

„zvyknou“ dobrovoľne zachovávať základní pravidla spoločenského soužití a nutné vztahy, plynoucí z uplatňování zásadních, celospolečenských zájmů, že „vyrostou nová pokolení lidí“, pro něž tento zvyk bude stejně jako potřeba tvůrčí práce samozřejmostí.

To jsou velmi důležité otázky, bez jejichž pochopení a hlubokého rozpracování nelze úspěšně rozvíjet prvky komunistické společenské samosprávy.

O IDEOLOGICKÝCH OTÁZKACH MATEMATICKÝCH VIED

ŠTEFAN SCHWARZ

Článek je výtah z prednášky, prednesenej na filozoficko-metodologickom seminári pre vedeckých pracovníkov SAV v Smoleniciach dňa 4. 11. 1960. Ide v ňom o to, tlmočiť a rozvinúť niektoré tézy, ktoré nachádzame priamo u klasikov marxizmu-leninizmu. Podrobnejší rozbor niektorých z preberaných otázok nájde čitateľ v citovanej (a autorom použitej) literatúre.

Matematika zaujíma v sústave vied dôležitú a v istom zmysle zvláštnu postavenie. Nik nepochybuje o tom, že jej čiastočná znalosť je nevyhnutná pre každého vzdelaného človeka. Minuli sa časy, keď o tom bolo treba loptne presvedčovať.

Ako dôvody štúdia matematiky pre výchovné účely sa obyčajne uvádza: matematika učí logicky myslieť, navyká myslieť v abstraktných kategóriách, má široké možnosti aplikácií.

Použitie matematiky vo vzájomne veľmi odľahlých oblastiach vedy a praxe má svoje odôvodnenie. Je to tak okrem iného aj preto, že matematika skúma najvšeobecnejšie kvantitatívne vzťahy, ktoré sú vlastne kvalitatívne odlišným veciam a oblastiam materiálneho sveta. Preto nečudo, že ten istý matematický výsledok dáva uspokojujúcu odpoveď na otázky, ktoré zdánlivo nemajú nič spoločné.

Aj v oblasti matematiky sa odohráva boj dvoch základných filozofických koncepcií — materializmu a idealizmu. Mnohí sa iste opýtajú: Ako to? Pestujú matematici idealistického zamerania matematiku inak ako materialisti? Závisia pravidlá algebry od toho, kto ich používa? Ako možno hovoriť o boji svetových názorov v tak všeobecnej a abstraktnej vede, ako je matematika, ktorá je koniec koncov „pyšná“ na to, že jej výsledky sú všeobecne platné? Takéto otázky zdajú sa celkom oprávnené a pokúsím sa čeliť námietkam, ktoré sú v nich obsiahnuté.

Je samozrejmé, že všetky poučky algebry alebo analýzy platia pre materialistov i idealistov rovnako. Materialista nebude pochybovať o matematickej vete, dokázanej idealistom, alebo naopak. Pokiaľ ide o formálnu výstavbu matematických teórií, niet medzi materialistami a idealistami žiadneho významného rozporu. Pripasť sa začína tam, kde už nejde o deduktívnu súvislosť matematických vzťahov a o formálne počtárske otázky, ale o základné otázky významu a poznávacej hodnoty matematických výsledkov, o vzťah matematiky k reálnej skutočnosti a k iným vedám. Systematizácia, všeobecná interpretácia, motivácia, zameranie vývinu vedeckých znalostí, ich uplatňovanie v praxi, to všetko predpokladá určité filozofické stanovisko, určitú filozofiu, a tá ako súčasť alebo dokonca základ ideológie bola vždy triedna. Pritom chcem zdôrazniť, že ideológia tu nevystupuje ako čosi vonkajšie v pomere k obsahu vedy. Naopak, má

aktívny vplyv nielen na všeobecné zameranie a na vývin vedy, ale i na chápanie jednotlivých vedných teórií a výsledkov. Zatiaľ čo tá či oná veta a jej formálny dôkaz svojím objektívnym obsahom je nezávislá od ideológie, je chápanie zmyslu a významu ako vety, tak i jej dôkazu, závislé — zvlášť v modernejších a hlbších partiách matematiky — od tej či onej filozofickej pozície.

I

Pokúsím sa teraz vyložiť, čo rozumieme pod rozporom medzi idealistickým a materialistickým ponímaním matematiky a ako sa tento rozpor mohol vyhraniť v nebývalej miere.

V minulosti bolo medzi matematikmi, prírodovedcami a filozofmi rozšírených mnoho nesprávnych predstáv o matematike. Tieto nesprávne názory existujú i dnes — a to nielen na západe, ale i u nás, i keď v menšej miere.

Matematické abstrakcie, získané na základe mnohotisícročnej výrobnjej praxe ľudstva, rozvíjali sa ďalej často i samoúčelne. To podnietilo u časti matematikov, idealistických filozofov a prírodovedcov snahu prehlásiť matematiku za vedu, ktorá svojou podstatou nezávisí od hmotného sveta. Táto možnosť samoúčelného rozvoja je daná práve narastaním relatívnej samostatnosti matematiky tým, že sa vždy silnejšie prejavovali špecifické zákonitosti jej vnútorného vývinu, ktoré umožňovali logické operácie bez toho, aby napr. každá formula (alebo i predmet štúdia) bola bezprostrednou snímku (kópiou) objektívnej skutočnosti. Túto relatívnu samostatnosť idealisti zabsolutizovali tým, že vyhlásili matematiku za vedu, ktorá *vôbec* nezávisí od objektívneho hmotného sveta. Tak vznikol „matematický idealizmus“. Formy, v ktorých prebieha toto odrhovanie matematiky od hmoty, sú rôznorodé. Podstata je však poväčšine tá istá.

Extrémne idealistické stanovisko odmieta objektívny charakter zákonov matematiky a matematiku považuje za „voľný výtvar ľudského rozumu“. Povedzme hneď, že toto poňatie nie je schopné vysvetliť príčinu toho, prečo možno matematické metódy tak skvele aplikovať v prírodných vedách, v technike a v praktickej činnosti ľudstva, ktorá sa prejavuje v pretváraní prírody a spoločnosti.

Predstavitelia rôznych idealistických smerov v matematike sa v zásade zhodujú v tomto názore: „Vety čistej matematiky nehovoria nič o skutočnosti“.

Základom tohto ponímania je presvedčenie, že logická samozrejmosť jednotlivých dôkazových krokov, používaných v matematike, je niečo absolútne nezávislé od zmyslovej skutočnosti, je to absolútny princíp a zdroj deduktívneho poznania. Zabsolutnená relatívna samostatnosť matematiky, teda jej odrhnutie od objektívnej skutočnosti, premietla sa v oblasti poznania do krajného racionalizmu, ktorý popieral význam poznania pre rozvoj matematiky. Z toho potom samozrejme vyplýva zásadne nesprávne chápanie vzťahu medzi matematikou a empirickými prírodnými vedami.

Okolo tohto metafyzického zabsolutnenia a idealistického chápania rozdielu medzi dedukciou a indukciou sa vedie boj materialistického proti idealistickému ponímaniu matematiky. Povedzme opäť ihneď, že toto je slabý bod idealistickej koncepcie. Dialektický materializmus má veľmi jednoduchý a prirodzený výklad pre kvalitatívny a charakteristický rozdiel medzi dedukciou a indukciou. Neoddeľuje dedukciu a indukciu nepreniknuteľnou, absolútnou hranicou. Ale o tom až neskôr.

Podľa názoru matematikov, ktorí stoja na idealistickej platforme, sú matematické pojmy voľnými výtvarmi rozumu.

Uvediem niekoľko citátov, ktoré — i keď sú vytrhnuté z kontextu a môžu trošku názory skresliť — dostatočne osvetľujú situáciu.

Heyting tvrdí: „Čistá matematika je voľným výtvorom rozumu a sama osebe nemá nijaký vzťah k empirickým faktom“.

Veľký francúzsky matematik Poincaré napísal: „Matematická veda musí sama osebe premýšľať. To je nutné, lebo v tomto prípade premýšľať o sebe samom znamená: Premýšľať o ľudskom duchu, ktorý stvoril matematiku. Tým skôr, že ide o tie výtvory ľudského ducha, pre ktoré si tento čo najmenej vypožičal zvonku. Preto sú isté matematické špekulácie veľmi užitočné; napríklad tie, ktoré sa zaoberajú štúdiom postulátov, neeuclidovskými alebo podobnými geometriami, práve tak ako funkciami neobvyklých vlastností. Čím viac sa tieto špekulácie vzdiaľujú od obvyklých predstáv, a teda od prírody a aplikácií, tým lepšie nám ukazujú, čo dokáže ľudský duch, keď viac a viac uniká tyranii vonkajšieho sveta, a tým lepšie budeme schopní poznať podstatu tohto ducha“.

Ide tu zrejme o akúsi reprodukciu platónskeho poňatia, podľa ktorého „... musíme pozorovať veci samé osebe, len pomocou samotnej duše, ak chceme niečo poznať čisté“.

Anglický astronóm Eddington poznamenáva: „Čistý matematik operuje ideálnymi veličinami, charakterizovanými istými vlastnosťami, ktoré im prikladá podľa voľného uváženia“.

A. Einstein: „Geometria hovorí o predmetoch, ktoré sú označené slovami priamka, bod atď. Žiadna znalosť týchto predmetov alebo názor o nich sa nepredpokladá, predpokladá sa len platnosť istých rovnako čisto formálnych, t. j. od každého názorového alebo skúsenostného obsahu odtrhnutých axiém. Tieto axiémy sú voľnými výtvormi ľudského ducha“.

V týchto a mnohých iných citátoch sa stretávame (povedľa samozrejme správnych konštatovaní) s názorom, že tvorba matematických pojmov a vývin matematiky sú nezávislé od skutočného sveta, v ktorom žijeme.

Ako je teda možné, že abstraktné matematické teórie sprostredkujú správne (t. j. experimentálne overiteľné) poznávanie prírodných javov? Rôzne idealistické školy odpovedajú na to rozmanitým spôsobom. Niektoré z nich považujú možnosť aplikácií matematiky na prírodné javy dokonca za náhodu.

Z čoho vychádzajú idealistické ponímania a ako odôvodňujú svoju existenciu? To sa dá zhrnúť približne do týchto dvoch bodov:

a) Idealisti tvrdia, že je zásadný rozdiel medzi matematikou a prírodnými vedami. Prírodovedecké zákony podliehajú kontrole pozorovaním, experimentom a skúsenosťou, kdežto matematické poznatky neopierame o pozorovanie skutočnosti. Podľa idealistov matematické poučky sa dokazujú výhradne myšlienkovými pochodmi, resp., pokiaľ sú to základné poučky (tzv. axiémy), jednoducho ich prijímame. Prírodovedecké zákony sa získavajú abstrakciou a generalizáciou pozorovaných skutočností, teda induktívne. Nemôžu byť nikdy úplne dokázané, lebo sa vzťahujú na nekonečný počet prípadov, ktoré nemôžeme overiť. Naproti tomu matematické poučky sú a musia byť dokazované úplne. Matematické vety, v ktorých akýmkoľvek spôsobom ide o nekonečno, nemôžu byť opodstatnené experimentom a skúsenosťou.

b) V modernej matematike občas dochádza ku konfliktom medzi názorovou empirickou zrejmosťou a logickou úvahou, pričom musí vždy povrchný názor ustúpiť. Okrem toho sme v modernej matematike nútení zavádzať pojmy, ktoré si dostatočne nevieme názorne predstaviť.

Idealistom sa zdá, že z toho všetkého potom vyplýva: Okrem zmyslovej skúsenosti, ktorá často klame, existuje ešte iný, od skúsenosti nezávislý a nepomerne bezpečnejší zdroj poznania — poznanie čisto rozumové.

Z takejto úvahy môžeme, pravda, dôjsť veľmi ľahko k najkrajnejším filozofickým

idealistickým náhľadom. Reakční filozofi — oveľa viac ako sami matematici — ich skutočne aj často formulujú.

V matematike existuje viac idealistických smerov.

Jeden z nich má svoj pôvod u Platóna a Pytagora. Podľa neho skutočnú existenciu má len svet ideí, a tým i svet ideí matematických. Úlohou matematiky je vyšetrovať zákonitosti tohto sveta matematických ideí. Na skutočný svet nemajú prívrženci tohto smeru jednotný názor. Niektorí popierajú materiálnu povahu tohto sveta, iní — subjektívni idealisti — ho pokladajú za odraz sveta ideí. Dualisti hovoria, že oba svety existujú vedľa seba, panuje medzi nimi akási harmónia a že isté javy reálneho sveta vidíme cez prizmu matematických ideí.

Odrodou subjektívneho idealizmu je smer, ktorý sa označuje často za formalistický. Podľa neho je matematika súbor vzorcov, ktoré sa zostavujú podľa istých pravidiel. Tieto pravidlá sú konvenciou medzi matematikmi a nemajú žiadneho vzťahu ku skutočnosti. Aplikácie matematiky si predstavujú v zásade ako priradovanie formúl k faktom a ako ich interpretáciu, ktorá je tiež zásadne ľubovoľná a riadi sa len požiadavkami praktickej účelnosti.

Iný smer je zastúpený prívržencami pozitivizmu. Títo pripúšťajú, že skutočný svet je prameňom poznania, avšak naše idey neodpovedajú podľa nich skutočnému svetu. Ležia akosi v inej oblasti a sú len obrazmi našich pocitov. Môžeme poznať len naše pocity a myšlienky, skutočný svet zostáva mimo nášho poznania. Zástupci tohto smeru popierajú často nutnosť nejakého vedeckého svetového názoru vôbec.

Zástancom ďalšieho nesprávneho smeru bol Kant, ktorý tvrdil, že naše predstavy o priestore sú vrozenými apriórными ideami, formami nášho nazerania, ktoré sú absolútne nezávislé od skutočnosti a skúsenosti. Tento nesprávny názor vyvrátil však objav neeuklidovských geometrií.

Súčasnne bol vyvrátený iný nesprávny metafyzický názor na matematiku, ktorý stotožňoval zákony matematiky danej epochy so zákonmi prírody. Podľa mechanistického materializmu možno opísať s úplnou presnosťou všetky javy vo svete pomocou matematických rovníc. (Laplace napr. tvrdil, že keby sme v danom okamihu poznali pohybový stav od atómov po nebeské telesá, vedeli by sme aspoň zásadne opísať celý vesmír od minulosti do budúcnosti.) Mechanistický materializmus 18. stor. stotožňoval fyzikálny priestor s priestorom euklidovskej geometrie. Zákony euklidovskej geometrie považovali vtedy za fyzikálne zákony a vôbec si nevedeli predstaviť, že by sa matematika mohla zaoberať aj priestormi inej štruktúry. Mechanicko-materialistický názor 19. stor. konverguje vo svojich dôsledkoch nakoniec ku kantovskej filozofii.

Tak ako idealistický názor vedie k *nedoceneniu* aplikability matematických metód, tak uvedený metafyzický názor, ktorý stotožňuje zákony materiálneho sveta s ich odrazom v matematickom tvare, vedie v istom zmysle k *preceňovaniu* aplikability matematických metód.

Lenin pri vymedzovaní gnozeologických koreňov idealizmu napísal v *Poznámke o dialektike*: „Ľudské poznanie nejde priamou čiarou, deje sa večne špirálovitým procesom: ľubovoľný kúsok tejto krivky môže byť jednostranne premenený v samostatnú čiaru, ktorá vedie do bariny, kde ju zakotvuje triedny záujem vládnúcich tried“.

Nesprávnosť uvedeného metafyzického názoru je v zmysle Leninovho citátu zrejma: Zákony matematiky odrážajú zákonitosti materiálneho sveta, avšak odraz — akokoľvek verný — nie je totožný s tým, čo odráža. Ako každé ľudské poznanie podáva i matematika len relatívne a približne vernú snímku skutočného sveta a viac alebo menej ju zjednodušuje. Nesmierna zložitnosť prírodného diania nedovoľuje, aby sme ju mohli vyčerpávajúcim spôsobom matematicky formulovať. Vždy je nevyhnutné pri matematickej

formulácii ktoréhokoľvek prírodného javu zanedbávať určité okolnosti, ktorých vplyv na uvažovaný dej, i keď existuje, môžeme považovať za pomerne bezvýznamný.

Nesprávne chápania môžu viesť až k agnosticizmu. Metafyzickí filozofi, ktorí nepoznali zložitú dialektiku ľudského poznania, z toho, že matematický model nie je totožný so skutočnosťou, ale ju odráža vo viac-menej zjednodušenom tvare, a tým sa k nej iba približuje, urobili nesprávny záver, že zákonitosti materiálneho sveta sú nepoznateľné. Tento záver nie je nijako podložený, lebo presnosť výsledkov, ktoré vznikajú použitím matematických metód napr. v astronómii alebo fyzike a ohromné úspechy človeka pri pretváraní prírody nevyvrátiteľne dokazujú, že materiálny svet je poznateľný a že použitie matematických metód je neoceniteľným nástrojom poznávania.

Vyvrátenie kantovskej koncepcie bolo významným víťazstvom materializmu. V knihe *Materializmus a empiriokriticismus* píše Lenin: „Ak materializmus uznáva existenciu objektívnej reality nezávisle od nášho vedomia, musí uznať nutne i objektívnu realitu času a priestoru, na rozdiel predovšetkým od kantovstva, ktoré v tejto otázke stojí na strane idealizmu a pokladá čas a priestor nie za objektívnu realitu, ale za formu ľudského nazerania“. O niekoľko stránok ďalej pokračuje Lenin: „Lebo niečo iné je otázka, akým spôsobom vníma človek priestor pomocou rôznych zmyslových orgánov a ako sa dlhým historickým vývinom z týchto vnemov vypracovávajú abstraktné formy priestoru, a celkom niečo iné je otázka, či odpovedá týmto vnemom a ľudským pojmom objektívna realita od ľudstva nezávislá“. Lenin končí túto myšlienku týmito slovami: „Naša skúsenosť a naše poznanie sa prispôbujú stále viac objektívnemu priestoru a času a odrážajú ich stále správnejšie a hlbšie.“

Idealisti ostro oddeľujú otázku, ako sa dospieva k matematickým poznatkom (tvrdiac, že je to vec histórie matematiky, matematickej heuristiky, didaktiky matematiky a psychológie matematickej tvorby), od otázky, na čom spočíva platnosť matematických poučiek. Ich stanovisko by sme skôr mohli kvalifikovať ako negativistické. Nedáva uspokojivú odpoveď na tri význačné otázky:

a) o čom sa vlastne v matematických vetách hovorí, aký je teda predmet matematiky, ak matematika nehovorí nič o skutočnosti;

b) na čom sa vlastne zakladá preslávená „železná istota“ matematických dôkazov, čiže tzv. logicko-matematická evidencia (samozrejmosť), ktorá je vraj nezávislá od zmyslovej skúsenosti, od názoru;

c) ako to, že sa matematické poučky hodia na skutočnosť, ak sú od skutočnosti nezávislé a ak voľba axióm je vec matematickej ľubovôle.

II

V ďalšom stručne zhrnieme a doplníme názory dialektického materializmu na podstatu matematiky.

Na základe analýzy vývinu matematiky a tvorby jej pojmov tvrdia materialisti, že matematické pojmy a vety nie sú žiadnymi voľnými výtvormi ľudského rozumu, ale abstrakciami reálne existujúcich skutočností a reálne existujúcich vzťahov medzi skutočnými vecmi. Matematické pojmy ako také v prírode neexistujú, vyvinuli sa však abstrakciou zo skutočných vecí a ich vzájomných vzťahov. Poznaním a skúsenosťou nevyzbrojený rozum netuží vytvoriť sám osebe niečo vlastné, nové, čo by nebolo v žiadnom vzťahu ku skutočnosti a čo by viedlo k tvorbe matematických pojmov. Tvorba matematických pojmov a matematické vety odrážajú isté stránky skutočného sveta, umožňujú poznať svet a pôsobiť naň.

Je zrejmé, že pre pochopenie matematiky je rozhodujúca otázka o pôvode, úlohe a

mieste abstrakcie pri poznávaní prírody. Podstata učenia dialektického materializmu o abstrakcii sa dá stručne zachytiť do týchto bodov:

1. Poznanie je zložitý historický proces a abstrakcia je nevyhnutný stupeň, dôležitá stránka poznania. Prostredníctvom vedeckej abstrakcie dosahujeme vernejšie a hlbšie poznanie skutočnosti.

2. Každá vedecká abstrakcia je iba stupeň priblíženia k úplnému poznaniu skutočnosti. Teda neslobodno ju zabsolutizovať a odtrhnúť od všeobecného rozvoja poznania.

3. Nestačí si len uvedomiť reálne pramene abstrakcií, ale treba ich preverovať v praxi.

Pri procese abstrahovania treba prirodzene rozlišovať medzi správnym a nesprávnym abstrahovaním. Tu i všade v ďalšom praxou rozumieme nie zbierku jednotlivých aplikácií matematiky, ale vzájomné pôsobenie ľudskej spoločnosti a prírody v jeho celku.

Dialektický materializmus chápe požiadavky praxe vo veľmi širokom zmysle a požiadavky, ktoré vyplývajú z vývinu vedy samej (včítane matematiky), pokladá aj za požiadavky praxe. Súvis matematiky s praxou a zameranie na prax sa nesmie vulgárne zjednodušovať. Matematika je spojená s praxou nielen jednotlivými úlohami a výsledkami, ale i vo svojom celku, ako všeobecná metóda skúmania reálnej skutočnosti, nevyhnutná pre rozvoj prírodných vied. Neslobodno preto napr. žiadať, aby každý záver tej či onej teórie mal bezprostredné aplikácie. Teória sa vo všeobecnosti prejavuje ako celok a jednotlivá veta nachádza niekedy svoje odôvodnenie iba v sústave tej teórie, do ktorej prináleží.

Charakteristickou črtou matematiky, ako ostatne každej vedy, je jej abstraktnosť. Zhruba musíme rozoznávať dva *typy abstrakcií*:

1. Tie, ktoré sa získavajú z vonkajšieho sveta empirickou cestou.

2. Tie, ktoré získame z jednoduchších abstraktných pojmov.

Niet pochybnosti o tom, že rozvoj matematiky, ako každej vedy vôbec, neredukuje sa len na prostý bezprostredný odraz prírody, ale vyžaduje tvorenie abstrakcií ďalších, povedali by sme abstrakcií druhého typu (alebo vyššieho typu).

To možno ukázať napr. na pojme čísla. Pojem čísla vznikol v predhistorickej dobe z nutnosti počítať celkom konkrétne predmety. Spočiatku bolo číslo neodlučiteľné od označenia predmetu. Sú také primitívne jazyky, v ktorých slovo „dva“ vo výraze „dva stromy“ a „dve kravy“ znie celkom inak. Až po dlhom procese porovnávaním množín konkrétnych predmetov vznikol abstraktný pojem čísla. Spočiatku išlo pritom o celkom malé čísla. Trvalo tisícročia, kým ľudia prišli na myšlienku — a stalo sa bežným — že je čísiel neobmedzene mnoho. Úlohy, ako delenie majetku, stáda atď., viedli v starovekej Babylónii k nutnosti používať nový druh čísiel, totiž jednoduché zlomky. Pojem čísla sa prehlboval a rozširoval, ale vývin nešiel nikdy tak, že by bolo nejakému učencovi napadlo uvažovať o číslach, ktoré by neboli v žiadnom vzťahu s vedomosťami a praktickou činnosťou ľudskej spoločnosti. Nestretávame sa so zjavom, že by sa u rôznych geograficky vzdialených národov bol pojem čísla vyvíjal rôznym spôsobom. (Stupeň dosiahnutého vývinu je však rôzny.) Aj v poslednom čase spoznané kmene na najprimitívnejšom stupni vývinu vedia počítať len malé množstvá konkrétnych predmetov.

Zavedenie komplexných čísiel treba už považovať za abstrakciu vyššieho typu. Bol to skoro 250-ročný proces, kým sa tento pojem zaradil k tým existujúcim matematickým pojmom, ktoré už dokázali svoju životaschopnosť a upotrebitelnosť.

V 19. stor. sa stalo nevyhnutným zaviesť i veličiny iného druhu, ktoré sú v istom zmysle podobné číslam. Dokonalejší spôsob opisovania fyzikálnych veličín vyžadoval zavedenie pojmu vektoru a neskôr tenzoru. Búrliavo sa rozvíjajúca fyzika vyžaduje i dnes zavádzanie nových komplikovanejších pojmov k presnejšiemu opisu fyzikálnych javov.

Pri podrobnejšom štúdiu rôznych matematických, fyzikálnych a technických disciplín

sa ukázalo, že používanie geometrického spôsobu vyjadrovania veľmi prispieva k názornosti a všeobecnosti úvah. Tak vznikol napr. pojem n-rozmerného priestoru, dokonca i nekonečne-rozmerného priestoru alebo tzv. topologických priestorov. Vlastnosti týchto pojmov sa netvorili ľubovoľne v hlavách matematikov a vo forme viac-menej všeobecných axióm, postavených za základ teórií, ale pripravovali sa predchádzajúcim vývinom vedy a vyplynuli zo štúdia známych vlastností starších matematických pojmov a výsledkov, ktoré v istom zmysle tvorili konkrétnu súčasť matematiky. Pretože takýchto pojmov je čím ďalej tým viac, narastá i stupeň abstraktnosti matematiky. Je to prirodzený vývin a negovať ho mohlo by znamenať negovať vedu ako takú.

Abstraktný spôsob výkladu v matematike neznamená vzdalovanie sa od skutočnosti, ale naopak: *vedie k poznávaniu všeobecných zákonitostí, ktoré sú skryté v hĺbinách materiálneho sveta*. Na to Lenin jasne poukazuje vo svojom výroku o vede vôbec. Treba pripomenúť, že s abstraktnými pojmami nepracuje iba matematika, ale — vo väčšej alebo v menšej miere — všetky vedy, lebo abstraktné vedecké pojmy, ktoré vznikli na základe štúdia reálneho sveta, vyjadrujú objektívnu realitu stručnejšie a hlbšie ako bezprostredná zmyslová skúsenosť. Lenin píše vo *Filozofických zošitoch*: „Myslenie, prechádzajúc od konkrétneho k abstraktnému nevzdialuje sa — ako je správne — od pravdy, ale naopak k nej vedie.“ A ďalej: „Abstrakcie hmoty, prírodného zákona, abstrakcia hodnoty atď., jedným slovom všetky vedecké abstrakcie odrážajú prírodu hlbšie, vernejšie, úplnejšie. Od živého vnímania k abstraktnému mysleniu a od neho k praxi, to je dialektická cesta k poznaniu pravdy, k poznaniu objektívnej skutočnosti.“ V tej istej práci píše Lenin: „Tvorba (abstraktných) pojmov a operovanie s nimi už samo v sebe obsahuje predstavu, presvedčenie, vedomie zákonitostí objektívnych súvislostí sveta.“

Abstrakcie v matematike idú ďalej než v iných odvetviach vied. Nemôžeme sa tu však samozrejme zaoberať podrobne zvláštnymi črtami matematickej abstrakcie, ktoré ju odlišujú od abstrakcií, používaných v iných vedách.

III

V ďalšom výklade sa chcem dotknúť otázky o *marxistickom ponímaní* dedukcie. Treba odpovedať na otázku, čo je príčinou toho, že o „železnej istote“ matematických dôkazov nik nepochybuje. Odkiaľ sa berie taká istota? Odkiaľ vieme, že deduktívne postupy, pravda, ak sú správne a ak sú aj predpoklady správne, vedú k pravdivým výsledkom? Odnikiaľ než opäť z praxe, z nespočítateľne mnoho ráz opakovanej a úspešnej konfrontácie výsledkov deduktívneho myslenia. Lenin hovorí: „... prax ľudí, miliónkrát sa opakujúca, vtláča sa do vedomia človeka v podobe logických figúr. Tieto figúry majú pevnosť predsudkov a axiomatický charakter preto a len preto, že sú dôsledkom toho miliónnásobného opakovania“.

Istota a správnosť všeobecných princípov základných logicko-matematických úsudkov, istota dedukcie sa opiera o súhrn opakovaných pozitívnych konfrontácií výsledkov deduktívneho myslenia so skutočnosťou. V tomto zmysle je dedukcia závislá od skúseností. Nezávislosť princípov dedukcie od bezprostrednej zmyslovej skúsenosti je iba relatívna. Metafyzická absolútnosť a nezávislosť od zmyslovej skúsenosti, ktorú dedukcii prisudzujú idealisti, je nesprávna. Naopak: pomocou skúseností sa presvedčame, že deduktívnym myslením sa nemýlime.

Spomenul som už, že matematické vety odrážajú isté vlastnosti predmetov skutočného sveta. Tieto vlastnosti sa však v matematike neskúmajú priamo, ale sa transformujú najprv do abstraktných foriem. Spojenie matematiky s praxou je nepriame a realizuje sa prostredníctvom aplikácií, prostredníctvom iných vied a techniky. Toto spojenie sa môže diať i cez celý rad medzistupňov.

Súvislosť matematiky s praxou a zameranie k praxi sa nesmie vulgárne zjednodušovať, nesmie sa chápať v zmysle púheho bezprostredného používania jednotlivých matematických vývodov. Matematika je celistvá veda, ktorá sa nerozpadá na separátne vety, ba ani nie na separátne teórie. Už som zdôraznil, že je spojená s praxou nielen jednotlivými úlohami a výsledkami, ale i v svojom celku, ako jedna zo všeobecných metód skúmania problémov techniky a exaktných vied, nevyhnutná pre ich rozvoj.

Práve tak i sama prax nie je púhym súborom separátnych technických úloh, ale predstavuje súvislý historický proces, do ktorého patrí technika, i veda, i politika a predovšetkým výroba.

IV

Teraz niečo o *použiteľnosti matematiky*. Matematické teórie vznikli priamo alebo nepriamo na základe poznania skutočnosti, pričom samo toto poznanie je časťou spoločensko-výrobnej činnosti ľudskej spoločnosti. Použiteľnosť matematiky a jej výsledkov na prírodné javy vysvetľuje jedine to, že matematické pojmy sú abstrakciami skutočných vecí a vzťahov medzi nimi alebo i abstrakciami takých abstrakcií a že preto čo najužšie súvisia so skutočnosťou. Táto použiteľnosť nie je nijakou náhodou, ako to častí idealistov vykladá.

Samozrejme životaschopnosť matematických teórií závisí od toho, v akej miere ony samy súvisia s problémami a potrebami spoločenskej praxe v najširšom zmysle slova.

Matematika, pravda, nemôže nahradiť žiadnu, ani tú najexaktnjšiu prírodnú vedu. Musím však zopakovať to, čo som už povedal na samom začiatku, že práve preto, že jej predmetom nie sú individuálne skutočné predmety, ale iba ich kvantitatívne stránky a vzájomné vzťahy, je tak mnohostranne použiteľná. To je tiež dôvodom toho, že tá istá matematická teória je použiteľná pre rozmanité prírodné javy a že dovoľuje, dialekticky chápaná, odkrývať súvislosť medzi javmi na prvý pohľad veľmi vzdialenými.

Matematika podnietila vývin mnohých vedných odborov. To sa stalo často aj oneskorene — a to i za pomoci takých matematických disciplín, kde matematik, nadšený krásou svojich výsledkov, si myslel, že pestuje matematiku samoúčelne. Práve tak samozrejme iné vedy stimulovali rozvoj matematiky, a to podstatným spôsobom. Keď sa teda dívame na vzťah medzi matematikou a vedami, ktoré sa zaoberajú bezprostredným štúdiom reálneho sveta, nemôže byť reči o nadradenosti alebo podradenosti, ale len o spolupráci.

Musíme ešte reagovať na pripomienku idealistov, že niektoré matematické výsledky sú natoľko *nenázorné*, že ich odraz v reálnej skutočnosti si nevieme dobre predstaviť.

Je pravda, že moderná matematika prichádza občas k výsledkom, ktoré sa nedajú dosť dobre názorne vysvetliť. Takýchto tzv. paradoxných výsledkov je dnes už známych viac, ale na tom, ako hneď ukážeme, nie je nič prekvapujúce.

Nezabudnime, že napr. matematický pojem kontinua je niečo iné než kontinuum v skutočnej prírode. Matematický pojem kontinua nezodpovedá v absolútnom zmysle slova tomu, čo sa v prírodovede volá spojitosťou. Spojité veličiny v reálnej skutočnosti nielenže nepozostávajú z matematických bodov, ale také ani neobsahujú. Objem, masa, teplota ozajstného telesa sú definované len po atómovej rozmere, povedali by sme, až na oscilácie spôsobené pohybom molekúl. Za touto hranicou tieto pojmy strácajú zmysel. (Pri dostatočne jemnom delení alebo spresnení hodnôt reálnej veličiny sa prv alebo neskôr objaví nová kvalita.) Nie div, že na druhej strane ďaleko rozvinutý čisto logický vývin predstavy o spojitosti ako množine jednotlivých matematických bodov vedie k výsledkom, pri ktorých nevieme nájsť fyzikálny zmysel (alebo interpretáciu).

Konkrétne príklady takýchto paradoxných výsledkov neuvádzam, lebo predpokladajú znalosť jemnejších odborných otázok.

Ešte jednu poznámku najmä na adresu časti technikov. V moderných učebniciach a monografiách je dnes obvyklé vykladať matematické teórie deduktívne, bez zreteľného poukazu na ich spojenie s praxou, *vo vedome abstraktnej forme*. Takýto axiomatický spôsob výkladu nie je — ako sa mnohí domnievajú — žiadnou známkou idealistického chápania matematiky. Axiomatická stavba a axiomatický spôsob výkladu priniesli matematike veľké možnosti vývinu a je celkom nemožné si ich dnes odmyslieť. Z podávania látky neslobodno falošne vyvodzovať, že matematik pojmom, ktoré definoval, prisdzuje akési vlastnosti podľa svojej ľubovôle a že axiómy sú voľným výtvorom ľudského ducha. Materialisti odmietajú tento názor, neodmietajú však axiomatickú a abstraktnú formu výkladu.

Pravda je tá, že abstraktný charakter moderného rozvoja matematiky stavia ju *bližšie k realite*, dovoľuje jej zahrnúť väčšie množstvo rozmanitých foriem reálnych javov, zachytiť reálne javy s *menším stupňom schematizácie*, než to mohla urobiť tzv. klasická matematika.

V

Môžeme teraz pristúpiť ku konečnej formulácii, čo je matematika a čo je *predmetom jej skúmania*.

V priebehu dejín sa menili názory na jednotlivé matematické disciplíny a na ich význam, ale menil sa stále a stále sa mení i sám obsah matematiky.

Engels v knihe *Anti Dühring* charakterizoval matematiku takto: „Predmetom matematiky sú priestorové formy a kvantitatívne vzťahy skutočného sveta. Teda veľmi reálna látka. Že sa táto látka javí v nanajvýš abstraktnej forme, môže zakryť len povrchne jej pôvod z vonkajšieho sveta.“

Doslovné znenie tejto charakteristiky sa vzťahovalo prirodzene na obdobie pred 100 rokmi, na matematiku, ktorú Engels, sám nematematik, poznal. Treba ju chápať historicky, tak ako bola mienená. Predmet matematiky sa odvtedy rozšíril tým, že sa ciela-vedome a systematicky snaží študovať z veľmi všeobecného hľadiska všetky možné typy kvantitatívnych vzťahov a priestorových foriem. Engelsova definícia ostáva v podstate v platnosti, treba ju však náležite chápať, totiž vo veľmi širokom zmysle. Pojem priestoru treba chápať tak, že sa tým menia matematické objekty, majúce isté vlastnosti fyzikálneho priestoru, ktoré vznikli ďalekosiahlymi abstrakciami. Pojem kvantitatívneho vzťahu nesmieme chápať ako púhe vyčíslenie (číselné vyhodnotenie), lebo v rozmanitých partiách dnešnej matematiky o číslach vôbec nehovoríme. Študujeme objekty, ktoré majú niektoré vlastnosti spoločné s množinou napr. prirodzených čísel.

Dôležité je, že Engelsova definícia zbavuje matematiku jej dlho uznávanej výlučnosti vzhľadom na iné vedy: matematika práve tak ako iné vedy skúma reálny svet a jeho jednotlivé stránky.

Napriek tomu, že matematika skúma niekedy veľmi všeobecné priestorové vzťahy a kvantitatívne zákonitosti, zostáva stále súčasťou prírodných vied, lebo študuje skutočnosti reálneho sveta.

Engels poukazuje na to, že napr. princíp totožnosti ($a=a$) sa dá aplikovať v matematike práve preto, lebo sa zaoberá — ako on hovorí — „rozumovými konštrukciami“. K tomu môžeme pripojiť: Je to práve tento charakter matematických pojmov, ktorý umožňuje, že matematické pojmy sú jednoznačne definované, teda definícia určuje príslušný pojem jednoznačne. Definície každodenných pojmov, ba dokonca i pojmov prevažnej väčšiny vied, neurčujú tieto pojmy vyčerpávajúcim spôsobom, vyzdvihujú iba niekoľko dôležitých alebo viac-menej nevyhnutných črt. Práve dialektika vykladá, prečo tu

nemôže byť ani inak. Preto možno ľahko pochopiť, že také pokusy, ako robil svojho času Spinoza, ktorý chcel vybudovať filozofiu „de more geometrico“, museli sa skončiť s nezdarom.

VI

Prichádzame teraz k veľmi dôležitej a aktuálnej otázke: k *spolupráci matematiky s inými vedami*.

Do polovice minulého storočia bola spolupráca medzi matematikmi a tými vedami, ktoré ju používali, skoro dokonalá. Veľkí matematici bývali vedúcimi fyzikmi a (ak smiem použiť toto slovo) inžiniermi a naopak. Neobyčajné rozvinutie jednotlivých vied zohralo tu v určitom zmysle negatívnu úlohu. Učenci (podľa záujmu alebo predbežného vzdelania) prikláňali sa k jednotlivým disciplínam. Nemali možnosť už ovládať dokonale susedné alebo vzdialenejšie odbory, preto sa s nimi často neoboznaľovali vôbec, alebo dokonca ich niekedy i zavrhovali. Za podmienok kapitalistickej spoločnosti došlo k akémusi uzatváraniu sa vied ba i k istému druhu tajnostkárstva. Vedy, zbavené zdravej spolupráce, vyvíjali sa buď príliš abstraktným smerom, alebo veľmi prakticisticky. V dôsledku neznalosti utvárali si vedeckí pracovníci skreslený obraz o iných vedných odboroch, považovali ich za podradné a robili si často nárok podľa potrieb a ducha svojho vlastného odboru snažiť sa pretvárať celé vedné odbory svojho patrnera. Táto trhlina sa rozširovala a ani dnes nie je preklenutá. Prekážkou preklenutia a nadviazania žiadúcej spolupráce bola okrem vecnej neznalosti druhého odboru vzájomná neznalosť spôsobov myslenia a nedostatok spoločnej reči. Umelé prekážky (pokiaľ ide o matematiku) vytvorili i meštiacki filozofi a matematici, ktorí tzv. čistú matematiku sa snažili deklarovať za hravý a samoúčelný výplod ľudského ducha.

Aby sme si ujasnili, aká je situácia dnes, keď vo veľkej časti sveta stojíme na prahu budovania komunistickej spoločnosti, musíme sa podívať trochu širšie na *vzájomný vzťah rozmanitých vedných odborov*.

Vedecké a technické objavy pôsobia na ďalší vedecký pokrok (i mimo vlastného odboru) rôznymi cestami.

1. Niekedy dáva mocný a svojimi dôsledkami mnohotvárný impulz experimentálny objav, získaný v laboratóriu. (Např. objav röntgenových lúčov, ktorý vyvolal závažné zmeny v mnohých oblastiach ľudskej činnosti a aj vo vede samej.)

2. Inokedy dáva podnet myšlienka konštruktéra. Tak vznikol spaľovací motor alebo lietadlo. Uskutočnenie novej konštrukcie prístroja alebo objav novej vedeckej metódy dáva často mocný impulz vedeckému pokroku. (Stačí si pripomenúť z poslednej doby, akú úlohu hrá dnes vo vede objav elektrónkového mikroskopu a rádioteleskopu.)

3. Nakoniec, a to je najdôležitejšie — sú tu teoretické objavy alebo zovšeobecnenia, ktoré zabezpečujú nadhlo postup celého veľkého úseku vedy dopredu. Takéto objavy sa stávajú základnými kameňmi budovy celej vedy, bez ktorej je veda nemožná. Ich vplyv je všeobecný a rozhodujúci, i keď snáď tieto objavy neboli „uplatnené“ v technike v triviálnom poňatí, t. j. nevypracoval sa špeciálny proces alebo závod na ich využitie. Spomeňme si např. na rozvoj termodynamiky alebo elektromagnetickej teórie svetla z konca 19. stor. alebo na najväčšie teoretické úspechy vedy v prvej polovici 20. stor., t. j. teóriu relativity a kvantovú teóriu.

A tu treba pripomenúť, že chrbtovou kosťou mnohých takýchto objavov bol práve predchádzajúci rozvoj matematiky.

Aká je situácia dnes, v druhej polovici 20. stor. a aká je perspektíva vývinu v budúcich desaťročiach?

Charakteristickou črtou súčasného rozvoja vedy je, že v nej popri procese stále sa

prehlbujúcej *špecializácie*, *diferenciácie* a vzniku nových odvetví, dochádza k stále väčšiemu zjednocovaniu, *k integrácii vedy ako celku*. Proces približovania a vzájomného prelínania vied — niekedy aj veľmi vzdialených — umožňuje jednej disciplíne používať myšlienky a metódy inej vednej disciplíny. Tento proces prebieha práve v dnešných dňoch veľmi intenzívne. Obe spomínané tendencie nie sú, ako by sa mohlo zdať — protikladné. V skutočnosti sú to procesy vzájomne spojené. (Napr. fyzikálna chémia vznikla práve preniknutím fyzikálnych metód do chémie a naopak chemických vied do fyziky.)

Na styčných bodoch vedeckých disciplín robia sa teraz veľmi dôležité objavy svojim charakterom syntetické. Majú obrovský heuristický význam pre celé komplexy našich znalostí. Také sú napr. problémy, ktoré v súčasnej dobe veľmi intenzívne študuje kybernetika.

Obzvlášť veľké možnosti otvára stále rastúca *matematizácia* vedných odborov, a to i takých, ktoré sa donedávna zdali „cudzie“ a „neprístupné“ pre presné matematické metódy. Matematika sama sa začína rozvíjať nielen s prihliadnutím na aplikácie na techniku a tie odbory, v ktorých sa jej použitie už dávnejšie osvedčilo, le i na tie odbory, v ktorých použitie matematiky je dosiaľ v zárodku.

Metódy matematického rozboru začínajú nachádzať použitie v biológii, lekárskejších vedách i v spoločenských vedách, v politickej ekonómii, sociológii, v sociálnej štatistike atď.

Matematizácia rozmanitých odborov vedy je zvláštnosťou súčasného rozvoja vedy ako celku. Pomáha dvíhať výskum v stále väčšom počte odborov na úroveň exaktných vied. Celý rad vedeckých odvetví sa stane v neďalekej budúcnosti oblasťou exaktnej vedy, pozmení sa charakter ich vedných výskumov a aj požiadavky na kvalifikáciu príslušných odborníkov. Na to sa treba pripraviť.

Obmedzím sa iba na niekoľko ukážok. Za nových podmienok budú musieť napr. ekonomické vedy široko využívať matematické metódy. Matematické stroje dávajú nástroj, pomocou ktorých sa otvárajú nové možnosti riešenia takých veľmi zložitých a krajne aktuálnych ekonomických problémov, ako je výpočet spoločenských nákladov výroby rôznych druhov výrobkov, zisťovanie efektívnosti investícií, výpočet ekonomicky zdôvodnenej cenovej sústavy, výpočet tabuliek medzirajónových spojov atď. Použitie matematických strojov pre štatistiku a plánovanie národného hospodárstva umožní zostaviť optimálne alternatívy národohospodárskych plánov a prechádzať na nové, pokrokovejšie metódy evidencie a vykonávania účtovníckych výpočtov rôzneho druhu.

Zavedenie matematických strojov do riadenia výrobného procesu stavia pred vedu nové úlohy: Poznať zákonitosti pochodov výrobného procesu, vytvoriť teóriu pracovných procesov, založených na matematických základoch. Veľký význam nadobúdajú problémy spojené s automatickým riadením procesov za optimálneho režimu a vytváranie sústav so samočinnou reguláciou. Tým vzrastá význam novej vedy — kybernetiky, s rozvíjaním ktorej je spojený rozbor veľkého komplexu teoretických a praktických prác, na ktorom sa zúčastňujú odborníci z najrozmanitejších vedných odborov (matematiky, automatiky, elektroniky, fyziky, chémie, biológie, ekonomiky i linguistiky atď.).

V súvislosti s rýchlym rozvojom matematickej logiky a so stavbou matematických strojov treba poukázať ešte na jednu vec. Ak obyčajné stroje, ktoré konajú mechanickú prácu, oslobodzujú človeka od ťažkej fyzickej práce, moderné počítačové zariadenia sú schopné zbaviť nás takých druhov duševnej práce, ktoré nevyžadujú tvorivé myslenie a sú do značnej miery povahy automatickej. Sem patrí napr. riadenie automatických výrobných liniek, riadenie dopravy, väčšina kancelárskych prác atď. To mnohonásobne rozširuje možnosti tvorivej práce človeka, pretože oslobodzuje mozog od nutnosti prvotnej

analýzy obrovského faktového materiálu. Práve neustále rozširovanie vedeckého materiálu (nevyhnutné pri búrlivom rozvoji vedy) sťažuje širokú zovšeobecňujúcu tvorivú činnosť a všestranný rozbor javov a mení často vedcov na špecialistov v úzko vymedzených odboroch. Snád sa veľmi nemýlim, ak sa nazdávam, že matematické stroje sú určené na to, aby likvidovali tento rozpor a umožnili v omnoho väčšej miere ako dosiaľ sústredenie rozumových síl na vlastný tvorivý proces.

VII

V straníckych a vládnych dokumentoch posledných rokov sa opätovne zdôrazňuje, že veľký význam pre rozvoj celého radu najdôležitejších odborov vedy a praxe majú výskumy v matematických vedách.

Vo vede sa samozrejme nedá vopred naplánovať objav nových javov alebo dosiaľ neznámych zákonov. Možno však a treba plánovať rast a rozvoj vedeckého bádania a tým i *pravdepodobnosť objavov*. Treba plánovať vzájomné pôsobenie tých či oných oddielov spoločenského frontu vedy, príslušnú výzbroj, väčšiu alebo menšiu hĺbku „vedeckej orby“. To umožňuje uskutočniť určitý centralizovaný vplyv na obrovský front vedy. Okrem toho sa vo vede a technike vždy vyskytujú určité problémy, ktoré už dozreli. Ich riešenie a uvádzanie do života vyžaduje istý počet výskumných výpočtárskych a konštruktérskych prác, ktorých charakter, rozsah sa dá dosť dobre odhadnúť vopred. Riešenie takýchto problémov sa dá podrobiť plánovaniu v presnejšom zmysle slova.

Pri plánovaní vo vede treba mať neustále na zreteli zákonitosti, spojené so *zmenami úlohy vedy* v živote spoločnosti v období široko rozvinutej výstavby socializmu. Pochopenie týchto zákonitostí slúži za základ pre stranícke riadenie vedy a za základ straníckej kritiky, ktorá sa zaoberá situáciou v tých alebo oných vedných odboroch. Strana sa pri tomto riadení opiera a chce opierať o všetkých tvorivých vedeckých pracovníkov. Jedna zo spomínaných zákonitostí spočíva najmä v tom, že postupne s približovaním sa ku komunizmu nielenže sa prehlbujú „prelomy“ vedy na jednotlivých úsekoch jej frontu, ale vzniká i trvalé rozširovanie tohto frontu a využívanie úspechov vedy sa rozširuje na nové — vždy ďalšie — oblasti spoločenského života. Súvisí to predovšetkým s tým, že v spoločnosti budujúcej komunizmus, rastie v nebyvalej miere dopyt po pozornosti zo strany vedy, povedali by sme po „vedeckej službe“.

Záver

Odbočil som zdanlivo — avšak úmyselne — od vlastnej témy. Chcem teraz urobiť krátky záver.

Domnievam sa, že je teraz veľmi dôležitá otázka upevňovania sväzku medzi filozofiemi-marxistami a prírodovedcami k ďalšiemu prehĺbeniu svetonázorovej základne prírodovedy v boji proti spoločnému nepriateľovi vedy — idealizmu, mystike a tmárstvu.

Pri formulovaní ideovej základne tohto sväzku napísal Lenin svojho času v článku *O význame bojového materializmu*, že prírodovedci, ktorí väčšinou stoja na pozíciách živelného materializmu, musia pochopiť, že bez solídnych materialistických základov nemôže žiadna prírodná veda, žiadny materializmus obstáť v boji proti náporu buržoáznych ideí a proti ožiovaniu buržoázneho svetového názoru. Ak má prírodovedec v tomto boji obstáť a dobojovať ho celkom úspešne až do konca, musí byť moderným materialistom, uvedomelým stúpencom toho materializmu, ktorého predstaviteľom je Marx, t. j. musí byť dialektickým materialistom.

Pokúsil som sa vyložiť, že nepochopenie zložitosti vývinu matematiky vedie nevyhnutne k vulgárnym, nesprávne zjednodušujúcim a v konečných dôsledkoch k falšným predstavám o tejto vede.

Nepochopenie nutnosti a dôležitosti matematických abstrakcií vedie k negácii samej matematiky.

Zároveň však preháňanie úlohy týchto abstrakcií, pripisovanie im samoučelného zmyslu alebo ich absolutizovanie vedie k idealizmu a niekedy až k tvrdeniu pytagorovského štýlu „čísla riadia svet“.

Vytrhávanie jednotlivých abstrakcií z organického celku vedy vedie k formalizmu, k rozpadu matematiky na jednotlivé zle sklbené teórie.

Nepochopenie objektívnych prameňov a skutočného obsahu abstrakcií vedie k idealizmu, ktorý hľadá pôvod matematických pojmov v intuícii, v „apriórnych formách myslenia“ a dokonca až u boha. Ženie k pokusom zmierovať vedu s náboženstvom, k mystike a k tmárstvu.

A nepochopenie toho, že matematické abstrakcie nachádzajú konečné potvrdenie v praxi, vedie k tomu, že matematika stráca svoj skutočný fundament a svoje pravé poslanie: slúžiť poznaniu a premene prírody.

O gnozeologických koreňoch idealizmu vo vede sme hovorili. Okrem toho treba si uvedomiť, že idealizmus vo vede v súčasnej epoche jestvuje aj pod tlakom podmienok kapitalistickej spoločnosti, v ktorých sa idealistické omyly neopravujú, ale naopak, posilňujú a utvrdzujú triednymi záujmami buržoázie. Idealistickí filozofi sa opätovne dovolávajú tzv. matematických právd, aby zdôvodnili prvotnosť vedomia pred bytím. Mnohé veľmi reakčné idealistické smery stavajú svoje systémy na idealistickom výklade matematiky. Preto je kritika týchto názorov nutná aj preto, aby sme si urobili jasno o povahe a neudržateľnosti týchto ideológií.

Všeobecné filozofické problémy, týkajúce sa toho-ktorého vedného odboru, majú koniec koncov praktický význam nielen preto, že sú dôležité pre celkový rozvoj tohto odboru, ale i preto, že ich ideologický obsah je tak alebo onak zapojený do ideologického a tým i do politického boja.

Literatúra

1. Aleksandrov A. D., *Leninská dialektika a matematika*. Časopis pro pěstování matematiky 76 (1951), 237—250. (Preklad z ruštiny. Originál vyšiel v časopise Příroda, AN SSSR, roč. 40, 1951, č. 1, 5—15.) — 2. Aleksandrov A. D., *O idealismu v matematice*. Časopis pro pěstování matematiky 76 (1951), 251—270. (Preklad z ruštiny. Originál vyšiel v časopise Příroda, AN SSSR, roč. 40, 1951, č. 7, 3—11 a č. 8, 3—9.) — 3. Čech E., *Cesty a úspěchy sovětské matematiky*. Časopis pro pěstování matematiky 77 (1952), 109—124 — 4. Gnedenko B. V., *Theorie pravděpodobnosti a poznání vnějšího světa*. Sovětská věda, matematika-fysika 1 (1950), 49—61. (Preklad z ruštiny. Originál vyšiel v časopise Uspechi matematičeskich nauk, roč. 5, č. 1, 1950.) — 5. Gnedenko B. V., *O boji materializmu s idealizmem v matematice*. Sovětská věda-matematika, fysika, astronomie 5 (1955), 36—43. (Preklad z ukrajinského originálu, ktorý vyšiel v časopise Visnik AN USSSR 1953, č. 11, 27—37.) — 6. Gnedenko B. V., Kalužnin L., *Boj materializmu s idealizmem v matematice*. Pokroky matematiky, fysiky a astronomie 1 (1956), 289—295 a 437—442. (Preklad z nemeckého originálu, ktorý vyšiel v časopise Mathematik und Physik in der Schule 1955, 297—312.) — 7. Rieger L., *O marxistickém pojetí matematiky*. Časopis pro pěstování matematiky 76 (1951), 73—103. — 8. Rényi A., *Základní problémy počtu pravděpodobnosti ve světle dia-*

lektického materializmu. Časopis pro pěstování matematiky 79 (1954), 189—218. (Preklad z maďarčiny.) — 9. Rényi A., *Ideologický význam geometrie Bolyai-Lobačevského*. Časopis pro pěstování matematiky 78 (1953), 149—168. (Preklad z ruštiny. Originál vyšiel v časopise Acta Mathematica Academiae scientiarum Hungaricae, Tom 5 (1954), Supplementum, 21—42.)

IDEOLÓGIA CIRKVI V BOJI PROTI LUDOVODEMOKRATICKÉMU ŠTÁTU

JAROSLAV ČELKO

Jedným z najvážnejších problémov národnooslobodzovacieho boja bola príprava štátno-politického usporiadania našej republiky po jej oslobodení spod fašistickej okupácie. Je známe, že buržoázna emigrácia v Londýne sa usilovala o obnovenie republiky v jej predmníchovskej forme. Komunisti zásadne a rázne odmietali tieto spiatočnícke plány a pod vedením moskovského vedenia KSČ bojovali za obnovenie republiky ako štátu naozaj demokratického a ľudového.

Vďaka dôslednému boju KSČ naša republika bola obnovená ako štát založený na princípoch ľudovej demokracie a s touto skutočnosťou sa museli zmieriť i predstavitelia buržoázie.¹ To však nijako neznamenalo, že otázka charakteru obnovennej republiky sa už definitívne vyriešila a že boj za politické usporiadanie republiky sa skončil. Po oslobodení vytvorila sa totiž svojrázna situácia, ktorá z hľadiska moci a teda i politického usporiadania obnovennej republiky nemohla ostať trvale. Táto situácia bola daná vtedajším pomerom triednych síl medzi vykorisťovateľskými triedami na jednej strane, a robotníckou triedou a jej spojencami na druhej strane. Klement Gottwald tento pomer v marci 1945 charakterizoval takto: „Sami vládnuť nemôžeme a oni nemôžu sami vládnuť. Oni nemôžu vládnuť bez nás a my bez nich. Pritom oni väčšmi bez nás než my bez nich. Zostáva nevyhnutnosť spolupráce s druhou politickou skupinou, ktorá je donútená na spoluprácu s nami.“²

Nevyhnutnosť spolupráce robotníckej triedy s demokratickou časťou buržoázie, zvýraznená v spolupráci KSČ s buržoáznymi stranami v Národnom fronte, vyplýva z charakteru nášho národnooslobodzovacieho boja a súčasne bola aj predpokladom pre dosiahnutie najbližšej strategickej úlohy KSČ, vytýčenej s prísnyim ohľadom na existujúce podmienky, cieľom ktorej bolo „... naozaj dôsledne uskutočniť demokratickú, národnú revolúciu... a to až do konca tak, aby sme si v ďalšom mohli otvoriť cestu k novým cieľom, a to podľa možnosti v širokom Národnom fronte a na čele národa“.³

KSČ teda hneď po oslobodení nevidela svoj bezprostredný cieľ v uskutočňovaní socialistickej revolúcie a nekládla si za úlohu nastolenie diktatúry proletariátu, ale úlohu „položiť pevné základy nového a šťastného života v slobodnom, naozaj demokratickom, naozaj ľudovom Československu a nepripustiť, aby sa republika vrátila do predmníchovských pomerov“.⁴

Avšak dovŕšenie národnej a demokratickej revolúcie, ako i utvorenie ľudovodemokratic-

¹ Klement Gottwald, *Spisy XII*, Bratislava 1955, 15.

² Klement Gottwald, *Spisy XII*, Bratislava 1955, 23—24.

³ Klement Gottwald, *Spisy XII*, Bratislava 1955, 16.

⁴ Klement Gottwald, *Spisy XII*, Bratislava 1955, 29.