ich poradie do najmenších podrobností, od ktorých závisí realizácia procedúry. Táto sústava inštrukcií sa často nazýva algoritmom (ak opisuje efektívnu procedúru). Od presnejšej a hlbšej explikácie pojmu efektívnej procedúry tu musíme pre nedostatok miesta upustiť. So zreteľom na možnosti explikácie intuitívneho pojmu efektívnej procedúry v teórii Turingových strojov alebo v teórii algoritmov predpokladáme, že používanie tohto pojmu nevyvolá vážnejšie nedorozumenia. Namiesto zvratu „existuje efektívna procedúra, pomocou ktorej možno jednoznačne rozhodnúť“, budeme používať len zvrat „možno efektívne rozhodnúť“.

Budeme hovoriť, že *množina*  $M$ , ktorá je podmnožinou nejakej vopred danej množiny  $N$ , je *efektívne určená* práve vtedy, keď o ľubovoľnom prvku z  $N$  možno efektívne rozhodnúť, či patrí do  $M$ , alebo nie.

*Význam indivíduovej konštanty* jazyka  $J$  budeme pokladať za *efektívne určený* práve vtedy, keď o ľubovoľnom indivíduu z univerza jazyka  $J$  možno efektívne rozhodnúť, či je denotátom tejto konštanty, alebo nie. Budeme hovoriť, že *význam  $n$ -árnej* ( $n \geq 1$ ) *predikátovej konštanty* jazyka  $J$  je *efektívne určený* práve vtedy, keď množina usporiadaných  $n$ -tíc indivíduí z univerza jazyka  $J$ , ktorá je jej denotátom, je efektívne určená.<sup>10</sup> *Premenná* má *efektívne určený význam* práve vtedy, keď má efektívne určenú oblasť premennosti. *Forma* má *efektívne určený význam* práve vtedy, keď každá jej premenná má efektívne určenú oblasť premennosti a existuje efektívne procedúra, pomocou ktorej možno efektívne zistiť (nájsť) hodnotu tejto formy pri ľubovoľnom udelení hodnôt jej premenným.

Pomocou zavedených termínov možno charakteristiku  $I$  čiastočne spresniť (keď zvraty, v ktorých sa vyskytujú výrazy „jednoznačne určený“, „jednoznačne rozhodnúť“ explikujeme pomocou pojmu efektívnej procedúry). Po tomto spresnení a určitých úpravách dostaneme túto charakteristiku:

<sup>10</sup> Inak povedané, keď o ľubovoľnej usporiadanej  $n$ -tici indivíduí z univerza jazyka  $J$  možno efektívne rozhodnúť, či je designátom tejto konštanty (pričom pod designátom predikátovej konštanty rozumieme ľubovoľný prvok množiny, ktorá je denotátom konštanty).

Charakteristika II. Jazyk J je presný práve vtedy, keď 1. jeho abeceda je konečná, 2. množina primitívnych symbolov a s. u. v-ov tohto jazyka je efektívne určená, 3. o ľubovoľnom s. u. v-e možno efektívne rozhodnúť, do ktorej syntaktickej kategórie patrí (či je to individuové meno, n-árny predikát, výrok a pod.), 4. každá konštanta a každá forma z J má efektívne určený význam, 5. význam logických termínov a iných nevlastných výrazov je určený nejakou logikou.

Vzhľadom na to, že rozlišujeme medzi abecedou a slovníkom (ktorý môže byť nekonečný), požiadavka 1 je celkom oprávnená.<sup>11</sup> Požiadavka efektívnej určenosti množiny s. u. v-ov sa nerešpektuje v jazykoch s nekonečne dlhými výrazmi (nemožno efektívne zistiť, či nekonečný rad primitívnych symbolov je správne utvorený výraz). A sú to obyčajne jazyky matematickej logiky, ktoré sa považujú za presné. Je však otázne, či ide o jazyky v pravom zmysle slova.<sup>12</sup> V bode 3 uvedenej charakteristiky ide iba o to, aby bola jasná logická štruktúra používaného jazyka. Len potom možno v danom jazyku jednoznačne uplatniť určitú logiku, t. j. dokazovať, vyvodzovať, vysvetľovať (robiť explanácie) atď. a tieto postupy intersubjektívne overovať. Túto požiadavku dosť často nedoceňujú (alebo priam podceňujú) práve filozofi — a to je jedna z hlavných príčin, ktoré ich úvahy neúmerne zatemňujú. Presnosť a efektívnosť členenia na syntaktické kategórie závisí od jednoznačnosti a efektívnosti určenia množiny s. u. v-ov.

Požiadavku 4 môžu splniť len jednoduchšie jazyky — je príliš silná, väčšina jazykov známych matematických teórií ju porušuje. Pritom o exaktnosti týchto jazykov sa vôbec nepochybuje. Táto okolnosť vrhá veľmi nepriaznivé svetlo na adekvátnosť explikácie výrazov „jednoznačne určený“, „jednoznačne rozhodnúť“ (vyskytujúcich sa v charakteristike I) pomocou pojmu efektívnej procedúry.<sup>13</sup> Explikácia výrazu „presná konštanta“ výrazom „konštanta s efektívne určeným významom“ je zrejme vonkoncom neprimeraná; keby sme ju prijali, väčšinu jazykov matematických teórií by sme museli odsúdiť ako neexaktnú. A predsa je využitie pojmu efektívnej procedúry pri explikácii výrazov „presný výraz“, „presný jazyk“, „jednoznačne určený význam“ a pod. veľmi lákavé. Pravda, existujú aj iné spôsoby využitia tohto pojmu pri ich explikácii. Podmienku 4 by bolo možné nahradiť touto podmienkou:

4\*. Každá primitívna konštanta a premenná má efektívne určený význam. Ostatné konštanty a formy nemusia mať efektívne určený význam (no môžu

<sup>11</sup> Abecedou sa často nazýva množina primitívnych symbolov (slovník). Vždy je to však množina objektov konštruovaných z konečného počtu jednoduchších symbolov (zretazením, dolným alebo horným indexovaním a pod.).

<sup>12</sup> Pozri napr. [4].

<sup>13</sup> Nech „P“ je n-árny predikát aritmetiky prirodzených čísel, význam ktorého je efektívne určený (presnejšie, ktorý je rekurzívne vyčísľiteľný). Predikát „R“ vymedzený definíciou

$$R(x_1, \dots, x_{n-1}) \leftrightarrow (Ex_n) P(x_1, \dots, x_n)$$

nemá efektívne určený význam (je len rekurzívne prečísľiteľný). Ešte menej efektívne budú predikáty vymedzené pomocou týchto definícií:  $(x_{n-1}) (Ex_n) P(x_1, \dots, x_n)$ ,  $(Ex_{n-2}) (x_{n-1}) (Ex_n) P(x_1, \dots, x_n)$ ,  $(x_{n-3}) (Ex_{n-2}) (x_{n-1}) (Ex_n) P(x_1, \dots, x_n)$  atď. („(Ex)“ je existenčný a „(x)“ všeobecný kvantifikátor). A to nie je jediný spôsob konštrukcie predikátov s neefektívne určeným významom.

a niektoré aj budú mať), ale každá z nich je skonštruovaná z týchto konštant, premenných a logických termínov (ktoré sa v danom jazyku používajú).<sup>14</sup>

Avšak podmienka 4\* sa bude mnohým zdať silná, pretože jazyky niektorých matematických teórií ju nespĺňajú (resp. preto, že také jazyky sa dajú v matematike skonštruovať). Možno jej tiež vyčítať, že neurčuje, ktoré spôsoby konštrukcie zložených konštant a foriem sú prípustné. Hoci túto otázku nemožno bagatelizovať, lebo existuje mnoho rôznych logík, ktoré uznávajú za prípustné rôzne pojmové konštrukcie, predsa budeme zjednodušene predpokladať, že tento problém je danou logikou a pravidlami tvorenia s. u. v-ov vyriešený.<sup>15</sup> Všimnime si však výhradu, podľa ktorej podmienka 4\* je príliš silná, lebo existujú, resp. možno skonštruovať jazyky, v ktorých sa nachádzajú primitívne konštanty s neefektívne určeným významom, a napriek tomu sa intuitívne hodnotia ako presné, exaktné. Možno proti nej namietiť, že jazyk s primitívnymi konštantami, ktoré nemajú efektívne určený význam, pokladáme za presný preto, že tieto konštanty sa interpretujú pomocou konštant nejakého metajazyka, ktorý spĺňa podmienku 4\*, pričom každá konštantka tohto metajazyka, pomocou ktorej interpretujeme nejakú primitívnu konštantu s neefektívne určeným významom, sa skladá len z primitívnych konštant a premenných s efektívne určeným významom. Ak ani tento metajazyk nespĺňa podmienku 4\*, mal by ju spĺňať jeho metajazyk alebo metajazyk tohto metajazyka atď. Presnosť jazyka nemožno posudzovať izolovane, treba pritom skúmať i spôsoby fixovania významu jeho výrazov v jeho metajazyku a výrazov tohto metajazyka v inom jazyku a pod. Podmienku 4\* možno z hľadiska efektívnosti významu výrazov posudzovaného jazyka formulovať aj inými spôsobmi, či už prísnejšie alebo voľnejšie.<sup>16</sup> Je však otázne, či niektoré z nich by sa spolu s podmienkami 1—3, 5 z charakteristiky II mohla stať všeobecne prijatou a adekvátnou explikáciou termínu „presný jazyk“. Týmto problémom sa tu ďalej zapodievať nebudeme, uspokojíme sa s uvedenými náznakmi.

Hoci sa tu nemienime zaoberať otázkami určovania významu logických termínov, o ktorých predpokladáme, že sú určené danou logikou, predsa si musíme všimnúť, že presnosť kvantifikátorov „pre každé  $x$  platí, že“, „pre niektoré  $x$  platí, že“ (a iných operátorov) závisí od presnosti určenia oblasti premennosti premennej „ $x$ “, ktorou v prípade individuových premenných obyčajne býva univerzum jazyka. O univerze sa spravidla zjednodušujúco predpokladá, že je dané (čo sme doteraz robili aj my), hoci jeho vymedzenie je tiež spojené s rôznymi ťažkosťami a problémami, ku ktorým sa vrátíme nižšie. Presný jazyk by mal mať efektívne alebo aspoň poloejektívne určené univerzum.<sup>17</sup> Ale i v tomto prípade možno namietnuť, že univerzum daného jazyka sa často určuje pomocou výrazov jeho metajazyka, ktorý má efektívne určené univerzum a spĺňa i podmienku 4\*, ale výraz, ktorým sa v ňom vymedzuje univerzum

<sup>14</sup> Alebo je pomocou nich definovateľná (spôsobom, ktorý umožňuje jej elimináciu z každého kontextu). Problematiku definícií tu zatiaľ obchádzame, ale vrátíme sa k nej nižšie.

<sup>15</sup> Predbežne uvažujeme len o jazykoch, v ktorých sa definované výrazy nevyskytujú.

<sup>16</sup> Pomocou voľnejších nárokov na efektívnosť (naznačených v poznámke 13).

<sup>17</sup> T. j. mala by to byť rekurzívne vyčísliteľná alebo aspoň prečísliteľná množina.

jazyka, nemá efektívne určený význam — a napriek tomu sa taký jazyk môže intuitívne kvalifikovať ako exaktný, ak spĺňa určité ďalšie podmienky.

Tejto námietke i výhradám k charakteristike II sa pokúsime vyhnúť v charakteristike, ktorá by podľa nášho názoru mohla byť prijateľným intuitívnym východiskom pre formálne korektné a obsahovo adekvátne vymedzenie exaktného jazyka. Pre zjednodušenie aj v tomto prípade abstrahujeme od jazykov s definovanými výrazmi a od otázok, spojených s definíciami.

Charakteristika III. Nech  $J$  a  $J'$  sú ľubovoľné jazyky, v ktorých sa nevyskytujú nijaké definované výrazy. Jazyk  $J$  je presný práve vtedy, keď

A. 1. jeho abeceda je konečná, 2. množina primitívnych symbolov a s. u. v-ov tohto jazyka je efektívne určená, 3. o ľubovoľnom s. u. v-e možno efektívne rozhodnúť, do ktorej syntaktickej kategórie patrí, 4. význam jeho logických termínov a ostatných nevlastných symbolov je určený nejakou logikou, 5. každá primitívna konštanta a premenná má efektívne určený význam, 6. univerzum jazyka  $J$  je efektívne určené alebo

B. jazyk  $J$  spĺňa podmienky 1–4 a existuje nejaký jazyk  $J'$ , ktorý spĺňa podmienky 1–6 a pomocou s. u. v-ov jazyka  $J'$  možno určiť význam primitívnych konstant a premenných jazyka  $J$  i jeho univerzum.

Ani v tejto charakteristike bližšie neurčujeme množinu s. u. v-ov jazyka  $J$  a  $J'$  predpokladajúc, že danou logikou bude náležite vymedzená. Ako charakteristiky I a II i ona vymedzuje skôr ťažko dosiahnuteľný ideál presného jazyka než jazyk, aký sa vo vedách aktuálne používa. Pokúsime aspoň naznačiť, prečo je to tak.

## Fixovanie významu jazykových výrazov

Ak chceme preskúmať a určiť možnosti exaktnosti a ostrejšie stanoviť jej medze, musíme si bližšie všimnúť a analyzovať rôzne spôsoby fixovania významu jazykových výrazov. Význam ľubovoľného jazykového výrazu jazyka  $J$  možno fixovať

(1) pomocou iných jazykových výrazov jazyka  $J$  alebo iného jazyka (napr. metajazyka),

(2) ostenzívne.

(1) a (2) sú základné spôsoby určovania významu. Za zmienku stojí ešte jeden spôsob, ktorý je vzhľadom na (1) a (2) odvodený:

(3) je to ostenzívne fixovanie významu spojené s použitím výrazov toho istého alebo iného jazyka.

Spôsob (3) obyčajne nahrádza spôsob (2), ktorý je vo svojej rýdzej podobe ťažko realizovateľný a je akosi kombináciou spôsobov (1) a (2). Význam výrazu, určený spôsobom (3) je ovplyvnený ostenzívnou i jazykovou zložkou. Najprv sa budeme zaoberať fixovaním významu jazykových výrazov pomocou iných výrazov.

**Jazykové fixovanie významu.** Týmto spôsobom možno význam nejakého jazykového výrazu jazyka  $J$  určiť:

- (a) pomocou definícií formulovaných v jazyku J alebo jeho metajazyku,
- (b) pomocou pravidiel denotácie a nadobúdania hodnôt formulovaných v metajazyku,
- (c) pomocou axióm alebo významových postulátov daného jazyka.

Ďalej si budeme všímať iba určovanie významu konštant, pretože s určovaním významu premenných a foriem sú späté podobné problémy a ťažkosti.

Pri určovaní významu pomocou definícií a metajazykových pravidiel denotácie a nadobúdania hodnôt význam i presnosť vymedzovaného výrazu závisí od významu a presnosti výrazov, ktorými význam nového výrazu fixujeme. Pri definíciách, na základe ktorých možno definovaný výraz z každého kontextu eliminovať, problémy spojené so stanovením presnosti sa prenášajú z definovaného na definujúci výraz. Voľnejšie povedané, definovaný výraz je pri týchto definíciách taký presný ako definujúci. To isté možno povedať aj o výrazoch, ktorých význam fixujeme v metajazyku daného jazyka.

Vzniká tu však jeden temer vôbec neprebádaný a podľa nášho názoru veľmi dôležitý problém: možno z nepresných (resp. menej presných, menej ostrých) výrazov skonštruovať zložený výraz, ktorý by bol presný (resp. presnejší, ostrejší)? Keby to bolo možné, mohli by sme nepresný pojmový aparát ním samým stále spresňovať, čo je veľmi dôležité najmä vtedy, keď pri jeho zexaktňovaní nemôžeme využiť presnejšie výrazy iného jazyka. Táto okolnosť by sa mohla veľmi významne uplatniť práve pri definovaní alebo metajazykovom určovaní významu. Určitú odpoveď na položenú otázku možno nájsť v práci T. Kubiňského [5]. Žiaľ, ide len o veľmi čiastkové (ale pozitívne!) riešenie nastoleného problému.

Keďže problém presnosti definovaných výrazov sa presúva na definujúce a z tých na primitívne (a z výrazov sémanticky fixovaných v metajazyku na výrazy metajazyka a v ňom z definovaných tiež na definujúce a primitívne), musíme sa sústrediť na fixovanie významu primitívnych výrazov.

Pomerne často sa možno stretnúť s názorom, že význam primitívnych symbolov sa dá presne stanoviť axiomaticky. Napr. význam predikátov a individuových konštant  $P_1, \dots, P_h, a_1, \dots, a_k$  môžeme určiť tak, že skonštruujeme axiómy  $A_1, \dots, A_n$ , zložené z premenných, logických termínov (a iných nevlastných výrazov) a uvedených konštant, a síce tak, aby sa každá konštanta vyskytovala aspoň v jednej axióme. Denotátmi uvedených konštant môžu byť tie a len tie objekty, ktoré spĺňajú axiómy  $A_1, \dots, A_n$ , t. j. o ktorých platí, že  $A_1, \dots, A_n$ . Je však známe, že každý neprotirečivý axiomatický systém možno interpretovať viacerými spôsobmi, presnejšie povedané, že každý neprotirečivý axiomatický systém má viacej modelov.<sup>18</sup> To znamená, že čisto axiomaticky nie je význam konštant  $P_1, \dots, P_h, a_1, \dots, a_k$  nikdy určený jednoznačne. Tento spôsob fixovania významu jazykových výrazov sa používa najmä v matematike. Na otázku, čo je to prirodzené číslo, môže dať exaktný matematik len túto odpoveď: prirodzené čísla sú také objekty, ktoré spĺňajú

<sup>18</sup> Nezáleží na tom, že všetky modely niektorých axiomatických systémov (kategorických) sú izomorfné, kým iné systémy majú aj neizomorfné modely (nekategorické).



tie a tie axiomy.<sup>19</sup> Každá iná odpoveď je intuitívna alebo didakticky či filozoficky motivovaná špekulácia, z ktorej pri svojej práci vôbec neťaží ani sa na ňu neodvoláva. A pretože každý axiomatický systém má mnoho rôznych modelov (jeho konštanty možno interpretovať viacerými spôsobmi), a teda ani jeden z nich neurčuje denotáty konštant jednoznačne, i matematiku, ktorá je odkázaná na axiomatický spôsob fixovania významu svojich výrazov, možno z hľadiska uvedených charakteristík pokladať za nepresnú, neexaktnú vedu. Uvedomujeme si, že to znie dosť poburujúco, lebo matematika sa vždy považovala za exaktnú, ba dokonca za najexaktnejšiu vedu. Háčik je len v tom, že exaktnosť v zmysle našich charakteristík nie je cieľom matematiky, resp. ani v nej nie je realizovateľná. Matematika je iba syntakticky exaktná, nie však sémanticky. Jej exaktnosť spočíva v dôslednom uplatňovaní formálnych metód a postupov. B. Russell kedysi napísal, že nevieme, o čom sa v matematike hovorí. Formálny aparát matematiky sémanticky interpretujú empirické vedy, lenže tu matematické poznatky platia vždy len aproximatívne (ako napr. axiomy euklidovskej geometrie vo fyzikálnej oblasti) a so zreteľom na udelenú sémantickú interpretáciu sú len približne presné, exaktné.<sup>20</sup> Platonizmus, podľa ktorého matematika sa zaoberá ideálnymi, objektívne existujúcimi entitami, ktoré sú denotátmi konštant matematických teórií, je iba filozofickou doktrínou, ktorá nie je medzi matematikmi všeobecne prijatá. Avšak bez ohľadu na správnosť platonizmu treba zdôrazniť, že axiomatickou metódou sú tieto ideálne denotáty predikátových a individuových konštant určené len tak jednoznačne ako akékoľvek iné objekty, spĺňajúce axiomy. Efektívne procedúry v matematike sa neaplikujú na čísla, ale na číslice!

Významovými postulátmi sa tu nemusíme z hľadiska nášho problému zvlášť zaoberať, pretože buď plnia úlohu normálnych definícií, na základe ktorých možno definovaný výraz vždy eliminovať, buď funkciu axióm, v ktorých sa význam niektorých konštant  $P_1, \dots, P_i, a_1, \dots, a_j$  určuje pomocou výrazov už interpretovaných tak, že z týchto konštant, logických termínov, premenných a z výrazov už interpretovaných skonštruujeme postuláty  $A_1, \dots, A_n$ , pričom každý z výrazov  $P_1, \dots, P_i, a_1, \dots, a_j$  sa vyskytuje aspoň v jednom z nich. Za predpokladu, že význam ostatných výrazov v postulátoch  $A_1, \dots, A_n$  je už jednoznačne stanovený, konštanty  $P_1, \dots, P_i, a_1, \dots, a_j$  sa tu interpretujú ako výrazy, ktoré denotujú objekty spĺňajúce postuláty  $A_1, \dots, A_n$ . Tieto objekty sú postulátmi  $A_1, \dots, A_n$  dané spravidla mnohознаčne, t. j. existuje viacej sústav objektov, ktoré ako denotáty konštant  $P_1, \dots, P_i, a_1, \dots, a_j$  vyhovujú týmto postulátom. Ako je však stanovený význam ostatných výrazov vyskytujúcich sa v postulátoch  $A_1, \dots, A_n$ ? Okrem spôsobov, na ktoré sme už upozornili, existuje ešte jeden, na ktorý teraz sústredíme našu pozornosť.

**Ostentívne fixovanie významu.** Význam niektorých individuových mien môžeme stanoviť alebo objasniť tak, že ukážeme na predmet, ktorý je ich

<sup>19</sup> Ak odhliadneme od možnosti definovať pojem prirodzeného čísla v axiomatickej teórii množín, v ktorej sa diskutované ťažkosti objavujú znova v súvislosti s jej priimítnymi výrazmi.

<sup>20</sup> Pozri napr. [3]; [2], 88–96.

denotátom, a význam niektorých predikátov tak, že ukážeme na predmety či usporiadané  $n$ -tice predmetov,<sup>21</sup> ktoré sú ich designátmi (teda na objekty, ktoré sú prvkami ich denotátu).<sup>22</sup> Ostenzívne možno stanoviť len význam takých výrazov, ktoré denotujú zmyslovo vnímateľné predmety alebo množiny takých predmetov, resp. množiny usporiadaných  $n$ -tíc zmyslovo vnímateľných objektov. Najprv si všimnime ostenzívne určovanie významu individuových mien.

Ak „ $a$ “ je individuová konštanta, jej význam môžeme ostenzívne stanoviť výrokom

(i) To je  $a$ ,

pričom ukážeme na predmet, ktorý konštanta „ $a$ “ denotuje (alebo má denotovať). Výraz „je“ je vo výroku (i) použitý ako výraz „=“. Výrok (i) sa niekedy nazýva *ostenzívnou definíciou* konstanty „ $a$ “. Definícia (i) nie je rýdzo ostenzívna, lebo sa v nej nachádzajú výrazy, ktoré už majú určitý význam: okazionálny výraz „to“ a logický termín „je“.<sup>23</sup> Ako je stanovený význam týchto výrazov? Ostenzívne? Nebudeme hľadať odpoveď na tieto otázky. Stačí, keď poukážeme na to, že význam výrazu „ $a$ “ možno čisto ostenzívne fixovať tak, že vyslovíme len konstantu „ $a$ “ a ukážeme na jej denotát. V tomto i v prvom prípade je význam výrazu „ $a$ “ stanovený veľmi neostro, nie sú jasné priestorové a tým menej časové hranice jeho denotátu. Ešte horšie je to vtedy, keď predmet, ktorý konstante „ $a$ “ priradujeme, sa veľmi rýchlo mení, ba dokonca zaniká, alebo vtedy, keď výrazom „ $a$ “ chceme označiť vyvíjajúci alebo meniaci sa predmet v celom období jeho vývoja.<sup>24</sup> Teda objekt, ktorý trvá omnoho dlhšie ako ostenzívna procedúra, v ktorej ho priradujeme výrazu „ $a$ “.

Pri analýze ostenzívneho fixovania predikátov sa obmedzíme na singulárne predikáty. Keďže rozsah prevažnej väčšiny predikátov je príliš veľký (alebo je pri vykonávaní ostenzívnej procedúry čiastočne nedostupný), ich význam fixujeme tak, že ukážeme na niekoľko predmetov, ktoré daný predikát „ $P$ “ designuje a súčasne vyslovíme výrok „To je  $P$ “ (alebo „ $a$  je  $P$ “, ak ukazovaný designát už má svoje individuové meno) a okrem toho ukážeme i na niekoľko predmetov, ktoré predikát „ $P$ “ nedesignuje a pritom vyslovíme výrok „To nie je  $P$ “ (alebo „ $b$  nie je  $P$ “). Ostenzívna definícia predikátu „ $P$ “ je vlastne súhrnom postulátov

$a_1$ je $P$	$b_1$ nie je $P$
$a_2$ je $P$	$b_2$ nie je $P$

<sup>21</sup> Nie v zmysle teórie množín, kde sa usporiadané  $n$ -tice chápu ako určité množiny množín.

<sup>22</sup> Denotát predikátu nemožno ukázať, pretože každý predikát denotuje nejakú množinu, t. j. určitú abstraktnú entitu.

<sup>23</sup> Okazionálne sú také výrazy, ktoré určitý význam nadobúdajú až v konkrétnej situácii (svojím významom sa trochu podobajú premenným v umelých jazykoch).

<sup>24</sup> Pozri [6], 156–159.

$a_j$  je  $P$  $b_k$  nie je  $P$ 

kde  $a_1, \dots, a_j, b_1, \dots, b_k$  sú predmety, na ktoré ukazujeme (ich mená by sme mohli nahradiť okazionálnym výrazom „to“). Je význam predikátu „ $P$ “ stanovený definíciou (ii) jednoznačne? Už vzhľadom na neurčitosť individuových mien  $a_1, \dots, a_j, b_1, \dots, b_k$  nie je na základe (ii) celkom jasné, ktoré objekty sú designátmi predikátu „ $P$ “ (čo platí aj o výrokoch s okazionálnym výrazom „to“). Nielen to, na základe (ii) možno za denotát predikátu „ $P$ “ pokladať každú množinu, do ktorej patria objekty  $a_1, \dots, a_j$  a nepatria predmety  $b_1, \dots, b_k$ . Málomktorý predikát možno procedúrou (ii) interpretovať uspokojujúco. O nijakom predmete, ktorý nepatrí ani do množiny  $\{a_1, \dots, a_j\}$  ani do množiny  $\{b_1, \dots, b_k\}$  nemožno na základe (ii) jednoznačne rozhodnúť, či je, alebo nie je  $P$ . Ak chceme predikátu „ $P$ “ dať presnejší význam, obyčajne musíme pri jeho fixovaní použiť aj iné predikáty. Čisto ostenzívna procedúra určuje rozsah predikátov veľmi neostro a pri výrazoch už používaných ho objasňuje celkom neadekvátne.<sup>25</sup>

Podobné problémy vznikajú pri ostenzívnom určovaní univerza empirických jazykov. Univerzum týchto jazykov je obyčajne vymedzené neostro — a v tom spočíva nedostatočná určenosť kvantifikátorov „pre všetky  $x$ , platí, že“, „pre niektoré  $x$  platí, že“ v týchto vedách. Pojem efektívnej procedúry možno v nich z naznačených dôvodov uplatniť tiež len približne a do určitej miery.

### Medze exaktnosti

Ukázali sme, že obidva základné spôsoby fixovania významu primitívnych výrazov nejakého jazyka  $J$  (pomocou axióm a ostenzívne) vzaté samy osebe sú slabé na určenie sémanticky presného výrazu (v zmysle ktorejkoľvek z charakteristík I—III). Sú však medze týchto izolovane analyzovaných spôsobov fixovania významu hranicami exaktnosti? Veď nemožno nevidieť, že skutočne používané jazyky empirických vied sú dostatočne presné na to, aby sa pomocou nich dali formulovať vedecké zákony týchto disciplín, aby sa v nich mohlo úspešne vysvetľovať, predvídať, overovať a pod. Hoci ani jeden jazyk nie je zo sémantického hľadiska dokonale presný (môže byť nanajvýš syntakticky precízny), kombinovaním a postupným opakovaním rôznych postupov fixovania významu a ich technickým zdokonaľovaním možno jazyk každej empirickej vedy stále zdokonaľovať a spresňovať. Mechanizmus tohto procesu nie je metodologicky náležite preskúmaný a zdôvodnený, no iste sa v ňom v plnej miere uplatňujú obidva základné spôsoby fixovania významu. Opakovaním ostenzívnych procedúr v rozmanitých situáciách možno význam jazykových

<sup>25</sup> Pozri [6].

výrazov stále zostrovať. Zdokonalením syntaktickej stavby jazyka, jeho logickej štruktúry možno pripraviť podmienky pre úspešné uplatnenie logiky a matematiky, pomocou ktorých možno čiastočne tiež korigovať a precizovať sémantický význam jazykových výrazov. Jazyk, v ktorom sa často uplatňuje logika, v ktorom sa predvída a vysvetľuje, musí mať čo najprecíznejšiu syntaktickú stavbu. Ak sa v ňom význam jeho výrazov koriguje a spresňuje axiomaticky, musí mať efektívne určenú množinu axióm, východísk. Axiomaticky možno veľmi účinne spresniť význam výrazov, ktoré sme už predtým v určitom význame používali (nemáme tu na mysli prípad, keď sa týmto spôsobom fixuje význam výrazov predtým nijako neinterpretovaných). Dá sa však naznačeným spôsobom vybudovať ideálne presný jazyk? Jazyk, v ktorom by každá konštanta mala absolútne presne vymedzený denotát, každá premenná presne určenú oblasť premennosti atď.? Domnievame sa, že nie. Realita, na ktorú sa jazyk vzťahuje, nie je nemenný svet strnutých platónskych entít, pevne a ostro ohraničených — to je jeden dôvod a druhý spočíva pravdepodobne v povahe fixovania významu jazykových výrazov.

Každý vedecký jazyk obsahuje veľa veľmi nepresných výrazov. Ich škodlivosť netreba zveličovať. Potreba presnosti jazykových výrazov je relatívna: pri riešení jedného problému vystačíme i s veľmi nepresným výrazom, pri riešení iného sme nútení tento výraz náležite spresňovať (napr. matematici, ktorí chceli dokázať, že na riešenie určitého typu úloh neexistuje nijaký algoritmus, museli v tomto storočí pojem algoritmu zexaktňiť natoľko, aby bolo možné túto neexistenciu algoritmu precízne dokázať, hoci predtým sa celé stáročia používal trochu hmlistý intuitívny pojem algoritmu). Bolo by treba bližšie preskúmať, ako súvisí kladenie a riešenie určitých problémov s presnosťou jazykových výrazov, ako a za akých podmienok možno nepresné výrazy bez obáv používať atď. — tiež jedna z úloh, ktorým by sa metodológia vied mohla viacej venovať. Presnosť jazyka vo všeličom pripomína presnosť merania. Obidve možno zdokonaľovať, prvú i druhú treba relativizovať k danému cieľu, úlohe, problému. Hranice druhej sú zároveň hranicami prvej.

Nechceli by sme vzbudiť dojem, že sa tu prihovárame za používanie hmlistého, nepresného jazyka. Ani najmenej, bolo však treba poukázať na to, že absolútny ideál je nedosiahnuteľný a že úsilie o exaktnosť by sa malo vždy podrobiť konkrétnemu účelu.

## LITERATÚRA

- [1] P. Cmorej, J. Šefránek: *Úsilie o exaktnú filozofiu*. Filozofia 1966, č. 4, 395—410.
- [2] A. Einstein: *Jak vidím svet*. Praha 1961, 88—96.
- [3] W. Heisenberg: *Fyzika a filozofie*. Praha 1966.
- [4] A. Church: *Introduction to Mathematical Logic*. Princeton 1956.
- [5] T. Kubiński: *Nazwy nieostre*. Studia logica VII. Poznań 1958, 115—179.
- [6] M. Przełęcki: *O definiowaniu terminów spostrzeżeniowych*. Rozprawy logiczne. Warszawa 1964, 155—183.

## ИДЕАЛ И ВОЗМОЖНОСТИ ТОЧНОСТИ

Павол Цморей

Статья посвящена вопросам, связанным с определением точного языка, и возможностям построения и толкования точного языка. Автор предлагает три отличающиеся друг от друга характеристики точного языка и анализирует их адекватность. Формулируя последние две характеристики он прибегает к интуитивному понятию эффективного процесса. В статье уделяется внимание также разным способам закрепления значения языковых выражений (прежде всего при помощи аксиоматического метода и остенсивного определения значения) и их влияниям на семантическую точность языка. Автор старается показать, что никакой язык не может быть с семантической точки зрения точным, и указывает на то, что о точности можно говорить лишь по отношению к определенной проблеме или цели.

## THE IDEAL AND POSSIBILITIES OF EXACTNESS

Pavol Cmorej

The article is devoted to the questions of limitation, possibilities of construction, and interpretation of exact language. The author sets forth three different characteristics of exact language and studies their adequacy. Formulating last two characteristics he employs the intuitive notion of effective procedure. Further, he deals with various ways how to fix the meaning of language expressions (especially the axiomatic method and ostensive determination of meaning) and their influence on the semantical exactness of language. He endeavours to demonstrate that no language can be utterly exact from the viewpoint of semantics and points out the necessity to precise in relation with a certain problem or purpose.