

POUŽITIE A SPRÁVNOSŤ MATEMATICKÝCH VIET

I. Vety syntetické a analytické

A. Pravdivosť a verifikácia

1. Pojem pravdivosti a nepravdivosti má prirodzene smysel iba vo vzťahu k vete. (Vetu chápem v smysle, ako ho definuje napr. Carnap.¹) Veci, zjavy a vzťahy, o ktorých veta vypovedá, sú skutočné alebo neskutočné, nie však pravdivé alebo nepravdivé.

V poslednej inštancii sa, pravda, otázka skutočnosti či neskutočnosti redukuje zasa na verifikáciu vety „A existuje“. Riešením problémov verifikačných rozriešime aj problém skutočnosti a neskutočnosti.

Treba pritom, pravda, prizerať na mnohoznačnosť pojmu „existencia“; niečo iné myslíme, ak tvrdíme, že existuje tento strom pred mojím oblokom a niečo iné, ak tvrdíme, že existuje riešenie napr. nejakého systému diferenciálnych rovníc.²

Kedže nám ide o vety matematické a vôbec vedecké, netreba nám prizerať na emocionálnu funkciu viet a môžeme svoje skúmania obmedziť na ich oznamovaciu funkciu.³

2. Ďalej je celkom jasné, že nemá smysel hovoriť o pravdivosti či nepravdivosti vety, ak nemôžeme súčasne udať spôsob, ako sa možno o pravdivosti či nepravdivosti vety presvedčiť. Keby som hneď pri vyslovení vety súčasne vyhlásil, že ju nikdy nebude možné verifikovať, nebolo by možné ani ju nikdy použiť,⁴ veď už samo také použitie je akýmsi druhom nepriamej verifikácie. Vymýšľať a do systémov zostavovať vety, ktoré zásadne nemožno ani vyvrátiť ani dokázať, mohlo by byť iba akousi hrou, azda zábavnou, no už vôbec nie užitočnou.

Či je možné rozoznávať vety zásadne neverifikovateľné a aktuálne

¹ Carnap, *The logical syntax of language*, London 1937.

² Felber, *Existencia*, Filozofický zborník MS V, 1944, 71—77.

³ Britton, *Communication, philosophical study of language*, London 1939, 1—18.

⁴ Schlick, *Positivismus und Realismus*, Erkenntnis III, 1932, tiež v diele *Gesammelte Aufsätze*, Wien 1938.

neverifikovateľné, bude možné rozhodnúť, až preskúmame cesty, ktorými sa vôbec verifikácia koná.¹

3. Logiciisti hovoria okrem pravdivosti a nepravdivosti vety ešte aj o tretej možnosti — o nesmyselnosti.

Podľa Carnapa² napr. skrísa taká nesmyselná veta tým, že do funkcie dosadíme za argument konštantu, ktorá nespadá do odboru tohto argumentu a tejto funkcie. Ako príklad uvádza Carnap vetu:

(3.1)....„Môj hlad je hora v Europe.“

Aby som však mohol rozhodnúť, že to je ozaj veta nesmyselná, nesmely by v príslušnom systéme viet byť vety typu:

(3.2)....„ x patrí do odboru argumentu funkcie f .“

Keby totiž byly, mohol by som jednak len porovnaním viet typu (3.2) s vetou danou zistiť, či veta (3.1) je pravdivá, či nie.

Keď sa však v systéme viet vety typu (3.2) nenachádzajú, je veta (3.1) neverifikovateľná a jej nesmyselnosť — t. j. nepoužiteľnosť — je práve v jej neverifikovateľnosti.

Celkom podobné je to aj s vetou, ktorú uvádza Schlick:³

(3.3)....„Belasá farba je identickejšia ako hudba.“

Jej nesmyselnosť je zasa v jej neverifikovateľnosti, spôsobenej tým, že relácia „identickejší“ nie je nijako definovaná.

V oboch prípadoch je teda nesmyselnosť vety daná jej neverifikovateľnosťou. Konečne sám Schlick hovorí na inom mieste, že „the meaning of a proposition is the method of it's verification“.⁴

4. Od týchto prípadov treba dobre odlišiť niektoré vety matematické, ktorých všeobecnú platnosť sa dosiaľ nepodarilo ani vyvrátiť ani dokázať. Je to napr. slávna veľká veta Fermatova:

(4.1)....„Existujú štvorice čísel x, y, z, n ($x > 0, y > 0, z > 0, n > 2$) také, že platí vzťah $x^n + y^n = z^n$.“

Táto veta nie je doteraz vo svojej všeobecnosti dokázaná ani vyvrátená, predsa však nepatrí medzi nesmyselné vety, uvádzané v predchádzajúcom paragrafe.

Veta (4.1) je logickou funkciou s presne vymedzeným odborom argumentov a nemôže z nej teda nikdy skrsnúť veta typu (3.1) alebo (3.3). Možno ju pre každú pevne zvolenú štvoricu čísel vždy a pomerne ľahko verifikovať.

¹ Verifikáciou rozumiem tu i v ďalšom stanovenie, či veta je pravdivá, či nepravdivá, teda nielen jej potvrdenie.

² Carnap, *Abriss der Logistik*, Wien 1924, 4.

³ Schlick, *The future of philosophy*, Gesammelte Aufsätze, Wien 1938.

⁴ Schlick, *Form and content*, l. c. (Smysel vety je metóda jej verifikácie.)

Je to ďalej veta analytická z matematického systému, používajúceho logiku, v ktorej platí zásada o vylúčenom treťom a matematik ju teda môže použiť dokonca aj v jej všeobecne nedokázanom znení. Ak sa totiž podarí odvodiť nejakú novú vetu matematickú napred za predpokladu, že (4.1) platí a potom za predpokladu, že neplatí, je platnosť novej vety zaručená, keďže pre vetu (4.1) inej možnosti nie je. Je možné aj z vety (4.1) alebo z jej negácie odvodzovať nové vety matematické, ktorých platnosť alebo neplatnosť sa ukáže, až sa raz podarí vetu (4.1) všeobecne dokázať alebo vyvrátiť.

Intuicionista Brouwer, pravda, takéto všeobecne nedokázané vety z použitia vylučuje, lebo zavádza logiku trojhodnotovú a pripúšťa len dôkazy, vykonané konečným počtom krokov. Vytvára si teda nový, odchodný systém tak matematický ako aj logický;¹ ani s jeho stanoviska však nie je možné nazvať vetu (4.1) nesmyselnou, aj keď jej pripadá tretia hodnota medzi pravdivosťou a nepravdivosťou, jednako sa tým nevylučuje, že sa prípadným všeobecným dôkazom nestane raz vetou pravdivou alebo nepravdivou.

O nepravdivosti či pravdivosti viet v analytických systémoch bude reč v druhom diele práce, no v každom prípade však možno už teraz tvrdiť, že o matematických vetách typu (4.1) nie je možné hovoriť ako o vetách nesmyselných, aj keď nie sú všeobecné ani dokázané ani vyvrátené.

5. Také neverifikovateľné vety vyskytujú sa, pravda, aj inde, nielen v matematike.

Vety:

(5.1) . . . , „Na neviditeľnej strane mesiace sú práve také kopce ako na viditeľnej,“

(5.2) . . . , „Rubeolu spôsobuje filtrabilný vírus,“

(5.3) . . . , „Homér napísal sám celú Ilias aj Odysseu,“

(5.4) . . . , „Existuje posmrtný život,“

sú neverifikovateľné prostriedkami, ktoré dnes poznáme.

O prvých troch nik nepovie, že sú nesmyselné, o štvrtej taký spor vzniká. Pri vetách (5.1) a (5.2) totiž dúfame, že sa nám verifikácia raz podarí, tak ako sa podarila v analogických vetách iných. Na mesiac sa raz jednako len dostaneme, tak ako sme prenikli do nevyskúmaných častí zemegule; okrem toho máme dnes prostriedky, ako vidieť aj cez prekážky (napr. radar). Práve tak sa nám podarí zistiť pôvodcov iných chorôb. V prípade vety (5.3) môžeme vyslovovať vety iné, napr. o jednotnosti slohu, svetonáhľade v básňach vy-

¹ Porov. napr. He y t i n g, *Mathematische Grundlagenforschung*, Berlin 1934.

jadrovanom, prípadne môžeme úfať, že sa nájdú dajaké staré rukopisy. Vo všetkých týchto prípadoch spoliehame sa akosi na analogické vety iné a s tohto stanoviska tiež hovoríme, že vety (5.1) a (5.2) sú pravdepodobné, veta (5.3) menej pravdepodobná. Súvisí to s použitím matematiky, o ktorom budeme hovoriť neskoršie.

U vety (5.4) nie je možné ani uviesť postup, ako by sme ju verifikovali. Ťažkosti tu pôsobí aj okolnosť, že život máme definovaný len ako život hmotný a vo vete (5.4) sa vyskytuje v smysle inom. Museli by sme teda pripojiť ešte aj vety iné, prípadne nové definície. Narážame tu na zjav veľmi častý: vo vete sa použije pojem sám osebe jasný, no vo vzťahu, ktorý nie je definovaný, je to teda vlastne prípad vety (3.3). Neverifikovateľnosť viet (5.1), (5.2) a (5.3) spočíva teda v technickej nemožnosti verifikácie, neverifikovateľnosť vety (5.4) je hlbšie položená, spočíva v nepresnosti pojmov. S takými vetami sa veľmi často stretávame — osobitne vo filozofii; na prvý pohľad môžu robiť dojem dokonca hlbokej pravdy, v skutočnosti sú to vety neverifikovateľné a nepoužiteľné. Peknú zbierku takých viet uvádza H r u š o v s k ý v *Teórii vedy*.¹

V každom prípade sme oprávnení neverifikovanú vetu práve tak tvrdiť ako popierať a možno teda neverifikovanú vetu použiť iba ako hypotézu, verifikovateľnú nepriamo.

B. Delenie viet — Nevyhnutné predpoklady

6. Ide teda o to, ako vlastne verifikáciu viet konáme; to bude akiste aj najvhodnejším kritériom delenia viet.

V prvom rade treba si všimnúť vety, vyslovované priamo na základe našich vnemov, t. j. vety s takzvanou subjektívnou pravdivosťou. Teda vety typu:

(6.1)...„Teraz, tu mám tento vnem.“

Pre krátkosť ich pomenujeme vetami protokolovými (podľa Neurath a²). Nesúhlasím však pritom so Schlickom,³ že by si také vety mohli nárokovať absolútnu pravdivosť — ba ani nie čisto subjektívne. Predpokladajú totiž, že už vieme, čo značí „teraz“, „tuná“ a že sme vnemy už aj nejako pomenovali, inakšie by výraz „tento vnem“ nemal nijaký význam. Absolútnu, subjektívnu

¹ H r u š o v s k ý, *Teória vedy*, Bratislava 1941, 25—26.

² Neurath, *Protokollsätze*, Erkenntnis III, 1932, 3.

³ Schlick, *Über das Fundament der Erkenntnis*, Erkenntnis IV, 1934, 96.

pravdivosť by sme mohli priznať iba vete, vyslovujúcej fakt, že práve prebieha nejaký subjektívny proces, teda prostému konštatovaniu:

(6.2) . . . „Niečo.“¹

Až urovnaním jednotlivých takých viet, priradením mien, t. j. symbolov, každému takému „niečo“, dostávame protokolové vety typu (6.1), ktoré potom už, pravda, nie sú subjektívne isté a podliehajú verifikácii.

Potom však vyslovujeme protokolové vety na základe minulých viet typu (6.2) a prikladáme tým aj týmto vetám istú samostatnosť, nezávislosť od subjektu, práve tak ako konečne *Neurath*, ktorý protokolové vety volá „intersubjektívnymi“. Ide tu však o viac ako o intersubjektívnosť, ktorá sama nie je práve najjasnejší pojem. Ak chceme na základe viet (6.2) vyslovovať nejaké vety, ktoré platia nielen pre mňa a nielen práve v tejto chvíli, slovom, ak sa nechceme utopiť v čírom subjektivizme a solipsizme, musíme priznať, že také subjektívne procesy prebiehajú podľa určitej zákonitosti, ktorá však nie je v subjekte samom, no nachádza sa mimo subjektu. Nestačí teda predpoklad intersubjektívnosti, ale načím predpokladať reálny svet, existujúci mimo subjektu a od neho nezávislý — ako by bolo inakšie možné pochopiť, že protokolové vety platia nielen pre mňa, ale aj pre subjekty iné? Ak vôbec chceme nejaké protokolové vety používať, musíme pripustiť, že subjektívne procesy a nimi navodené vety typu (6.2) odpovedajú niečomu v reálnom svete.

Musíme však ísť ešte aj ďalej. Okrem zákony súvislosti medzi procesmi subjektívnymi a procesmi, prebiehajúcimi v reálnom svete — teda procesmi objektívnymi — musíme predpokladať aj určitú zákonitosť medzi samými procesmi objektívnymi. Keď vyslovím vetu:

(6.3) . . . „Vápenec kryštalizuje v sústave šestorcovej,“
alebo vetu:

(6.4) . . . „Napoleon zvíťazil v bitke pri Slavkove,“
musím súčasne predpokladať, že tieto vety platia nielen teraz, ale aj v minulosti, aj v budúcnosti, to však je možné len vtedy, ak vládne v reálnom svete nejaká spoľahlivá zákonitosť. Keby jej nebolo, mohol by som celkom spokojne predpokladať a očakávať, že zajtra bude vápenec kryštalizovať v sústave trojklonnej alebo že o dva roky budem musieť vetu (6.4) poprieť.

Nejde tu, pravda, o nijaký metafyzický pojem kauzality, no výlučne o empirické konštatovanie, že sa v reálnom svete odohrávajú objektívne procesy s takou pravidelnosťou, aby sme mohli očakávať,

¹ *Driesch, Ordnungslehre, Jena 1912, 38—39.*

že vety o ňom vyslovené budú platiť vo veľkom časovom rozpätí. Pre účel tejto štúdie to celkom postačí.

Nevyhnutnosť tohto predpokladu, pravda, neznačí už aj jeho „apriornosť“, je to jednoducho postulát, potrebný, aby sme si mohli vysvetliť, prečo môžeme vôbec nejako myslieť.¹

Ak nepripustíme zákonitosť reálneho sveta a zákonitý súvis procesov subjektívnych a objektívnych, dôjdeme nevyhnutne na solipsizmus, tak, ako sa to stalo prvým pozitivistom a niektorým dnešným formalistom.²

Nechuť novopozitivistov, o výhradách ktorých budeme hovoriť neskoršie v osobitnom paragrafe, k otázke reality sveta a jeho zákonitosti pramení z odporu — inakšie celkom oprávneného — k riešeniu metafyzických problémov, ktoré sa nalepily na tieto problémy a ktorých je ťažko sa striasť. Preto si tiež vypomáhajú nie vždy jasným pojmom intersubjektívnosti, ktorá je v podstate buď prijímaním reality vonkajšieho sveta, alebo podivným predpokladom akejsi prestabilizovanej harmónie medzi subjektívnymi procesmi v jednotlivých subjektoch.

7. Dospeli sme teda k tomuto výsledku: vety typu (6.2) sú subjektívne absolútne isté; vety protokolové, prípadne na ich základe vyslovené vety složitejšie — ako sú vety (6.3) alebo (6.4) — podliehajú verifikácii.

Prv ako začneme skúmať, ako sa táto verifikácia vykonáva, treba si uvedomiť ešte ďalšie triedenie viet. V praktickom používaní totiž badáme akúsi stupnicu v pravdivosti viet od viet neverifikovaných vôbec až k vetám, o platnosti ktorých nie je možné vôbec pochybovať. Uvážme napr. tieto vety:

(7.1)....„Vesmír sa striedavo rozpína a sťahuje.“

(7.2)....„Medzi Plutónom a Neptunom niet už inej planéty.“

(7.3)....„Nemecko kapitulovalo dňa 9. mája 1945.“

(7.4)....„ $1 + 1 = 2$.“

(7.5)....„ $(p \vee q) \supset (q \vee p)$.“

Vetu (7.1) prijmeme dnes iba azda ako hypotézu, ktorá sa môže osvedčiť; veta nie je verifikovaná vôbec. Vetu (7.2) pokladáme za dostatočne verifikovanú, aby z nej astronómia mohla vychádzať pri ďalších úvahách, aj keď aspoň teoreticky musím pripustiť, že by sa v budúcnosti mohla jednako len ukázať nepravdivou. Veta (7.3) je dostatočne verifikovaná a sotva niekedy vznikne potreba jej pravdivosť kontrolovať a môžeme z nej teda celkom pokojne vychádzať pri

¹ D r a t v o v á, *Problém kauzality ve fyzice*, Praha 1931, 88.

² L e n i n, *Materialismus a empiriokriticismus*, český prekl., Praha 1945².

ďalších úvahách. Vetám (7.4) a (7.5) prikladáme v praxi absolútnu istotu, prijímame ju bez rozmýšľania. Pri vetách (7.1), (7.2), (7.3) pramení väčšia alebo menšia istota z viac či menej dokonale vykonanej verifikácie, pri vetách (7.4), (7.5) je istota ako by sama sebou daná; ak ich negujeme, vidí sa nám, že nie je možné myslieť vôbec (pravda, v presne vymedzenom systéme a pri presných definíciách symbolov).

Rozdiel je tu jasný. Aj keby sa nám pri vetách (7.1), (7.2) a (7.3) podarilo nájsť absolútne kritérium pravdy, jednako len by sme si vždy aspoň mohli myslieť svet, v ktorom by platily vety iné, pri vetách (7.4) a (7.5) si akosi nevieme opak vôbec predstaviť, ich pravdivosť je ako by apriorne istá a nevyhnutná.

Podľa toho môžeme teda roztriediť vety na dva druhy; na vety, pri ktorých si negáciu myslieť a predstaviť môžeme, a na vety, kde negácia mysliteľná nie je. Prvý druh pomenujeme vetami syntetickými, druhý druh vetami analytickými.¹ Na ich presné rozlíšenie a na udanie kritéria, ako poznať, či veta je syntetická alebo analytická, bude treba ešte uvážiť, akým spôsobom konáme verifikáciu a akou cestou dochádzame k vetám analytickým. Až potom bude tiež možné definitívne rozhodnúť, či vetám typu (7.4) a (7.5) patrí naozaj absolútna pravdivosť.

Už i tu však možno tvrdiť, že pravdivosťou viet analytických myslíme niečo iné ako pravdivosťou viet syntetických. Tvrdenie, že si totiž nepravdivosť nejakej vety neviem ani predstaviť, pripomína *Descartesov* problém „*mons sine valle*“. Pojem pravdivosti má predsa smysel len práve vo vzťahu k svojej negácii. Ak má mať nejaký smysel tvrdenie, že nejaká veta je pravdivá, musím mať aspoň teoretickú možnosť predstaviť si jej negáciu. Teda už teraz vidno, že medzi pravdivosťou viet syntetických a pravdivosťou viet analytických je akýsi rozdiel, ktorý podrobne preskúmame pri ďalšom rozbere viet analytických a syntetických.

C. Syntetické vety

8 Vety syntetické vyslovujeme na základe dostatočne verifikovaných viet protokolových a verifikujeme ich porovnaním s ďalšími protokolovými vetami. Konštatovali sme už nevyhnutnosť nejakého určitého súvisu procesov objektívnych a subjektívnych, aby sme na základe viet typu (6.2) mohli vôbec vety protokolové zostavovať a z nich skladať potom vety složitejšie. Ide teda o to, aký tento súvis

¹ Táto definícia viet syntetických a analytických sa nekryje presne s definíciou, akú podávajú logicisti. Presnú definíciu podávame až neskôršie.

je a potom o problém, či sú vety typu (6.2) jediným prameňom a jedinou verifikáciou viet syntetických.

Presvedčenie, že naše vnemy nám podávajú reálny svet priamo v origináli, teda stanovisko primitívneho realizmu, je prirodzene neutržateľné, aj keď je pochopiteľné ako jedno zo štádií, ktorými prebiehal vývin ľudského myslenia.¹

Celá skúsenosť nás učí, že svoje poznanie sveta neprestajne opravujeme a dopĺňame a že iba urovnaním a roztriedením viet a hľadáním vzťahov medzi nimi dospievame k presnému, vedeckému a adekvátnemu poznaniu sveta.

Keď však subjektívne procesy nie sú priamo totožné s objektívnymi, akým právom môžeme vetám, vyslovovaným na základe subjektívnych procesov, pripisovať objektívnu platnosť? Prečo môžu vety, vyslovované na základe viet typu (6.2), vypovedať predsa len niečo o reálnom svete od subjektu nezávislom?

9. Ak sa postavíme na stanovisko neprekonateľného rozporu subjekt/objekt, je to, pravda, problém neriešiteľný, ojazstná „aporia poznania“, ako to hovorí Hartmann.² Jediným východiskom by tu bolo priznanie nadprirodzeného faktora, ktorý už napred koordinoval subjektívne a objektívne procesy do akejsi prestabilizovanej harmónie. Uznanie takého faktora však so sebou nesie mnoho nových rozporov a ťažko riešiteľných problémov, ťažších ako celý pôvodný problém.

Celá „aporia“ však hneď zmizne, keď si uvedomíme, že subjekt aj objekt sú súčiastkami reálneho sveta, že sú to dva protiklady, ktoré sú však obsiahnuté v syntéze reálneho sveta. Práve tak sa rozpadá celkový proces sveta na dva protiklady, proces subjektívny a proces objektívny. Nie je potom nijako nepochopiteľné a záhadné, že určitému procesu objektívnemu odpovedá určitý proces subjektívny, ktorý je teda akýmsi obrazom, lepšie povedané, reprezentáciou³ príslušného procesu objektívneho. Aj veta, vyslovená na základe subjektívnych procesov, môže teda odrážať či reprezentovať procesy objektívne a vypovedať niečo o reálnom svete.

¹ Becher, *Einführung in die Erkenntnistheorie*, Leipzig 1921; Felber, *Reálny svet a jeho poznávanie*, Philosophica Slovaca I, Bratislava 1947.

² Hartmann, *Grundzüge einer Metaphysik der Erkenntnis*, Berlin 1925, 59—60.

³ Volim radšej Hartmannov termín „reprezentácia“, pravda, bez všetkého metafyzického nánosu, aký u Hartmanna má. Termín „obraz“ vždy vzbudzuje predstavu, že ide o akúsi fotografiu, či zmenšenú kópiu objektívneho procesu, čo prirodzene neodpovedá pravde. Dobré by azda tiež vyhovoval termín „odraz“.

Je jasné, že sa týmto stavíme na stanovisko monizmu a že teda k predpokladom reálneho sveta a jeho zákonitosti pripájame aj predpoklad jednotnosti reálneho sveta.

So stanoviska dualizmu, podľa ktorého „duch“ je niečo podstatne odchodného od hmoty, t. j. od objektívneho sveta, rozhodne je rozpor subjekt/objekt neriešiteľný. Ak pripustíme dokonca aj úplnú „slobodu“ ducha, t. j. jeho nezávislosť od objektívnej zákonitosti, nemôže byť ani nijakej zákonitosti, ktorá by nútila „ducha“, t. j. subjekt, aby na základe nejakého objektívneho procesu vyslovoval určitú vetu a nie je teda možné vybudovať ani nijakú prírodnú vedu, ktorá by platila všeobecne a ktorá by sa nemenila každým okamihom v celých svojich základoch. Nepomôže ani priznať azda nejakú špecifickú zákonitosť procesov subjektívnych, ktorá by však nebola v zákonitom súvisi so zákonitosťou procesov „hmotných“. Každý dôsledný dualizmus musí nevyhnutne viesť k idealizmu, ba k solipsizmu, kde každý subjekt si vytvára svoj vlastný svet, závislý iba od neho.

Keď však pripustíme, že zákonitosť procesov subjektívnych súvisí nejak so zákonitosťou procesov objektívnych, že teda obidva druhy procesov podliehajú akejsi vyššej zákonitosti spoločnej, nemá už vôbec nijaký smysel hovoriť o dualizme. Veď práve tak nehovoríme o dualizme mikrofyziky a makrofyziky a nehovoríme, že procesy mikrofyzické a makrofyzické sú niečo podstatne odchodného, hoci celá moderná fyzika nasvedčuje tomu, že obidva druhy procesov majú svoju špecifickú zákonitosť.¹

Pretože však odmietame existenciu „ducha“ alebo „duchov“, podstatne odchodných od „hmoty“, musí byť náš monizmus monizmom materialistickým. Len so stanoviska materializmu môžeme teda tvrdiť, že vety, vyslovované na základe procesov subjektívnych, môžu vypovedať niečo o reálnom svete a že môžu teda mať aj platnosť objektívnu.

10. V tejto súvislosti treba sa zaoberať námietkami novopozitivistov, ktorí sa poučili z chýb pozitivistov machovských a stavajú sa už jasne na stanovisko realizmu. Ich výhrady sú určované nechufou — inakšie celkom oprávnenou — ku všetkým problémom metafyzickým a prílišným zdôrazňovaním logiky, ktorej prikladajú akúsi absolútnu a apriornú pravdivosť. Pri otázke reálneho sveta však nejde o problém metafyzický, no ako sme jasne ukázali, o otázku čisto empirickú, o postulát, vyvedený zo skúsenosti.

¹ Podrobne som rozobral tieto problémy v článku *Reálny svet a jeho poznávanie* vo *Philosophica Slovaca* I, Bratislava 1946, 68—103, kde tiež vyvraciam všetky zvyčajné námietky.

Ich výhrady možno stručne shrnúť takto:

O svojich subjektívnych procesoch sa nemôžem s nikým dohovoriť práve pre ich subjektívnosť. Nik mi nemôže zaručiť, že pri tej istej príležitosti — my by sme povedali pri tom istom objektívnom procese — prebiehajú v jednotlivých subjektoch tie isté procesy subjektívne. Môžeme sa však dohovoriť o logických vzťahoch, ktoré medzi jednotlivými našimi procesmi nachádzame. Logické zákonitosti sú absolútne pravdivé a apriorné a nie je možné ani myslieť si ich negáciu a tieto logické vzťahy medzi subjektívnymi procesmi sú teda intersubjektívne. (Zabúda sa pritom, že aj o týchto vzťahoch sa musím nejako dohovoriť a že tento dohovor sa robí zasa len na základe určitých subjektívnych procesov.) Jediný spôsob, ako teda hovoriť vôbec niečo o reálnom svete, je zostavovať vety, vyslovované na základe subjektívnych procesov, do logicky správnych a bezsporných systémov, čiže, ako hovorí C a r n a p,¹ logicky konštituovať reálny svet na základe protokolových viet.

Každá veda skladá sa potom z viet analytických, t. j. vlastne z tautológií, a jedinou verifikáciou je práve logická konzistencia vety s celým systémom.

Pokúsim sa v druhom diele štúdie dokázať, že neotrasiteľná dôvera logicistov a novopozitivistov v absolútnu pravdivosť logických zákonitostí nie je celkom oprávnená a že ju treba brať cum grano salis.

Aj keď však novopozitivisti trvajú na svojej dôvere v absolútnu pravdivosť viet logických, musia už dnes predsa len pripustiť existenciu reálneho sveta a jeho zákonitosti, ak nechcú ako M a c h vyústiť do idealizmu alebo prijať predpoklad, že každý subjekt má síce svoj vlastný svet, no že medzi procesmi subjektívnymi v jednotlivých subjektoch panuje akási prestabilizovaná harmónia. Keď však existuje reálny svet, potom vzťahy medzi jednotlivými subjektívnymi procesmi nie sú len čisto logické, no odzrkadľujú aj obsahovo objektívne procesy.

11. Konečne sú si toho niektorí novopozitivisti dobre vedomí a priznávajú, že nestačí číra logická správnosť príslušných analytických viet, ale že je nevyhnutná aj kontrola skúsenosťou, napĺňanie viet obsahom, čiže, ako hovorí C a r n a p, sémantika.²

Novopozitivismus stojí teda vlastne na stanovisku kritického realizmu, ba pretože odmieta dôsledne každý dualizmus, na stanovisku materialistického monizmu.³

¹ C a r n a p, *Der logische Aufbau der Welt*, Berlin 1928.

² C a r n a p, *Foundations of logic and mathematics*, Chicago 1939, 1.

³ Porov. napr. N e u r a t h, *Radikaler Physikalismus und „Wirkliche Welt“*, Erkenntnis 1936, 346—362.

Od nášho stanoviska by teda bolo odchodné iba ich tvrdenie, že tautológiám analytického systému prislúcha absolútna pravdivosť, a predpoklad, že by bolo možné, aby u každého subjektu boli reprezentácie objektívnych procesov celkom iné.

Prvým problémom sa budeme zaoberať pri rozbere analytických systémov, druhý problém je, pravda, aktuálne neriešiteľný. Keď však uvážime aspoň zásadnú podobnosť nervových systémov a mozgu u všetkých ľudí, môžeme sa predsa len spoliehať aj na podobnosť subjektívnych procesov. Niet pochyby, že sa nám raz podarí nájsť spôsob, ako tieto deje, prebiehajúce v našej nervovej sústave, sledovať a kontrolovať exaktným spôsobom a že sa teda podarí rozriešiť túto otázku definitívne a jasne.

Schlickovo tvrdenie, že stav môjho vedomia je toto genere niečo iné ako príslušný proces, prebiehajúci v mojej nervovej sústave, predstavuje, pravda, akýsi dualizmus, ťažko pochopiteľný u pozitivistu, ktorý sa inakšie poctivo usiluje, aby sa vyhol chybe Machovej a neuviazol v idealizme.¹

Aj keď však niektoré výhrady pozitivizmu odmietame, musíme jednako len na druhej strane uznať veľké zásluhy pozitivistov pri očistení vedy od metafyziky a od nejasných pojmov vôbec.

12. Zistili sme teda, že vety, vyslovované na základe subjektívnych procesov, môžu reprezentovať procesy objektívne. Ide teda ešte o problém, či neexistujú aj iné cesty, ako dôjsť k vetám syntetickým a ako ich verifikovať.

Išlo by tu ponajprv o tzv. „apriorné vety syntetické“, o ktorých hovorí Husserl a jeho škola.²

Uvážme napr. vetu:

(12.1)....„Táto plocha nemôže byť súčasne červená a zelená.“

Predstava apriornosti vzniká tu pomiešaním dvoch významov tej istej vety. Aby sme tento fakt mohli analyzovať, definujme si napred pojem farby plochy:

(12.2)....„Zelenú farbu majú plochy, ktoré odrážajú svetelné vlny dĺžky od 5000 Å do 5500 Å.“

(12.3)....„Červenú farbu majú plochy, ktoré odrážajú svetelné vlny dĺžky od 6000 Å do 6500 Å.“

Potom veta (12.1) tvrdí dve veci; predovšetkým:

(12.4)....„Nemám, a pokiaľ sa ja aj iní ľudia pamätajú, nemali sme nikdy súčasne vnem farby červenej a zelenej.“

¹ Schlick, *Positivismus und Realismus*, Gesammelte Aufsätze, Wien 1938.

² Husserl, *Logische Untersuchungen*, Halle 1913; Schlick, *Gibt es ein materiales Apriori*, l. c.

Veta (12.4) je jasne syntetická, opierajúca sa o subjektívne procesy, ktoré treba verifikovať; veta by nemusela byť ani pravdivá, mohli by sme napr. v složených farbách vnímať a rozoznávať jednotlivé složky, ako to vieme napr. pri tónoch. V presnej formulácii by teda veta (12.4) znela:

(12.5)...„Ak odráža plocha súčasne dva druhy vlnových dĺžok, mám vnem farby jedinej.“

Vetu (12.1) však môžem chápať aj inakšie — totiž v smysle:

(12.6)...„Ak odráža plocha len vlnové dĺžky medzi 5000 Å a 5500 Å, je zelená; ak odráža vlnové dĺžky medzi 6000 Å a 6500 Å, je červená, a to podľa definícií (12.2) a (12.3).“

No v tomto znení je veta prostým dôsledkom definícií a nevyslovuje nič o reálnom svete; pochopil by ju aj slepý, ba platila by vtedy, keby sme sa naučili rozoznávať v složenom svetle jednotlivé složky, alebo keby sme dokonca museli opraviť svoje názory o vlnovom charaktere svetla. Ak prijmeme definície (12.2) a (12.3), musíme jednoducho prijať aj vetu (12.6), a to už potom bez ohľadu na empiriu; jej negáciu nevieme si ani predstaviť. Veta (12.6) je teda veta analytická. Platila by dokonca, aj keby sme použili definície, ktoré nemajú nijakú oporu v empirii, napr. keby sme ako červenú plochu uznali takú, ktorá vysiela nejaký presne určený druh fluida, napr. určitej špecifickej váhy, kým zelená by vysiela fluidum s inou špecifickou váhou.

V prípade vety (12.1) ide teda alebo o vetu syntetickú, ktorá podlieha verifikácii empiriou, a nie je teda apriorná, alebo je to veta analytická. O apriornosti viet analytických budeme hovoriť neskoršie a vysvetlíme si aj dôvod, prečo môže tá istá veta mať smysel raz ako veta syntetická, inokedy ako analytická pri tom istom znení.

No už teraz je isté, že veta (12.1) a všetky vety tohto druhu nie sú apriorne vety syntetické.

13. Práve tak nesprávne je tvrdenie, že niektoré vety syntetické sú evidentné. Zmätok tu pôsobí nejasnosť pojmu evidencie. Ak chápeme ako evidenciu vety fakt, že si opak vôbec nemôžem myslieť, potom by sme o evidencii mohli hovoriť iba v prípade viet analytických; pri každej vete syntetickej si môžem aspoň teoreticky myslieť a predstaviť svet, v ktorom by platila jej negácia.

Bolo by azda možné hovoriť o evidencii viet typu (6.2), pravda, s výhradami, uvedenými v piatom paragrafe.

Všade inde je pojem evidencie nejasný a nespoľahlivý. K a n t o v i sa videly evidentnými vety euklidovskej geometrie, dnes je nám práve tak evidentné, že euklidovská geometria je iba limitným prípadom geometrií iných, obecnějších a že teda vety geometrie euklidovskej môžeme použiť iba ako akúsi aproximáciu.

Všetky pokusy ujasniť pojem evidencie končia sa alebo vetami typu (6.2) alebo vetami analytickými. O evidencii viet typu (6.2) sme už hovorili a o evidencii viet analytických bude reč neskoršie. V nijakom prípade nie je však možné opierať sa o nejakú „evidenciu“ viet syntetických.¹

Z toho istého dôvodu nie je možné hovoriť o nejakom priamom nazeraní skutočnosti, o akom učí Husserl a jeho škola a tým menej o nejakom mystickom získavaní právd, aké pripúšťa teozofia alebo u nás Losskij a jeho škola.²

Keby sa všetci tí, čo tvrdia, že takého mystického nazerania pravdy sú schopní, ozaj vo svojich výpovediach shodovali, bolo by azda možné hovoriť vážne aj o tomto prostriedku poznávania. No stačí porovnať výsledky, ku ktorým dochádzajú na základe svojho „jasnozrenia“ napr. Husserl, Losskij, kresťanskí mystici alebo teozofi, aby bolo jasné, že aj vety, získané takýmto spôsobom, podliehajú dodatočnej verifikácii, a to práve tým istým spôsobom ako hocikaké iné vety syntetické.³

Je, pravda, pochopiteľné, že pri určitom celkovom založení psychologickom alebo v určitých viac-menej výnimočných stavoch nášho nervového systému, napr. v extáze, sa určité vety priamo vnucujú a vidí sa temer nemožné myslieť si ich negáciu. Dokazujú to výpovede tých, ktorí týmto spôsobom svoje poznatky získavajú.⁴

Pozoruhodné je, že napr. katolícka cirkev, ktorá inakšie uznáva možnosť takéhoto mystického získavania právd, jednako len ako kritérium ich pravdivosti stanoví dogmy; pripúšťa teda možnosť verifikácie mystických získaných viet súhlasom so systémom viet analytických aj syntetických už uznaných.⁵

S nášho stanoviska materialistického nelíšia sa takto získané vety, pravda, ani svojím pôvodom od ostatných viet syntetických, aj ony vznikajú na základe určitých subjektívnych procesov, navodených procesmi objektívnymi, i keď pripúšťame, že si to mystik v extáze neuvedomuje a že prípadne jeho smysly sú zbystrené nadpriemerným, ba azda aj nenormálnym podráždením nervovej sústavy.

¹ Tvrďý, *Logika*, Praha 1937, 137.

² Losskij, *Absolútne kritérium pravdy*, Turč. Sv. Martin 1946; Dieška, *Kritický či intuitívny realizmus*, Bratislava 1945.

³ Neshodujú sa dokonca ani výroky mystikov toho istého smeru; stačí porovnať diela jednotlivých teozofov!

⁴ Porov. napr. Spesz, *Mystika, mágia, mediumizmus*, Trnava 1939, 35.

⁵ Porov. napr. Lehmann, *Mystik in Heidentum und Christentum*, Leipzig 1918.

Môžeme teda tvrdiť, že všetky vety syntetické vznikajú na základe viet typu (6.2) a tým vlastne na základe subjektívnych procesov, navodených procesmi objektívnymi. Ich jedinou verifikáciou je porovnanie s inými vetami, získanými tou istou cestou.

14. Treba však ešte uvážiť, či môžeme touto cestou dosiahnuť dokonalú verifikáciu, t. j. absolútnu istotu syntetických viet.

Zistili sme, že ich vyslovujeme na základe subjektívnych procesov, prebiehajúcich v našej nervovej sústave. Je však jasné, že táto sústava pri všetkej svojej komplikovanosti nestačí, aby procesy, v nej prebiehajúce, mohli reprezentovať objektívne procesy v celej ich složitosti a komplexnosti. Vety, ktoré na základe týchto procesov vyslovujeme, budú reprezentovať vždy len akýsi výsek z procesov objektívnych. Je to dané priamo technickými možnosťami našich smyslov, ktoré nám zadovažujú spojenie s vonkajším svetom. Ako každá hmotná sústava je aj naša nervová sústava obmedzená časovo aj priestorovo a má aj svoju zotrvačnosť. Nevieme napríklad rozoznať popudy, ktoré prichádzajú v prikrátkych intervaloch po sebe, účinku nepribúda rovnomerne s veľkosťou popudu, vzniká únava a pod.

Neslobodno zabúdať aj na určitú autonómiu, ktorú naše subjektívne procesy majú, pravda, v rámci celkovej zákonitosti reálneho sveta, tak, ako na ňu zabúdajú niektorí mechanistickí materialisti alebo behavioristi. Priebeh subjektívnych procesov je prirodzene podmienený aj prehistóriou celého systému nervového. Nechápem, pravda, túto autonómiu ako akúsi „slobodu“ v smysle dualistických náuk, je to taká autonómia, akú, pravda, v menšej miere majú aj sústavy hmotné, napr. naša slnečná sústava vo vesmíre.

Môžeme, pravda, znásobiť naše smysly použitím nástrojov a tak zdokonaľiť naše poznávacie schopnosti. Nesmieme však pritom zabudnúť, že pri výrobe nástrojov používame naše predchádzajúce vedomosti o zákonitosti sveta, ktoré sme však získali zasa len na základe subjektívnych procesov, vyjadrených vetami a urovnaných do vedných systémov. Skrísa tým dialektická súhra: zdokonaľením nástroja dospievame k lepšiemu poznaniu zákonitosti reálneho sveta, ktorá nám zasa umožňuje vytvoriť lepšie a účelnejšie nástroje. Môžeme tak postupne rozširovať výseky reálneho sveta, ktoré pozorujeme, a zdokonaľovať tak reprezentácie tohto sveta, slovom, dosiahnuť tak adekvátnejšie poznanie. Je však jasné, že sa tak môžeme vždy len približovať k absolútne adekvátnemu postihnutiu celého reálneho sveta, že však nikdy nemôžeme dôjsť až k absolútnemu poznaniu; môžeme sa, ako výstižne hovorí L e n i n,¹ asymptoticky približovať

¹ L e n i n, *Materialismus a empiriokriticismus*, Praha 1945.

k pravde, nemôžeme ju však nikdy dosiahnuť. Každým lepším poznaním, každým novým vyrovnaním rozporu subjekt/objekt vznikajú hneď zasa rozpory nové, každým rozriešením jedného problému narážame hneď zasa na problémy ďalšie.

V najlepšom prípade by sme mohli ako príslovečné slepé kura čistou náhodou naďabiť na zrnko absolútnej pravdy, no ani v tom prípade by sme nemali nijaké kritérium, ktoré by nás na tento fakt upozornilo. Je teda prekvapujúce tvrdenie D u b s o v o, prejimané aj T v r d ý m,¹ že tzv. racionálnou indukciou je možné dôjsť k absolútnej pravde. Čo by nás vlastne mohlo presvedčiť o absolútnej platnosti vety? Evidencia nie, to napr. sám T v r d ý popiera; spoločlivé použitie po dlhý čas tiež nie, to vidíme napr. na N e w t o n o v e j fyzike. Mohla by to azda byť aj logická konzistencia takejto vety s celým systémom vedným — o tom budeme hovoriť podrobne neskoršie — no vidíme, že napr. systém euklidovskej geometrie obsahuje napospol vety vzájomne konzistentné a predsa nie je absolútne pravdivý.

Musíme se teda uspokojiť vždy len akousi hypotetičnosťou syntetických viet, aj keď právom očakávame, že sa nám podarí vždy presnejšie a adekvátnejšie postihnúť objektívnych procesov.

Všetko to, čo sme až doteraz uvážili, môžeme teda shrnúť do tvrdenia, že syntetické vety, vznikajúce na základe subjektívnych procesov a nimi tiež verifikovateľné, podávajú nám adekvátnu reprezentáciu objektívnych procesov, ktorá, pravda, nie je absolútne adekvátna, no ktorú môžeme vždy zdokonaľovať a zlepšovať, hoci absolútnu pravdivosť dosiahnuť nemôžeme.

D. Vety a systémy analytické

19. Máme však ešte jeden nástroj, ako porovnávať a upravovať vety syntetické. Požadujeme od nich totiž, nielen aby samy osebe dobre reprezentovali objektívne procesy, ale aby ani neodporovali jedna druhej. Je to vlastne v podstate naše presvedčenie o zákonitosti sveta, ktorá musí byť syntetickými vetami tiež reprezentovaná, a to nielen vetou samotnou, ale aj systémami viet. Tak, ako na verifikáciu viet syntetických potrebujeme nejaký nástroj — mohli by sme povedať fyzický — ktorý činí naše smysly schopnejšími, tak potrebujeme nejaký nástroj — mohli by sme zasa povedať, že psychický — ktorý nám pomáha vety zostavovať do systémov tak, aby ich vzájomné vzťahy správne odrážali zákonitosť reálneho sveta.

¹ D u b s, *Rational induction*, London 1930; T v r d ý, *Logika*, Praha 1937, 181 a i.

Je veľmi užitočné napred si uvedomiť, ako sa táto požiadavka vyvíjala historicky.

Primitív sa ešte aj dnes uspokojuje prosto vyslovovaním viet na základe subjektívnych procesov a stačí mu najjednoduchší stupeň vzťahovej správnosti, totiž súhlasné výpovede iných ľudí. Neznačí to, pravda, že myslí výslovne nelogicky alebo protilogicky, aj keď prijíma za pravdivé bez rozmyšľania vety, ktoré si celkom očividne odporujú; L é v y - B r u h l volá tento druh myslenia celkom správne myslením alogickým.¹

Zvyšky takéhoto myslenia vyskytujú sa, pravda, aj v myslení dnešnom, osobitne tam, kde ide o mystiku. Charakteristický príklad je v tzv. príčinnom dôkaze existencie boha: „Všetko má svoju príčinu, a to mimo seba, existuje teda bytosť, ktorá má príčinu sama v sebe“. Premisy a záver sú tu v celkom jasnom protiklade a vylučujú sa navzájom.

Keďže v myslení primitívov prevláda práve charakter mystický, vyskytujú sa tu takéto protiklady na dennom poriadku.

Indiáni Abiponi sú napr. presvedčení, že príslušník ich kmeňa zomrel pôsobením čarovania, aj keď vidia, že utrpel ťažké poranenie.²

My by sme, pravda, vyžadovali postup iný, aj keby sme inakšie zotrvali pri hrubom a nepresnom poznaní primitívov. Sostavili by sme veľký počet viet, akúsi tabuľku tohto druhu:

(15.1)...„Určitý človek bol ranený.“

(15.2)...„Určitý človek zomrel.“

(15.3)...„Určitý človek bol očarovaný.“

V tomto prípade, pravda, aj keď iba v hrubom náznaku, jednako len užívame vety ako funkcie, teda vlastne v tomto tvare:

(15.4)...„ x bol ranený.“

(15.5)...„ x zomrel.“

(15.6)...„ x bol očarovaný.“

Potom by sme skúmali pre veľký počet argumentov x , v koľkých prípadoch je pravdivý pár viet (15.4), (15.5) a v koľkých je pravdivý pár (15.5), (15.6). Mohly by byť prípadne splnené aj všetky tri vety odrazu.

Mohli by sme dokonca shrnúť všetky tri vety do jedinej:

(15.7)...„ x zomrel, keď sa s ním bolo stalo y ,“

kde odborom argumentu x by boli ľudia, odborom y zranenia a očarovania. Skúšali by sme potom pravdivosť vety (15.7) pre jednotlivé hodnoty argumentov x a y . Na to všetko treba, pravda, už hodne

¹ L é v y - B r u h l, *Les fonctions mentales dans les sociétés inférieures*, Paris 1910.

² L. c. 75.

vysoký stupeň všeobecného myslenia, aký primitív nechápe a ani nepotrebuje. Málo vyvinutá technika a jednoduchá spoločenská štruktúra prináša vždy tie isté situácie, pravidelne sa opakujúce, v ktorých sa vyskytujú vždy tie isté predmety a javy, a to v pomerne malom počte. Je teda možné pomenovať každý predmet a každý jednotlivý vzťah osobitným menom, ba je to aj užitočné; primitíva napr. nielen zaujíma to, že niekto je majiteľom piatich vecí vôbec, ale aj aké sú to veci, kde ich majiteľ má, ako ich nadobudol a čo s nimi robí a chce robiť. Preto si tiež nájde iné pomenovanie pre ranu nožom, iné pre ranu kopijou, zasa iné, ak ide o ranu náhodnú, či nárokom vedenú, zasadenú priamo, či iným smerom.¹ Myslenie, určené schémou viet (15.4), (15.5), (15.6), či dokonca vetou (15.7), je potom prirodzene nemožné, a preto práve nie je ani nijako nápadná prípadná protikladnosť viet.

To je tiež dôvod, prečo sa tento alogický spôsob myslenia udržiava dnes len tam, kde ide o vzťahy mystické; tam totiž logický súvis nevyžadujeme, ba nie je ani vítaný, lebo by sotrel všetku tajomnosť, ktorá ešte dnes ľudstvo láka.

16. Spolužitie vo väčších spoločenských kolektívoch a vyvinutejšia technika jednoducho prinútili človeka užívať aj pojmy všeobecnejšie.

Aj primitív už, pravda, bol schopný určiť, že z piatich oviec či sobov treba jeden kus odovzdať ako pokutu alebo obeť, egyptský úradník bol by už musel uviesť nekonečnú listinu všetkých možných zvierat, nástrojov a vôbec predmetov, ktorá by sa líšila prípadne aj podľa ročnej doby a krajiny. Bol tým vedený k výroku, že z každých piatich predmetov *v ô b e c* odovzdá sa jeden. Došiel tak ponajprv k veľmi všeobecnému pojmu veci vôbec a súčasne k všeobecnej predstave päťtiny, aj keď, pravda, ešte veľmi vzdialenej od všeobecného pojmu zlomku v dnešnej matematike.

V tomto štádiu vývinu je už možné do istej miery zostavovať vety do systémov podľa schémy z predchádzajúceho odseku.

Sú to, pravda, ešte stále vety syntetické, zostavované podľa vzťahov obsahových, aj keď pri ich zostavovaní prejavujú sa už aj rudimentárne požiadavky logické. Aj vety samy a správnosť ich usporadúvania sú verifikovateľné a kontrolovateľné iba porovnaním so subjektívnymi procesmi.

Takéto systémy sú prvým stupňom vo vývine vedy, pravda, iba vedy čisto empirickej.

Čím viac sa hromadia syntetické vety a čím je systém komplikovanejší, tým viac treba dbať na prehľadnosť a správnosť učenia.

¹ L é v y - B r u h l, l. c. 152, 174.

Pri triedení viet uplatňuje sa, pravda, stále ešte v prvom rade obsah viet, no vystupuje do popredia aj vzájomný vzťah viet. Možnosť triedenia je podporovaná stále bohatším tvorením všeobecných pojmov, a naopak, triedenie samo si priamo vynucuje tvorenie ďalších všeobecnejších pojmov. Podobnú dialektickú súhrnu pozorujeme aj pri vývine názorov na zákonitosť sveta. Presnejší obraz sveta, získaný takými roztriedenými systémami, umožňuje aj presnejší obraz jeho zákonitosti. Mystické chápanie tajomnej súvislosti v diani sveta prechádza cez analogiu s vyvíjajúcou sa hierarchiou v spoločnosti, kde jeden rozkáže a druhý poslúchne, až k voľnejšiemu chápaniu príčinnosti, ktorá viaže práve tak príčinu ako účinok. Na druhej strane si zasa takéto chápanie zákonitosti sveta vynucuje triedenie viet nie už náhodné a vonkajšie, ale také, ktoré sa riadi vnútornou spojitosťou, zobrazujúcou práve túto zákonitosť sveta.¹

17. Pri určitom nahromadení viet a vzájomných vzťahov dostáva taký syntetický systém aj nové vlastnosti.

Z veľkého počtu syntetických viet zistíme napr., že určitý počet látok má spoločné vlastnosti $p_1, p_2, p_3 \dots$ až p_n . Vytvoríme tak všeobecný pojem „kov“:

(17.1)....„Kovy sú látky, ktoré majú vlastnosti p_1 až p_n .“

Okrem toho sú, pravda, v príslušnom systéme aj vety:

(17.2)....„Látka a je kov.“

(17.3)....„Látka a má vlastnosť p_k .“

Ak prizeráme na vznik týchto viet, vyslovujú vlastne tento jediný fakt:

(17.4)....„Všetky látky — medzi nimi je aj látka a — ktoré majú súhrn vlastností p_1 až p_n , zahrnuli sme pod meno „kov“.“

Keď však prizeráme na vzájomný vzťah viet (17.1), (17.2) a (17.3), dospievame k vete:

(17.5)....„Všetky kovy majú vlastnosť p_k , látka a je kov, teda látka a má vlastnosť p_k .“

Veta (17.4) je jasne veta syntetická, vypovedá niečo o reálnom svete a mohla by byť aj nepravdivá. Veta (17.5) môže sa chápať ako iba inakšie vyjadrenie vety (17.4), môže však vyjadrovať ešte aj niečo iné — môže totiž zdôrazňovať jednoducho vzťah viet (17.1), (17.2) a (17.3) bez ohľadu na ich obsah. Je totiž srozumiteľná a jasná aj tomu, kto vôbec nevie, čo je to kov, ako sa v praxi prejavuje vlastnosť p_k a ako vlastne vyzerá látka a . Netreba pritom ani vedieť, z akých dôvodov sme vytvorili pojem „kov“ a či tento pojem je nejako

¹ Hrušovský, *Vývin vedeckého myslenia*, Trnava 1942; Felber, *Reálny svet a jeho poznávanie*, Philosophica Slovaca I, Bratislava 1946.

vo vede užitočný. Ak raz prijmem definíciu (17.1), platí veta (17.5) bez ohľadu na obsah a platí vždy, jej negáciu nemôžeme si už myslieť. Platila by dokonca aj vtedy, keby sme užili nesprávnu (t. j. vecne nevhodnú) definíciu kovu. Syntetická veta (17.4) prešla tak na analytickú vetu (17.5). Rozlíšili sme náročky vetu (17.4) a (17.5) odchodnou formuláciou, je však jasné, že môžeme práve tak aj vetu (17.4) pokladať za analytickú, ak nám v nej ide práve len o vzťahy viet (17.1), (17.2) a (17.3), ako aj vetu (17.5) za syntetickú, ak ide o vecný obsah troch viet, z ktorých sme boli vyšli. Z tohto príkladu je už aj jasné, prečo tá istá veta môže sa pokladať raz za syntetickú, inokedy za analytickú.

18. Z príkladu vyplýva tiež, ako vlastne prechádzame od viet syntetických k vetám analytickým. Definícia kovu (17.1) predpokladá súčasne aj inú syntetickú vetu:

(18.1) . . . „Existuje skupina látok, ktoré majú vlastnosti p_1, p_2, p_3 až p_n .“

Túto vetu pokladáme za dostatočne verifikovanú, aby sme na jej základe mohli vysloviť definíciu kovu. Práve tak prijímame za dostatočne verifikovanú vetu (17.2). Keď tieto fakty raz prijmem, potom veta (17.5) platí už absolútne bez ohľadu na obsah. Nestaráme sa potom už o pravdivosť viet (17.2) a (18.1), tá nás už nezaťužuje; jediné, čo nás zaujíma, je práve len vzťah týchto viet a vety (17.3). Ak označíme vety (17.1), (17.2), (17.5) postupne v_1, v_2, v_3 , môžeme ich vzťah písať celkom obecné:

(18.2) . . . „ $(v_1 \cdot v_2) \supset v_3$.“¹

Ak označíme triedu „kov“ písmenom „K“,² jednotlivé vlastnosti p_k symbolom triedy „ f_k “, môžeme (18.2) napísať v rozvedenej forme:

(18.3) . . . „ $\{ (x \in K) =_{\text{df}} [f_1(x) \cdot f_2(x) \cdot \dots \cdot f_n(x)] \} \supset [(y \in K) \supset f_k(y)]$.“

Keď napíšeme vetu takto symbolicky, jasne vidno, že netreba sa už starať o obsah definícií a funkcií, že netreba ani vedieť, či trieda K vyhovuje praktickým potrebám a že nemusíme ani poznať prostriedok, ako zistiť, či y patrí naozaj do triedy K. Veta (18.3) platí pre hocikakú triedu, teda aj pre triedu prázdnu, je to, ako hovoria logicisti, tautologia; jej negáciu si nemožno myslieť.

Neslobodno však zabudnúť, že sme k vete (18.3) došli na základe veľkého počtu viet druhu (17.4), teda na základe viet synte-

¹ Užívam všade symboliku tak, ako ju zavádza Carnap v *Abriß der Logistik*, Wien 1924, s tou výnimkou, že negáciu značím pruhom nad symbolom a že namiesto pohodlných, no málo prehľadných bodiek, píšem zátvorky ako v matematike.

² V celej práci užívam pomenovanie „trieda“ ako ekvivalentné s pojmom, s výhradou, ktorú uvádzam a ospravedlňujem v odseku.

tických, ktoré teda podliehajú verifikácii. Je pochopiteľné, že sa na to neraz zabúda. V rozvinutej vede sa určité definície a vety dlhý čas osvedčujú a určité fakty, napr. v danom prípade príslušnosť látky *a* do nejakej triedy, sú dostatočne verifikované.

Ak teda vychádzame z takýchto definícií a faktov, o ktorých už nechceme pochybovať, prechádzame zo systému viet syntetických do systému viet analytických.

19. Samotná veta analytická osebe, pravda, nepodáva nijaký nový poznatok o reálnom svete, napr. veta (18.3) je jednoducho ozrejmnením či definíciou pojmu triedy, nehovorí však o svete nič, čo by sme pred tým neboli už vedeli. Na prvý pohľad by sa videlo, že také tautologie sú teda zbytočné a neúčelné. To by azda bola pravda, keby sme ozaj vyslovovali iba jednotlivé vety analytické. Ukázali sme však, že vety analytické sa začnú vyslovovať až vtedy, keď už máme hotový systém viet syntetických a potom až sa ukáže účel viet analytických v analytickom systéme. Ujasňuje sa nám tým totiž presnejšie a pohodlnejšie roztriedenie a hľadanie nových vzťahov. Ukáže sa nám pritom aj, a to je azda najdôležitejšie pri vytváraní systémov analytických, že nemusíme predpokladať ako verifikované všetky vety z daného systému syntetického, ale že je možné niektoré vety odvodiť z druhých. Videli sme to na našom jednoduchom príklade: stačí predpokladať vety (17.1) a (17.2) a veta (17.3) z nich už vyplýva, je *o d v o d e n á* z viet (17.1) a (17.2), ako to vyjadruje veta (18.2). Neslobodno pritom však zabudnúť, ako to robia mnohí pozitivisti a formalisti vôbec, že táto odvodenosť nie je daná *l e n* tým, že veta (17.5), resp. (18.2) stala sa analytickou tautologiou, no aj tým, že sme prijali určité vety a definície — a to obidvoje na základe skúsenosti — ako správne. Jej odvodenosť je teda umožnená zákonitosťou sveta, ktorú práve obidve vety vyjadrujú. Tautologičnosť vety (17.5) nezaručuje teda ešte pravdivosť vety (17.3) a tým menej, pravda, pravdivosť vety (17.2) alebo (18.1), na základe ktorej sme mohli vysloviť definíciu (17.1); tautologičnosť vety (17.5) zaručuje nám iba, že veta (17.3) nie je v rozpore s vetami, ktoré sme už prijali.¹

Vo vede už dokonalej a dobre rozvitej môže sa nám podariť, že stačí pomerne málo syntetických viet, ktoré pokladáme za dostatočne verifikované, teda pomerne malý počet *a x i ó m* a základných *d e f i n i c i í*, a druhé vety systému budú z nich odvoditeľné, budú už čírymi tautologiami.

¹ To všetko, pravda, ešte aj pri predpoklade, že pravidlá, podľa ktorých sme vety odvodili jednu z druhej, sú správne. O správnosti týchto pravidiel bude reč v druhej časti štúdie.

Nemusi nás to nijako prekvapovať. Je to zasa len vyjadrenie faktu, že v reálnom svete vládne zákonitosť. Ak sú vety, zvolené za axiómy, vybraté tak, aby túto zákonitosť dobre a všeobecne vyjadrovaly, je celkom pochopiteľné, že z nich možno odvodiť vety ďalšie, ktoré vyjadrujú tú istú zákonitosť. Videli sme na príklade z odseku 17., ako tento súvis viet vzniká a ako v podobe syntetických viet vyjadruje zákonitosť reálneho sveta.

Vety analytické a ich vzťahy samy osebe, pravda, túto zákonitosť sveta nereprezentujú, dokazuje to napr. analytický systém euklidovských viet geometrických, ktorý obsahuje, pravda, samé tautologie, no nevypovedá správne o priestorových vzťahoch reálneho sveta. Bolo by tu možné iba azda povedať, že analytické systémy participujú na zákonitosti sveta prostredníctvom zvolených axióm a základných definícií.¹

Odvođením vety v analytickom systéme nie je teda už vôbec zaručená jej objektívna pravdivosť. Verifikovať ju dokonca môžeme iba tak, že ju zasa naplníme obsahom, t. j. premeníme na vetu syntetickú a iba potom ju porovnáme s vetami protokolovými.

Ak sa taká veta ukáže nepravdivou, značí to, že sme zvolili nevhodný systém axióm a základných definícií, ktoré nevystihujú správne zákonitosť reálneho sveta.

20. Celkový postup vedeckého myslenia teda možno charakterizovať takto:

a) Sostavíme bohatý systém syntetických viet, dostatočne verifikovaný.

b) Na základe tohto systému vytvoríme vhodné všeobecné pojmy, aby sme mohli vety obsahovo roztriediť. Je pochopiteľné, že sa nám také definície všeobecných pojmov nemusia vždy podať — museli sme napr. opustiť pôvodnú definíciu organických látok ako látok, ktoré nevedia vytvoriť živý organizmus.

Tak dôjdeme k systému syntetických viet Σ .

c) Vyberieme určitý počet syntetických viet a definícií, ktoré postavíme na čelo systému ako axiómy a základné definície. O vhodnosť definícií a verifikovanosť axióm prestaneme sa starať.

Zo sústavy syntetických viet Σ stane sa tak systém viet analytických Σ' . Ďalšie skúmanie obmedzí sa potom už len na hľadanie formálnych vzťahov medzi vetami, čiže na logickú syntax.²

¹ Mohlo by sa azda zdať, že zákonitosť sveta je obsiahnutá práve v pravidlách, ktorými vety jednu z druhej odvodzujeme. Všetky tieto otázky, týkajúce sa odvodzovacích pravidiel (t. j. logických systémov), riešime v druhom diele štúdie.

² Carnap, *Logical syntax of language*, London 1937.

d) Ak v systéme Σ' odvodíme nejakú novú vetu, máme už zarúčenú jej logickú konzistenciu s axiómami a základnými definíciami. Jej verifikáciu vykonáme tým, že tautológiu naplníme obsahom, vetu analytickú prevedieme na syntetickú — teda prostredníctvom sémantiky.

e) Ak sa táto syntetická veta ukáže nepravdivou, musíme hľadať nové axiómy a nové základné definície.

f) Pretože smyslové poznanie je obmedzené a podlieha neprestajným opravám a doplnkom, keďže sa obmedzuje završe len na určité výseky reálneho sveta, vzniká každým kodifikovaním určitých syntetických viet ako absolútne pravdivých v podobe axióm a základných definícií nevyhnutne rozpor medzi systémom Σ a Σ' , rozpor medzi syntaxou a sémantikou, medzi teóriou a praxou.

Každou novou vetou, odvodenou v systéme Σ' , a každou novou vetou, ktorú vyslovíme na základe subjektívnych procesov a ktorá spadá do systému Σ , sa tento rozpor zväčšuje a napokon nás donúti meniť sústavu axióm a základných definícií. Touto neprestajnou dialektickou súhrou medzi syntaxou a sémantikou dospievame vždy k objektívnejšiemu poznaniu sveta a vždy k dokonalejšej a adekvátnejšej reprezentácii skutočnosti.

g) Nevyrovnávame, pravda, rozpor hneď, bola by to márna námaha, každým vyrovnaním vznikajú hneď zasa rozpory iné. Bolo by konečne aj ťažké na základe jednej jedinej syntetickej vety meniť celý systém axióm; musíme nahromadiť takých viet viac, aby sa zmenila kvalita celého systému.

Keďže sme si vedomí nevyhnutnosti rozporu medzi systémami Σ a Σ' , uspokojujeme sa niekedy vôbec len tým, že analytický systém podáva nám iba akúsi aproximáciu, keď prevedieme analytické vety na syntetické. Je to umožnené použitím matematiky, o ktorom budeme hovoriť v druhom diele pri rozbere viet matematických.

21. Musíme ešte vyskúmať, akými momentami sa riadime pri voľbe axióm a definícií a musíme podrobne rozriešiť problém s touto voľbou súvisiaci, kedy totiž sa rozhodneme meniť zvolený systém axióm.

Predovšetkým je jasné, že sa pokúsime obmedziť počet axióm na mieru čo možno najmenšiu, lebo sa tým systém stáva prehľadnejším a jasnejším. Čím menší, pravda, bude systém axióm, tým viac bude zpravidla základných definícií. Je, pravda, tiež možné zvoliť iba axiómy a namiesto definícií zaviesť pravidlá, ako budeme tvoriť definície vo vnútri systému.¹ Nie je, pravda, našou úlohou

¹ C a r n a p, l. c.

skúmať, ktorý spôsob je lepší, nám tu ide iba o to, a k o sa analytické systémy tvoria.

Na druhej strane bude treba zvoliť aspoň taký počet axióm, aby všetky vety zo systému syntetického, ktorý je základom, boli z nich odvoditeľné. Zvolíme preto akiste vety, obsahujúce veľmi všeobecné pojmy, teda vety, hovoriace o celých triedach a ich reláciách, a to, pravda, tak, aby zo zvolených už axióm bolo vždy jasné, či nejaký objekt je elementom príslušnej triedy, alebo nie je.

Nezvolíme napríklad za axiómu vetu:

(21.1) . . . „Dve medené guľôčky o polomere 1 cm priťahujú sa silou, ktorá je úmerná prevrátenej hodnote štvorca ich vzdialenosti,“

no ďaleko všeobecnejší gravitačný zákon Newtonov:

$$(21.2) \dots, f = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

a to, pravda, iba vtedy, ak môžeme vždy rozhodnúť, čo je dovolené dosadiť za m_1 , m_2 a r . Veta (21.2) vyslovuje zákonitosť sveta v miere ďaleko vyššej ako veta (21.1) a ušetrí nám tak veľký počet viet typu (21.1), vyslovených pre rozličné látky a pre ich rozličné množstvá.

Zpravidla budeme tiež voliť vety už dostatočne verifikované, a to rozhodne aspoň pre elementy príslušnej triedy, pokiaľ sa v systéme vyskytujú; zo samej podstaty axióm vyplýva, že nemôžu podliehať dodatočnej verifikácii vo vnútri systému.

Je však možné zvoliť za axiómu aj vetu neverifikovanú, ba dokonca aj neverifikovateľnú, ak, pravda, táto neverifikovateľnosť je spôsobená technickými prekážkami nášho pozorovania. Rozhodne už nezvolíme napríklad vety (3.3) alebo (5.4). Voľbou neverifikovanej vety obraciame akosi celý postup na ruby. Ak v takom analytickom systéme odvodíme vety, ktoré sa po prechode do sémantiky ukážu verifikovateľnými a pravdivými, dostávame nepriamu verifikáciu samých axióm, ktoré sme postavili na čelo systému ako hypotézy. Samo zostavenie analytického systému, pravda, ešte potvrdením hypotézy nie je, je však dôležitým a ťažko nahraditeľným prostriedkom, ako pokročiť vo vede aj tam, kde narážame na technicky neverifikovateľné vety.

Nie je, pravda, nijaký podstatný rozdiel medzi systémom hypotetickým a iným. Ak uvážime, že nemáme nijaké kritérium absolútnej pravdivosti, je vlastne každý analytický systém systémom hypotetickým a rozdiel tu nie je ani tak v postupe, ako skôr v stupni verifikácie axióm. Z celej úvahy vidno, že všetky spory o oprávnenosti či neoprávnenosti hypotézy sú nejasné a zbytočné.

Nezvolíme si ďalej axiomy, ktoré si v rámci systému odporujú. Dokázať vzájomnú nespornosť axióm je, pravda, úloha ťažká, ba nie je jasné, či je vôbec vždy prevediteľná. Schému takého dôkazu naznačil Carnap;¹ aké je však ťažké skutočne vykonať taký dôkaz, ukazujú pokusy Ackermannove, Hilbertove, Neumannove, Herbrandove aj iné, hoci v tomto prípade išlo o systém taký prehľadný a dobre urovnaný, ako je analytický systém logický a matematický.² Gödel³ vyslovil dokonca vážne pochybnosti, či je vôbec možné taký dôkaz vykonať. Pokiaľ sa, pravda, taký dôkaz nepodarí, musíme byť vždy pripravení, že narazíme vo vnútri systému na rozpory, ktoré nás donútia meniť sústavu axióm.

Pousilujeme sa prirodzene aj nezavádzať axiomy zbytočné. Zbytočnosť tu môže byť dvojakého druhu.

a) Ponajprv je to zbytočnosť, ktorú by sme mohli pomenovať vnútornou: jedna z axióm je odvoditeľná z iných. Jej zavedenie nie je, pravda, nejakou podstatnou chybou; ak sa ukáže dodatočne jej zbytočnosť, môžeme ju pokojne zo sústavy axióm vytrieť a celý analytický systém sa nijako nezmení.

b) Môže však skrsnúť aj zbytočnosť vonkajšia. Povedzme, že by sme do fyziky zaviedli axiómu:

(21.3) ..., „Otec nie je právne zodpovedný za dospelého syna,“ alebo do psychologie axiómu:

(21.4) ..., „Človek má nesmrteľnú dušu.“

Zbytočnosť axiómy (21.3) vo fyzike je na prvý pohľad jasná, obsahuje pojmy a vzťahy, ktoré sa nikde v systéme nevyskytujú; keby sme zaviedli ako axiómu negáciu vety (21.3), nezmenila by sa nijaká veta celého systému. Konečne nijaký rozumný fyzik by takú axiómu do fyziky nezaviedol.

Spornejšia by bola otázka axiómy (21.4) v psychológii; pojem duše sa v nej totiž vyskytuje a pojem nesmrteľnosti je dosť jasný ako negácia pojmu smrteľnosti tela. Poznáme psychologické systémy, ktoré axiómu (21.4) používajú a pomocou nej odvodzujú nové vety, na druhej strane sú psychologovia, ktorí axiómu (21.4) rozhodne odmietajú ako nijako nepoužiteľnú.

V tomto prípade však o prijatí alebo odmietnutí axiómy rozhoduje prijatie alebo odmietnutie vety inej, totiž vety, ktorá vypovedá

¹ Carnap, *Logical syntax of language*, London 1937.

² Bernays, *Methoden des Nachweises von Widerspruchsfreiheit und ihre Grenzen*, Verh. d. Int. mathem. Kongress II, Zürich, 342 n.

³ Gödel, *Über formal unentschiedbare Sätze der Principia mathematica und verwandter Systeme*, Monatsh. f. Math. u. Phys. 38, 1931, 173—198.

o existencii duše ako faktora podstatne odlišného od hmoty. Išlo by teda o odmietnutie axiómy (21.4) z toho dôvodu, že syntetická veta, vypovedajúca o existencii nadhmotných faktorov, je nepravdivá, alebo že veta (21.4) je neverifikovateľná pre nejasnosť pojmov a ich vzťahov, čo by teda spadalo do momentov, ktoré sme už spomínali.

No axiómu (21.4) by mohol odmietnuť ako zbytočnú aj dualista, ktorý inakšie pevne verí v nesmrteľnosť duše, a to z toho dôvodu, že táto axióma nepatrí do psychológie, ale napríklad do pneumatiky, teda z toho istého dôvodu, pre ktorý odmieta fyzik axiómu (21.3). Z tých istých dôvodov odmieta právom fyzik axiómu:

(21.5)...„Sila je príčinou pohybu.“¹

Hlavné momenty, ktorými sa riadime pri výbere axiém, by boli teda tieto:

- a) pravdivosť a verifikovateľnosť axiómy ako syntetickej vety;
- b) nevyhnutnosť axiómy, aby sme mohli v spojení s axiómami inými odvodiť všetky druhé vety systému;
- c) logická nespornosť axiómy s axiómami inými;
- d) prípadná zbytočnosť axiómy.

22. Podobné momenty rozhodujú aj o voľbe základných definícií, ktoré chceme postaviť na čelo systému. Rozhodne už nie je možné prijať stanovisko logicistov, že všetky definície sú pravdivé; nemá predsa nijaký zmysel hovoriť o pravdivosti alebo nepravdivosti výrokov, ktorých platnosť či neplatnosť závisí od nášho rozhodnutia.

Uvážme momenty, ktoré rozhodujú o prijatí či neprijatí definícií na týchto príkladoch:

(22.1)...„Človek je živočích rozumný.“

(22.2)...„Organické látky sú také látky, ktoré vie vytvoriť iba živý organizmus.“

(22.3)...„Hmotný gram je hmota 1 cm³ H₂O pri 4° C.“

(22.4)...„Duch je bytosť s rozumom a slobodnou vôľou, ktorá však nemá telo.“

Predstavme si, že by sa nám podaril styk s nejakou planétou našej slnečnej sústavy a že by sme na nej našli rozumné bytosti. Boli by sme potom postavení pred alternatívu: alebo zmeníme definíciu (22.1) na

(22.5)...„Človek je živočích rozumný, ktorý vznikol na našej zemeguli,“

pričom by sme mohli ponechať všetky druhé axiómy príslušnej sústavy a nemuseli teda v nej meniť odvodené vety, alebo ponecháme v plat-

¹ Otázku, či vety, ktoré vyslovujú niečo o zákone príčinnosti, majú miesto v analytických systémoch, pokúsil som sa riešiť v článku *Metafyzika a prírodné vedy*, Filozofický zborník MS, 1943, 20—37, 88—102.

nosti definíciu (22.1), budeme však nútení pozmeniť prípadne aj axiómy druhé alebo aspoň určitý počet viet v príslušnej sústave odvodených.

To isté sa nám už aj prihodilo s definíciou (22.2). Keď ju dnes vyslovíme pred chemikom, akiste sa ohradí, že „to nie je pravda“. Pretože dnes uznáva definíciu inú, zmenila sa mu veta (22.2) z definície zasa na syntetickú vetu, z ktorej bola vyšla, a to dokonca na vetu nepravdivú. Boli by sme, pravda, mohli ponechať v platnosti aj definíciu (22.2), bolo by to však nepohodlné, vymedzovalo by to príužku triedu, ktorá sa ešte k tomu neprestajne zužuje, ba o ktorej právom sa úfame, že sa v dohľadnom čase stane triedou celkom prázdnu. To by prirodzene malo za následok, že by sme museli neprestajne meniť celý rad viet v príslušnom systéme.

Mohlo by sa konečne aj stať, že definícia, ktorá je v jednom vednom systéme vhodná, je v druhom nevyhovujúca. Definícia (22.4) je úplne neupotrebitelná pre materialistu, vymedzuje mu prázdnu triedu, s ktorou nevie, čo robiť. Pre toho, kto uznáva filozofiu kresťanskú, dáva definícia (22.4) v spojení s axiómami a definíciami inými sústavu veľmi dôležitú, aj keď so stanoviska človeka ozaj vedecky mysliaceho ťažko prijateľnú. Materialista ju právom odmieta z tých istých dôvodov ako axiómu (21.4).

Dôvody, pre ktoré definíciu odmietame alebo prijímame, tkvejú zasa v jej pôvode.

Pojmy „živočích“, „rozumnosť“, „duch“, „vôľa“, „hmotnosť“ sú pojmy predvedecké, ktoré človek — hoci aj nejasno — chápal, alebo aspoň myslel, že chápe, ešte prv, ako začal zostavovať analytické systémy vedecké.

Čo je človek, chápal aj primitív. Keď sa zistilo, že človek je vlastne aj živočích, bolo možné vysloviť syntetickú vetu: „Človek je živočích rozumný.“ Keď sa napokon usúdilo, že atribút „rozumný“ je možné prisúdiť práve iba človeku, ukázalo sa, že pojem „človek“ je možné vždy nahradiť pojmom „živočích rozumný“, a naopak; veta syntetická stala sa tak definíciou (22.1). Len čo by sa však ukázalo, že obidva pojmy nemôžeme všade a vždy „substitui salva veritate“, ako hovorí Leibniz, mení sa (22.1) zasa na vetu syntetickú, ktorá môže byť pravdivá alebo nepravdivá. V našom prípade sa napríklad definícia (22.2) zmenila tak na syntetickú vetu nepravdivú.

Složitejším by sa videl prípad definície (22.3), ktorý vlastne iba tvorí pojem hmotného gramu, ktorý pred vyslovením definície nemá nijaký smysel. Aj ona však tkvie v určitých predvedeckých pojmoch, napríklad „množstvo hmoty“, „teplota“ atď.; aj ona sa

spolieha na pravdivosť a vôbec verifikovateľnosť veľkého počtu syntetických viet, napríklad: „Množstvo hmoty v určitom objeme vody závisí, pravda, od teploty, no nie od času,“ čo by mimochodom nemusela byť ani veta pravdivá. Aj keď teda definícia (22.3) nie je priamo svojím pôvodom veta syntetická, opiera sa jej vyslovenie o veľký počet viet syntetických, ktoré treba verifikovať a ktoré sa môžu ukázať práve tak pravdivými ako nepravdivými. Podľa toho, ako rozhodneme o týchto vetách, stáva sa definícia (22.3) vhodnou alebo nevhodnou.

23. Môžeme teda zasa tvrdiť, že všetky definície (zatiaľ, pravda, s výnimkou definícií matematických a logických, o ktorých budeme hovoriť neskôr) sú svojím pôvodom vety syntetické, dostatočne verifikované alebo aspoň vyslovené na základe iných viet syntetických, dostatočne verifikovaných. Nieto teda ani podstatného rozdielu medzi axiómami a definíciami, postavenými na čelo systému. Nemôžeme teda ani tieto definície voliť celkom ľubovoľne, ich voľba je určovaná tými istými momentami ako voľba axióm.

Toto všetko, pravda, platí iba pre definície, ktoré stavíme na čelo systému, a nie pre definície, ktoré tvoríme vo vnútri systému s axiómami už pevne zvolenými. Pre tvorenie definícií vo vnútri systému stačí dbať na niekoľko pomerne jednoduchých logických pravidiel, čo, pravda, zasa súvisí s voľbou systému takýchto pravidiel, o čom budeme hovoriť pri skúmaní viet logických. Vo vnútri systému neodmietneme teda ani definície tried prázdnych, môžu tu mať svoj význam. Ak sú napríklad A a B dve triedy, potom veta:

$$A \cup B = \wedge$$

je pohodlným a exaktným vyjadrením, že A a B nemajú spoločné prvky.

Vo vnútri systému sú definície vlastne iba zavádzaním mien¹ a platí teda o nich Millov výrok, že „definitions are of names and of names only“. Slúžia tu v podstate iba na skrátenie složitejších výrazov. Označme napríklad triedu živých bytostí „Ž“, triedu bytostí rozumných „R“; potom definícia triedy človek, označenej „Č“:

$$(23.1) \dots, \text{Č} =_{\text{Df}} (\text{Ž} \cup \text{B})$$

je ozať iba nominálnou definíciou, ktorá dáva meno novej triede, pravda, iba v rámci daného systému, nevypovedá nič o reálnom svete, kým definícia (22.1), postavená na čelo systému, vypovedá aj čosi s obsahovej stránky. To isté prirodzene platí aj o definíciách (17.1) alebo (22.3).

¹ Dubislav, *Die Definition*, Leipzig 1931.³

Vo vnútri systému nevypovedá definícia nič ani o existencii definovaných pojmov, ak ju však chceme postaviť na čelo systému, akiste si postavíme aj podmienku, aby pojmy v nej obsiahnuté aj existovali.

Mohlo by sa tu azda namietat, že o existencii môžeme hovoriť iba ak ide o jednotlivé konkrétne veci, teda napríklad o existencii „tohto stromu tu“ a že obecný pojem stromu „strom vôbec“ je zasa len menom, ktoré sme si zaviedli. Keď si však uvedomíme, že o existencii „tohto stromu“ môžeme hovoriť iba vtedy, keď sme už takéto pomenovanie zaviedli, dostaneme sa do podobného bludného kruhu ako na začiatku pri úvahách o protokolových vetách.

Jediným východiskom je tu zasa stanovisko dialektické. Všeobecný pojem stromu existuje práve v jednotlivých prípadoch „tohto stromu“, každý „tento strom“ je aj „strom vôbec“. Slovom všeobecný pojem participuje vo svojej existencii na jednotlivých konkrétnych prípadoch. Formalisti, ktorí hovoria vždy len o systémoch analytických, zanedbávajú dôsledne túto participáciu „triedy“ v jej existencii na existencii elementov. V rámci analytického systému je to, pravda, správne, tu už netreba, ba neslobodno hovoriť o existencii, tu ide iba o vzájomné vzťahy viet bez ohľadu na ich obsah; keď však zvolíme vetu za axiómu, alebo postavíme definíciu na čelo systému, musíme prizerať aj k obsahu a potom tiež treba si uvedomiť, že má smysel hovoriť aj o existencii všeobecného pojmu.

Vcelku teda možno tvrdiť, že voľba definícií je určovaná tými istými momentami ako voľba axióm a že aj tu vychádzame zo syntetických viet, dostatočne verifikovaných a za pravdivé uznaných.

25. Ostáva teda ešte otázka, čo nás donúti zvolený systém meniť. Vznikajú tu dva prípady, ktoré si ujasníme na príklade.

a) V analytickom systéme biologie odvodíme napr. vetu:

(25.1) . . . „Každý živočích potrebuje k životu nevyhnutne kyslík.“

Prevedme túto vetu na syntetickú, t. j. naplňme ju obsahom; zvolíme nejaký element triedy „živočích“ a budeme verifikovať empiricky vetu:

(25.2) . . . „ a je živočích a a teda potrebuje nevyhnutne k životu kyslík.“

Povedzme, že zistíme, že veta nie je pravdivá. Živočích a splňuje všetky podmienky, aby mohol byť zaradený do triedy „živočích“, no jednako sa ukáže, že môže žiť aj bez kyslíka. Je teda jasné, že axiómy a definície, ktoré sme pre analytický systém biologie zvolili, nie sú správne, t. j. vhodné a použiteľné. Keď je systém inakšie dobre vypracovaný, ponecháme ho zatiaľ v platnosti a jednoducho si pamätáme, že je tu akási odchýlka, výnimka. Keď sa takých výnimiek

nájde viac, aby sme už na ich základe mohli voľiť nový systém axiém a definícií, pokúsime sa o taký nový systém. Aj keď však ponechávame systém starý, sme si vždy dobre vedomí, že stačí jedna jediná nepravdivá veta typu (25.2) a celý systém stáva sa podozrivým; pri každom ďalšom odvodzovaní viet musíme byť opatrní. V praxi totiž zvyčajne z technických dôvodov nerobíme kontrolu pri každej novoodvodenej vete a uspokojujeme sa len viac alebo menej náhodne vykonanými príležitostnými skúškami. V systéme „podozrivom“ sme však už nútení robiť takéto skúšky sústavne, aby sme nahromadením verifikovaných syntetických viet mohli dôjsť k novej, vhodnejšej sústave axiém.

b) V analytickom systéme viet fyzikálnych odvodíme napr. stavovú rovnicu van der W a a l s o v u :

$$(25.3) \dots \left(p + \frac{a}{v}\right) (v - b) = RT$$

a urobíme jej kontrolu tým istým spôsobom ako v predchádzajúcom prípade: zvolíme si určitý plyn, napríklad dusík, zatvoríme ho do priestoru 1 m^3 a zohrejeme ho z 15° C na 70° C . Ak zmeriame jeho tlak, určite sa nebude presne shodovať s tlakom, ktorý vyrátame z rovnice (25.3), v ktorej, pravda, za a a b dosadíme hodnoty podľa tabuliek. Ten istý výsledok dostaneme pri najrozličnejších plynch, objemoch a teplotách; namerané a vyrátané hodnoty budú súhlasiť iba celkom výnimočne. Mali by sme teda vlastne celý analytický systém zavrhnúť a hľadať axiémy iné. V praxi to však urobíme iba vtedy, keď odchýlky medzi hodnotami vyrátanými a nameranými budú veľké, pri odchýlkach malých nielen že systém ponecháme, no nebudeme ho pokladať ani za podozrivý. Príčina je očividne v tom, že sme v systéme fyzikálnych viet použili matematiku.

Rozhodnutie o tomto prípade treba teda odložiť, pokiaľ nepreskúmame vety matematické a ich použitie.

26. Keď sme si teda ujasnili vznik a význam analytických viet a systémov, môžeme konečne rozhodnúť, či možno v tomto prípade hovoriť o absolútnej pravdivosti.

Zo všetkých predchádzajúcich úvah vyplýva, že tvorenie analytických viet a systémov nie je ešte tvorením viet o reálnom svete, či už pravdivých alebo nepravdivých. Analytický systém je prostým nástrojom, ktorým urovnávame, triedime syntetické vety a ujasňujeme ich vzájomné vzťahy. Ak môžeme odvodiť v analytickom systéme vetu, ktorá sa vo svojom syntetickom znení ukáže pravdivou, je to v dôsledku toho, že zvolené axiémy dobre vystihujú zákonitosť sveta. Sám analytický systém túto zákonitosť nereprezentuje, participuje

len na nej prostredníctvom zvolených axióm, ktoré svojím pôvodom sú syntetické vety, dostatočne verifikované. Logická konzistencia systému nám pomohla ujasniť si súvis novej syntetickej vety s vetami, ktoré sme položili na čelo systému ako axiómy, tento súvis však už bol obsiahnutý v zákonitosti, vyjadrenej syntetickými vetami, zvolenými za axiómy.

Pomer analytického systému k systému syntetickému je ten istý ako pomer fyzického nástroja k našim subjektívnym procesom. Fyzický nástroj pomáha zbystriť pozorovacie schopnosti našich smyslov, nevytvára však sám osebe ešte nijaké nové poznanie; toto poznanie vzniká až na základe našich subjektívnych procesov. Práve tak tvorenie analytických systémov neznačí vytváranie nových pravdivých či nepravdivých viet, netvorí slovom nové poznanie, pomáha iba ujasniť vzájomný vzťah syntetických viet a až vety syntetické, vyslovené na základe tohto ujasnenia, prinášajú ozaj nové poznanie.

Práve tak však, ako nehovoríme o pravdivosti nástrojov fyzických, nemá smysl hovoriť ani o pravdivosti alebo nepravdivosti analytickej vety alebo analytického systému. Mikroskop, ktorý skresľuje, nie je ani pravdivý ani nepravdivý, je len nevhodný; nepravdivé budú iba vety, ktoré vzniknú na základe pozorovania takýmto nevhodným mikroskopom. A práve tak je analytický systém vhodný, ak ním dospievame k syntetickým vetám pravdivým, a nevhodný, ak nás vedie k syntetickým vetám nepravdivým.

Sú teda všetky spory o to, či sú analytické vety absolútne pravdivé a či nie a či je analytický systém schopný reprezentovať reálny svet, zbytočné a nejasné. Analytickým vetám neprislúcha ani pravdivosť ani nepravdivosť, tým menej, prirodzene, dokonca azda pravdivosť absolútna.

Niečo iné je, pravda, logická správnosť systému, ktorou sa budeme zaoberať v nasledujúcich paragrafoch. Ak logicisti a formalisti chcú aj logickú správnosť volať pravdivosťou, zavádzajú tým vlastne nový význam pojmu „pravdivosť“; mohli by sme ju azda označiť ako pravdivosť logickú na rozdiel od pravdivosti objektívnej alebo použiť staršiu terminológiu a hovoriť o pravdivosti formálnej a materiálnej. Keby sa tieto pojmy ozaj presne rozlišovali, bola by to vlastne skôr otázka terminologická. V skutočnosti však sa práve často tvrdí, že pravdivosťou sa myslí len a len pravdivosť logická, t. j. logická konzistencia viet;¹ že sa tým dostávame nebez-

¹ Porov. napr. Tarski, *Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen*, *Studia philosophica* I, 1935, alebo Kokszyńska, *Über den Wahrheitsbegriff und einige andere semantische Begriffe*, *Erkenntnis* VI, 1936, 143—165.

pečne blízko k idealizmu, pokúsil som sa dokázať v úvodných paragrafoch.

Pri všetkých doterajších úvahách vylučovali sme zatiaľ vety logické a matematické; bolo treba si napred ujasniť vznik analytických systémov a rozhodnúť o ich pravdivosti.

V konečných úvahách o vetách logických a matematických stačí už iba rozhodnúť, či tvoria práve taký analytický systém ako vety druhé a či nemajú azda nejaké výlučné postavenie.

II. Logické a matematické vety

A. Logické vety

27. Na prvý pohľad by sa zdalo, že vety logické majú nielen osobitné postavenie medzi ostatnými vetami, no že sú aj podstatne iného druhu.

Pri zostavovaní a odvodzovaní viet v analytických systémoch používame totiž určité pravidlá, od ktorých vyžadujeme iba logickú nespornosť a neverifikujeme ich naplnením obsahom. Zdá sa teda, že systém týchto pravidiel nie je podmienený skúsenosťou a nepotrebuje nijakú verifikáciu, že je teda apriórny. Ba vidí sa, že axiómy, ktoré stavíme na čelo takého systému pravidiel sú nielen samy v sebe pravdivé, no priamo nevyhnutné alebo aspoň evidentné, takže ich prosto každý musí prijať bez verifikácie. V tejto predstave nás utvrdzuje aj okolnosť, že ich môžeme použiť v každom systéme analytickom, ba že ich používame aj pri tvorení viet syntetických a vôbec pri každom myslení vedeckom alebo predvedeckom.

28. Aby sme si uvedomili, ako to teda vlastne je, budeme sledovať vývin takejto sústavy pravidiel historicky; uvážime vznik troch, respektíve štyroch základných pravidiel logických tak, ako ich uznáva klasická logika: vetu o identite, o spore a o vylúčenom treťom, prípadne aj vetu o dostatočnom dôvode.

28. Na určitom stupni vývinu došiel človek k presvedčeniu, že veci sú od seba izolované a že napr., ak toto je stôl, nemôže to byť súčasne aj ryba. Primitívi, pravda, ešte ani dnes nemajú toto presvedčenie, ešte aj dnes veria napríklad, že sú súčasne papagájmi, alebo že obilie je súčasne aj jeleň, alebo že drevená doštička je súčasne aj nejaký predmet z ich okolia.¹ Konečne aj dnes sa ešte tvrdí v kresťanskej filozofii, že hostia je súčasne chlieb aj telo Kristovo.

¹ L é v y - B r u h l, *Les fonctions mentales dans les sociétés inférieures*, Paris 1910, 131—133.

Keď však opustil človek stanovisko mystické a magické, došiel k presvedčeniu, že ak toto je kameň, nie je to súčasne aj jablko a ak je tento kameň biely, nie je súčasne aj červený.

Skrslo tak jednoduché pravidlo:

(28.1)... „Ak je niečo A , potom je to A , a nie je to B .“

Toto pravidlo, pravda, na každom kroku užívame, aj keď si to azda výslovne neuvedomujeme. Keď mám v ruke horiacu zápalku, som si vedomý, že ju môžem použiť, ako to práve od horiacej zápalky očakávam podľa skúsenosti, a že ňou teda napríklad nemôžem uhasiť smäd.

Pri komplikovanejšom systéme viet a pri bohatšej zásobe všeobecných pojmov sa však čoskoro ukáže, že vetu (28.1) nemôžem vždy použiť tak celkom bez rozmyšľania. Nemôžem napríklad povedať: „Toto je kameň, a nie je to teda súčasne socha.“ V presnej formulácii by sme to vyjadrili tak, že trieda „kameň“ a trieda „socha“ majú spoločné prvky. Veta (28.1) je teda vetou, ktorú treba v každom špeciálnom prípade znovu verifikovať, môže byť práve tak pravdivá ako nepravdivá.

Ak teda zostavujem systém syntetických viet, môžem vetu (28.1) pokojne použiť ako pravidlo; keď však mám zostaviť systém viet analytických, bola by veta (28.1) nepoužiteľná, lebo by ju bolo treba vždy v rámci systému znova verifikovať. Na zostavovanie systému analytického musím však mať pravidlá, t. j. vety, ktoré určujú, aký vzťah je správny a aký nie, a to také, aby vo vnútri systému platili vždy a bez dodatočnej verifikácie. Ba budeme dokonca chcieť, aby sme tieto pravidlá mohli použiť na všetky analytické systémy vôbec.

Že je možné nájsť taký systém pravidiel, nemusí nás nijako prekvapovať po úvahách o participácii analytických systémov na zákonitosti sveta prostredníctvom syntetických viet, ktoré sme zvolili za axiómy.

Aby to však bolo možné, musíme si vytvoriť zasa analytickú sústavu pravidiel, musíme si určité pravidlá zvoliť za axiómy, o ktorých pravdivosti už nechceme pochybovať a ktoré vnútri systému nepodliehajú kritike.

29. Ak chceme vetu (28.1) použiť ako pravidlo v analytickom systéme, musíme ju teda upraviť. Jej prvá polovička:

(29.1)... „Ak x patrí do nejakej triedy, potom do nej ozaj aj patrí,“

je ako syntetická veta spoľahlivá a užitočná, hovorí nám napríklad, že
(29.2)... „Ak je táto vec nôž, potom ju ozaj môžem ako nôž aj použiť,“

a okrem toho nás ubezpečuje, že:

(29.3)...„Ak patria dve veci do tej istej triedy „nôž“, môžem ich — pravda, v určitých okolnostiach — použiť tým istým spôsobom,“ a napokon vyjadruje kontinuitu vecí:

(29.4)...„Ak je táto vec teraz nožom, bude nožom aj v budúcnosti.“

To všetko sú prirodzené vety, vyjadrujúce dôveru v zákonitosť sveta a v kontinuitu vecí; podliehajú teda verifikácii a môžu byť niekedy pravdivé a inokedy nepravdivé. Napríklad kontinuita vecí, takto chápaná, rozplýva sa v chápaní hmoty, akému nás učí moderná fyzika.

Ak zvolíme vetu (29.1) za axiómu v analytickom systéme pravidiel, stráca jej smysel, vyjadrený vetou (29.2), význam, táto veta by potom už len tvrdila, že platí definícia, ktorú som raz prijal. To však je už dostatočne vyjadrené tým, že som práve túto definíciu zvolil.

No smysel, vyjadrený vetou (29.3), zostáva zato dôležitý a potrebný, treba však tu ešte vylúčiť možnosť a potrebu dodatočných verifikácií; vieme totiž zo skúsenosti, že nemôžeme dve veci, spadajúce do triedy napríklad „nôž“, použiť vždy tým istým spôsobom. V určitých okolnostiach nemôžem napríklad použiť malý nožík tým istým spôsobom ako ťažký, veľký nôž. Keď však zdôrazním túto znameniteľnosť, a to práve v určitých, presne vymedzených okolnostiach, dostávam dôležitú vetu:

(29.5)...„Dve veci, ktoré v určitých, presne vymedzených okolnostiach môžem použiť tým istým spôsobom, sú totožné.“

V tejto forme môžem už vetu (29.5) použiť ako definíciu totožnosti v smysle, ako ju vyslovil Leibniz: totožné sú dve veci, ak sa môžu „substitui salva veritate“ — pravda, len v presne určených okolnostiach. V presnej formulácii by teda táto definícia znela:

$$(29.6) \quad \begin{aligned} &“(x = y) =_{\text{Df}} [f_1(x) \cdot f_2(x) \cdot \dots \cdot f_n(x)] \supset \\ &[f_1(y) \cdot f_2(y) \cdot \dots \cdot f_n(y)].”^1 \end{aligned}$$

Z tretieho smyslu vety (29.1) bolo by treba vylúčiť moment časový; aj z predvedeckého života vieme, že veci skrášajú z vecí iných a zanikajú premenou na iné. Keby sme teda chceli toto znenie zvoliť za axiómu, bolo by to možné iba vo forme vety (29.2).

¹ Náročky nepoužívam logicistickú formulu: $(x = y) =_{\text{Df}} (f) [f(x) \subset f(y)]$; máme predsa pojmy, ktoré sú totožné vo vzťahu práve len k presne určeným okolnostiam, vyjadreným konečným počtom f . „Napoleon“ a „vítaz pri Slavkove“ sú pojmy totožné v histórii, no nie v gramatike.

Ak niekto chce použiť túto vetu ako axiómu, nemožno mu v tom, pravda, brániť; ak napríklad tvrdí T v r d ý,¹ že iba touto axiómou dostáva smysel každá definícia a každý pojem, má do istej miery pravdu. Myslím však, že táto axióma je vlastne obsiahnutá už v tom, že definície vôbec vyslovujeme a že pojmy tvoríme, a že je teda vlastne z druhých axiém odvoditeľná. V každom prípade vyslovuje empirický fakt, spomínaný už v úvodných úvahách tejto štúdie, že totiž našim vnemom vôbec môžeme dávať mená; nie je teda táto veta ničím apriorným alebo evidentným.²

30. Podobný osud má i druhá polovička vety (28.1). Ak má mať všeobecnú platnosť, dostane tvar:

(30.1)...,,A nie je súčasne B, ak sa triedy A a B vzájomne vylučujú.“

Ak označíme triedu vecí, pre ktoré má nejaký výrok smysel, C, triedu vecí, pre ktoré je tento výrok pravdivý, A a triedu, pre ktorú je nepravdivý, B, sú A a B komplementárne podtriedy triedy C.

(30.2)...,, $B = C - A$.“

Takouto komplementárnou triedou je definovaná negácia, B je non-A. Definícia má, pravda, smysel iba vtedy, ak je presne vymedzená aj trieda C; musia platiť vzťahy:

(30.3)...,, $C = A \cup B$ “, $A \cap B = \Lambda$.

Zásada vylúčeného tretieho je potom bezprostredným dôsledkom tejto definície; zo vzájomnej komplementarity obidvoch tried plynie aj veta o dvojnásobnej negácii.

V úsilí, zvoliť triedu C pokiaľ možno všeobecne, zachádza sa niekedy až príďaleko a zavádza sa „univerzálna trieda“, ktorá obsahuje všetky veci *vôbec*. Non-A by potom bolo definované vetou:

(30.4)...,,Non-A je všetko možné iné, iba nie A.“

Tak to doslovne hovorí napríklad T v r d ý;³ ba dokonca aj v logistickej učebnici Benetta a Baylisa⁴ sa tento druh negácie pripúšťa (autori ho volajú negáciou kontradiktorkou na rozdiel od komplementárnej). Hoci autori priznávajú, že pojem univerzálnej triedy je nejasný, jednako označujú obidva druhy negácie tým istým symbolom.

¹ T v r d ý, *Logika*, Praha 1937, 104.

² Porov. napr. W a i s m a n, *Über den Begriff der Identität*, Erkenntnis VI, 1936, 56, 64.

³ T v r d ý, *Logika*, Praha 1937, 92.

⁴ Bennett and Baylis, *Formal Logic, A modern Introduction*, New York 1946, 78—79.

Zásada o vylúčenom treťom a dvojnásobnej negácii by, pravda, vyplývala aj z takejto definície, no pojem univerzálnej triedy je nejasný a vedie k známym antinómiám.

Všetky tri základné vety klasickej logiky nie sú teda nijakými apriornými pravdami absolútnymi, sú to zasa iba vety pôvodom syntetické, ktoré sme ako definície totožnosti a negácie postavili na čelo systému.

31. Zvýši ešte zásada dostatočného dôvodu, ktorú niektorí logici (napr. logicisti) popierajú ako axiómu, iní zasa, ako napríklad Tvrďý,¹ ju pokladajú za axiómu najdôležitejšiu.

No aj táto zásada je svojím pôvodom veta syntetická a vyslovuje dôveru v zákonitosť sveta:

(31.1)....„Ak sa niečo stane vo svete, stane sa to preto, že sa stalo aj niečo iné,“

čo je vlastne tvrdenie o determinovanosti sveta; ak ju vzťahujeme aj na naše myslenie, vyjadruje vlastne tvrdenie, že aj naše myslenie je determinované:

(31.2)....„Keď nejako myslím, myslím tak z určitých dôvodov.“

Je pozoruhodné, že túto zásadu vyslovujú aj tí, čo inakšie v priamom protiklade k nej hlásajú „slobodu“ ducha, ktorý myslí.

Ak, pravda, má byť veta (31.1) axiómou analytickej sústavy logických viet, musí sa zmeniť na tvar:

(31.3)....„Keď odvodíme nejakú vetu z axióm, potom to robíme podľa určitých pravidiel,“

pripadne na tvar:

(31.4)....„V systéme analytických viet pripúšťame iba také vety, ktoré môžeme nejako použiť.“

V obidvoch prípadoch — (31.3) aj (31.4) — je vlastne táto axióma mlčky vyjadrená už tým, že nejaké také pravidlá pomocou axióm stanovíme a že tieto axiómy vhodne volíme.

V znení (31.3) je to vlastne axióma celkom zbytočná, veď k systému nepripájame ani axiómu: „A všetky tieto axiómy platia“ alebo: „Axiómy môžeme postaviť na čelo systému.“

V znení (31.3) je táto axióma v rámci samého systému nepoužiteľná, prichádza do úvahy pred zostavením systému pri voľbe axióm a po zostavení systému, keď vety v ňom odvodené verifikujeme sémanticky. V obidvoch prípadoch vyslovuje však presvedčenie o zákonitosti sveta a do analytického systému nepatrí. Mali teda pravdu aj Leibniz aj Schopenhauer: veta o dostatočnom dôvode vyjadruje alebo zákonitosť reálneho sveta, potom však nepatrí

¹ Tvrďý, l. c. 203.

do analytického systému logických viet, keďže je to veta syntetická, vypovedajúca o skutočnostiach reálneho sveta, alebo je to veta analytická, nevypovedajúca nič o reálnom svete, ktorá iba tvrdí, že vety v systéme odvodzujeme podľa istých pravidiel, ktoré sme určili pomocou axióm.

32. Analytický systém logických pravidiel nelíši sa teda nijako od analytických systémov iných, má však medzi nimi svoje význačné postavenie: určuje totiž pravidlá, podľa ktorých urovnávame systémy iné a podľa ktorých v nich odvodzujeme vety z axióm. Nemusí nás pritom nijako prekvapovať, že vlastne analytický systém logických viet sa riadi sám svojimi vlastnými pravidlami. Tieto pravidlá sú obsiahnuté už v samých axiómach, ďalšie složitejšie vety logické sú už len z axióm odvodené. Nie je teda ani správne hovoriť, že systém logických viet je normatívny a iné systémy nie. Každá axióma v každej sústave analytických viet má tú istú hodnotu normatívnu.

Mohli by sme povedať, že osobitné postavenie logiky proti iným systémom je v tom, že iné systémy analytické sú nástrojom poznania, logika je nástrojom na výrobu nástrojov. Aj logika však je podrobená verifikácii, ktorú robíme práve tak ako v iných systémoch, pravda, nepriamo. Tým istým spôsobom kontrolujeme nástroje na výrobu ďalších nástrojov v technickej či fyzikálnej praxi — zisťujeme totiž, či sekundárne vyrobené nástroje sú vhodné alebo nevhodné. Touto nepriamou verifikáciou, ktorú zasa prirodzene konáme porovnaním s protokolovými vetami, keď sme boli odvodenú analytickú vetu naplnili obsahom, skrísa dojem, že logické vety nepotrebujú verifikáciu touto cestou.

Ak sa ukáže nemožnosť upraviť systém axióm v nejakej sústave analytických viet tak, aby pri verifikácii sa jeho vety ukazovali pravdivými, zistíme tým aj nevhodnosť pravidiel, podľa ktorých sme systém zostavovali a vety odvodzovali a musíme hľadať pravidlá nové.

Moderná prirodoveda vynútila si tak niektoré revízie klasickej logiky — napríklad revíziu logicistickú, ba aj pokusy o celkom novú sústavu — napríklad pokusy o logiku viachodnotovú a pravdepodobnostnú.

33. Najťažším problémom sú, pravda, objavy modernej fyziky, ktoré najprv narušili podstatne predstavy o kontinuite a izolovanosti vecí a zjavov a napokon ukázaly aj nevhodnosť definícií non- A ; zistilo sa napríklad, že je možné súčasne pokladať za pravdivé vety: „Hmota je spojitá“ a „Hmota je nespojitá.“ Keby teda pojmy „spojitosť“ a „nespojitosť“ boli v pomere A a non- A , nedostávali by sme

pri použití axióm klasickej logiky v analytickej sústave viet fyzikálnych vety verifikovateľné.

Analytický systém viet fyzikálnych je nepoužiteľný, ak odvodzujeme vety podľa pravidiel klasickej logiky, stáva sa však použiteľným, ak použijeme pri zostavovaní aj odvodzovaní pravidiel logiky dialektickej.

Definícia non-*A* a veta o vylúčenom treťom nestáva sa tým, pravda, nepravdivou, keďže veta analytická a tým menej definície, postavené na čelo systému, nie sú ani pravdivé ani nepravdivé; tento systém axióm stal sa prosto nepoužiteľným. Pokiaľ ide o sám systém klasickej logiky osebe, má pri svojej nepoužitelnosti aj svoju autonómiu a možno v ňom spokojne odvodzovať vety, ktoré sú logicky konzistentné a v rámci systému nevedú k antinómiám.

Preto sa azda tiež ujalo pomenovanie logiky klasickej a logistickej ako logiky formálnej na rozdiel od dialektiky, ktorá vychádza zo syntetických viet verifikovaných a aplikáciou ktorej možno v analytických systémoch odvodzovať vety, ktoré sa pri verifikácii ukážu pravdivými.

Nie je, pravda, z uvedených dôvodov možné zavrhnúť úplne logiku „formálnu“; na určité úzke, špeciálne problémy môže poslúžiť aj ona ako akási aproximácia — práve tak ako používame geometriu euklidovskú ako aproximáciu, aj keď vieme, že jej axiómy sú ako syntetické vety nepravdivé.

34. Úlohou tejto práce nie je, pravda, kritika rozličných sústav logických, prípadne obhajoba dialektiky, ide tu iba o riešenie otázky, či prislúcha analytickým systémom pravdivosť alebo nepravdivosť a či logické vety tvoria nejaký výnimočný systém, aby sme v záverečnej úvahe mohli rozhodnúť ten istý problém pre vety matematické. Mohlo by sa, pravda, zdať, že neprestajnými úvahami o pravdivosti či nepravdivosti viet staviame sa aj my na stanovisko formálnej logiky a uznávame vetu o vylúčenom treťom.

Pravdivosť a nepravdivosť sú, pravda, vo vzťahu kladu a negácie, no nemusí to byť práve negácia, definovaná formálnou logikou.

Keď pozorujeme svetlo ako vlnenie napríklad pri prechode z jedného prostredia do druhého, je veta: „Svetlo je spojité“ pravdivá, keď však pozorujeme svetlo ako prúd fotónov — napríklad pri chemickom pôsobení svetla — je zasa pravdivá veta: „Svetlo je nespojité.“ V oboch prípadoch môžeme príslušné vety verifikovať a ukážu sa pravdivými. Keby obidve vety boli v pomere *v* a *v̄* v smysle definície (30.2), stačilo by verifikovať vetu prvú, druhá by bola bez

¹ Porov. napr. C a r n a p, *Abriss der Logistik*, Wien 1929, 6—7.

verifikácie jasne nepravdivá a bolo by zbytočné ju verifikovať. Vety v a $\bar{v}$ by prirodzene v tom istom systéme analytickom nemohly byť obsiahnuté. V skutočnosti vidíme, že v tom istom systéme obsiahnuté byť môžu, ba musia, pri verifikácii ukázu sa obidve pravdivými. Možnosť verifikácie nie je teda prijatím dialektiky narušená a vývody o verifikácii analytických viet nestrácajú na platnosti.¹

B. Matematické vety

35. Keby sme pristúpili na stanovisko logicistov, že matematika je iba jedným z odborov logiky, bola by už naša úloha splnená. Vec však nie je taká jednoduchá. Je pravda, že aj pri zostavovaní systému viet matematických a pri odvodzovaní nových viet v ňom používame logické pravidlá, tak ako pri systémoch iných, no treba postaviť i na čelo takého matematického systému určité axiómy a definície. Ak, pravda, aplikujeme exaktnú symboliku matematiky na logiku (o aplikácii matematiky na iné systémy a o tom, ako sa táto aplikácia robí, bude reč neskôršie) a vytvoríme tak logistiku, nemôže nás prekvapíť, že sa nám podarí zasa nazad z logických viet odvodiť vety matematické; práve tak by fyzik, ktorý s úspechom použije vo fyzike fakt, že môže napred sčítať a potom násobiť a dostane to isté, ako keď napred násobí a potom sčíta, mohol zasa nazpät usúdiť, že teda v matematike platí: „ $a \cdot (b + c) = ab + ac$.“

Keď však matematika nie je iba súčasťou logiky a keď chceme skúmať systém matematických viet, musíme zasa prizrieť, ako taký systém vlastne vzniká.

36. Primitív odmietne odpoveď na otázku, koľko bude dovedna člnov, ak sú tu už tri a ak prídu ešte ďalšie dva, a odôvodní svoje odmietnutie tým, že tie dva nové patria hosťom a nie je teda možné smiešať ich s pôvodnými.² Má so svojho stanoviska pravdu; pre nás je v tejto úlohe slovo čln len akýmsi reprezentantom ľubovoľných predmetov, ktoré sčítame, pre primitíva je to ozajstný čln, ku ktorému prislúcha aj jeho majiteľ s právom ním disponovať. Práve tak malo pravdu malé dieťa, ktoré mi odpovedalo na otázku, koľko bude mať korún, ak mu matka pridá k tej, čo už má, ešte jednu: „Pokiaľ mám túto, mamička mi novú nedá!“

¹ Podrobné úvahy o dôsledkoch tohto stanoviska nie sú, pravda, už úlohou tejto práce, nejde mi ani o kritiku ani o obhajobu určitej logiky, no výhradne o dôkaz, že analytickým systémom neprislúcha ani pravdivosť ani nepravdivosť, nech už tieto pojmy chápeme v smysle hociktovej logiky.

² Wertheimer, *Drei Abhandlungen zur Gestalttheorie*, Erlangen 1925, I, § 4.

Primitív práve tak ako dieťa neabstrahuje pri sčítaní od vlastností predmetov, preň otázka neznie: „Koľko je dva a tri,“ ale: „Koľko je dva presne určené predmety so všetkými okolnosťami a tri práve tak určené predmety.“ Preto tiež primitív odmietol preložiť vetu: „Poľovník ulovil šesť medvedov“ s odôvodnením, že ale: je možné uloviť toľko medvedov odrazu.¹ Ba sú primitívne jazyky, kde číslovky sú odchodné pre odchodné druhy predmetov, ktoré primitív sčíta.²

Pojem čísla nie je teda nijako apriorný, dochádza sa k nemu na základe skúsenosti, že je čosi podobné medzi skupinami predmetov, inakšie celkom odchodných. Nasvedčujú tomu konečne aj mená číselníkov, ktoré sú odvodené zväčša od počtu prstov na ruke a pod.³

37. Aby sme mohli vysloviť všeobecnú vetu, napríklad:

(37.1)...,, $1 + 1 = 2$,“

musíme mať už hodne vyvinutú sústavu všeobecných pojmov, no aj potom ešte zostáva veta (37.1) vetou syntetickou. Vyslovuje sa v nej predovšetkým definícia pojmu „dve“:

(37.2)...,,Ak je niekde jeden predmet a ešte jeden taký istý predmet, budeme hovoriť, že sú tam predmety dva,“

čo je mimochodom veta, ktorú pravidelne vyslovujeme, keď učíme naše deti rátať.

Okrem toho vyslovuje veta (37.1) ešte aj fakt, známy nám tiež zo skúsenosti:

(37.3)...,,Ak spojíme jeden predmet a ešte jeden predmet, nevznikne pritom ani nijaký ďalší predmet nový ani nezanikne jeden z predmetov už prítomných,“

čo je zasa spoliehanie sa na kontinuitu vecí, hodne narušenú modernou fyzikou, a na zákonitosť sveta.

Ak máme dostatočný počet takýchto verifikovaných viet syntetických, pokúsime sa z nich zostaviť systém analytický. Potom, pravda, môžeme vete (37.1) nechať len význam (37.2), t. j. definície pojmu „dve“.

Mohli by sme, pravda, v tomto prípade pripojiť ešte aj axiómu:

(37.4)...,,Predmety môžeme takýmto spôsobom spájať do skupín,“

ktorá však je zasa len vetou syntetickou. No je to celkom zbytočné,

¹ Wertheimer, l. c.

² Lévy-Bruhl, *Les fonctions mentales dans les sociétés inférieures*, Paris 1910, 222—226.

³ L. c. 210—214; Wertheimer, l. c. II, § 14.

je to mlčky vyslovené tým, že takému spojeniu dávame meno. Mala by teda taká axióma tú istú úlohu ako napríklad axióma dostatočného dôvodu v logike. Sú preto aj zbytočné a nejasné spory o definícii čísla a „existencii“ čísel. Pojem čísla je predvedecký a je daný skúsenosťou, že určité vnemy sa opakujú a že im môžeme dávať mená, o čom sme už hovorili. Preto sa nám tiež môže zdať, že pojem čísla je apriorný, intuitívny; v skutočnosti je daný len pred analytickým systémom matematiky a vznikol aj on na základe skúsenosti. Vetu (37.4) môžem, pravda, zaradiť aj medzi axiómy, ako môžeme medzi axiómy zaradiť aj vetu o dostatočnom dôvode do systému logického alebo axiómu: „Axiómy možno stanoviť“ do hocikákeho systému; nerobíme to preto, lebo už samým určením sústavy axióm vyslovujeme vlastne aj axiómy uvedeného druhu.

To, pravda, neznamená, že pri určitej voľbe axióm analytického systému viet matematických nemôžeme pojem čísla definovať aj vo vnútri systému, ako to robia napríklad logicisti. Mohlo by sa tu, pravda, vyčítať, že vlastne výpočtom axióm už aj predpokladáme pojem čísla,¹ no práve tak by sa mohlo vyčítať, že vo vnútri systému definujeme človeka ako živočicha rozumného, aj keď vlastne už pri tvorení systému musíme predpokladať, že ho tvorí práve človek ako živočích rozumný. Na druhej strane však zasa formalisti veľmi radi zabúdajú, že definíciou vo vnútri systému sa ešte nič nehovorí o „existencii“ pojmu a že verifikáciu viet v systéme odvodených môžeme previesť iba tak, že vety a teda aj pojmy v nich naplníme obsahom.

Mohlo by sa azda zdať, že axióma (37.4) je aspoň nevyhnutná, že ju nevolíme, ale jednoducho musíme prijať. Je však jasné, že ju prijímame nielen v matematike a logike, no vôbec v každom systéme, a to iba na základe skúsenosti. Môžeme si predsa predstaviť svet, kde by sa vnemy neopakovali. Okrem toho veta (37.4) vyjadruje súčasne determinovanosť subjektívnych procesov v ich súvisi s procesmi objektívnymi; túto determinovanosť tiež poznávame iba zo subjektívnych skúsenosti — dokonca ešte dnes sú filozofi, ktorí determinovanosť procesov nechcú priznať.

38. Uvážime teraz, v čom vlastne spočíva použitie matematiky na iné systémy analytické.

Všetky systémy analytické vychádzajú z určitého vymedzeného výseku reálneho sveta, vo fyzike a chémii ide o hmotu neživú, v biológii o hmotu živú, v psychológii o určité prejavy hmoty mysliacej a pod., v matematike ide o najširší výsek reálneho sveta vôbec, ide

¹ Porov. napr. H e y t i n g, *Mathematische Grundlagenforschung*, Berlin 1934, 12.

tu o najvšeobecnejšie triedy predmetov. Vety matematické platia vo svojej syntetickej forme o ľuďoch, o neživých predmetoch, slovom o všetkých objektoch reálneho sveta.

Pretože všetky vety syntetické vyjadrujú niečo o zákonitosti toho istého reálneho sveta, musí byť v ich vzájomnej štruktúre niečo analogické, a nie je teda nič čudného, že sa táto analogia prejaví aj medzi jednotlivými analytickými systémami a systémom matematiky, ktorý takto vlastne môže zasahovať do všetkých systémov druhých.

Analytické systémy, pravda, nereprezentujú priamo zákonitosť reálneho sveta, no participujú na nej prostredníctvom axióm; nie je teda prekvapujúce, že štruktúry jednotlivých systémov analytických budú tiež do istej miery analogické, a to tým viac, čím širší úsek reálneho sveta bol zvolenými axiómami zachytený. Konečne všetky vedy vo svojom vývine prejavujú tendenciu rozširovať svoje výseky sveta, vzájomne sa prenikať a vytvárať tak stále väčšie celky, ktoré azda raz vôbec navzájom splynú do „jednotnej vedy“, o akú sa pokúšajú novopozitivistí.

Keď teda uvažíme, že matematický analytický systém zahrnuje úžasne široký výsek reálneho sveta prostredníctvom svojich axióm, nemôže nás prekvapiť, že je ho možné spojiť s nejakým iným systémom analytickým. Má to prirodzene veľké výhody; v ostatných systémoch, osobitne mladších, užívame vždy alebo aspoň zväčša pre pojmy mená, ktoré preberáme z predvedeckého myslenia. Aj keď napríklad definujeme vo vnútri systému pojem „človek“ definíciou (23.1), teda iste nominálne a bez ohľadu na obsah, predsa len tu budú vždy predvedecké pojmy „človek“, „živočích“, „rozumnosť“ rušiť svojou obsahovou náplňou, hoci sú vlastne definované syntakticky, t. j. čisto nominálne. Analytický systém matematiky však používa symboliku dokonale vypracovanú a zaužívanú, ktorá je dobre pozbavená tohto nánosu obsahového a neruší nás neuvedomeným zanášaním predvedeckých pojmov. Ba aj tam, kde matematické termíny ešte pripomínajú predvedecké pojmy, sme na ich analytický charakter tak navyknutí, že pod nimi chápeme už len čisto formálne vzťahy.

Ako toto obsahové a predvedecké chápanie ruší pri úvahách, je možné ukázať na príklade sociologa, ktorý sa zaoberá poistením. Jemu by stačilo chápať človeka ako predmet, ktorý začína a končí svoju existenciu a je v určitom stupni schopný peniaze vydávať a prijímať. Pokiaľ nepoužije matematiku, akiste odmietne hovoriť o polovičnom alebo desatinovom človeku, ktorý by dve ostatné vlastnosti mal iba v polovičnom alebo desatinovom stupni. Ak však začne

rátat svoje tabuľky, bude pokojne prijímať aj tri celé dvanásť stotín človeka bez najmenšieho váhania, lebo v matematickom chápaní už ho neruší obsahová, predvedecká náplň pojmu „človek“.

Tento fakt je podstatou *e x a k t n o s t i* analytického systému, v ktorom matematické vety používame. Z uvedených príkladov však súčasne vidíme, že s exaktnosťou zväčšuje sa aj rozpor medzi syntetickým a analytickým systémom, o čom bude ešte treba neskôršie podrobnejšie uvažovať. Zavedením matematiky zväčšuje sa súčasne tiež autonómia systému a umožňuje jeho prežitie, aj keď systém stáva sa nepoužiteľným.

39. Napred však treba uvážiť, ako sa toto použitie matematiky na analytický systém v skutočnosti prevádza.

Postup vidíme dobre napríklad vo fyzike; k axiómam fyziky pripojíme ešte aj axiomy matematické a okrem toho zavedieme určitý počet ďalších definícií, ktorými priradíme pojmom a vzťahom z analytického systému matematického určité vzťahy a pojmy zo systému matematiky.

Tieto definície nemôžeme, pravda, voliť celkom ľubovoľne, ako to napríklad tvrdia niektorí pozitivistí; o vhodnosti alebo nevhodnosti priradenia rozhoduje zasa len verifikácia viet odvodených v tomto kombinovanom systéme, a to urobená práve tak ako v systéme, v ktorom sme matematiku nepoužili. Táto verifikácia je teda súčasne nepriamym potvrdením aj samého analytického systému matematického.

Týmto spôsobom je možné použiť analytický systém matematický na veľký počet analytických systémov iných, ba tento počet neprestajne vzrastá a môžeme mať oprávnenú nádej, že sa raz podarí použiť ho na všetky alebo temer všetky systémy analytické.

Touto nepriamou kontrolou viet matematických vzniká podobne ako pri vetách logických predstava, že matematické vety nepotrebnú sémantickú kontrolu a že sú teda akosi apriorné. Zabúda sa pritom, že pri verifikácii viet matematiky odvodených naplníme obsahom nielen vzniklé analytické vety, no vlastne aj ich matematické vzťahy.

Nie je úlohou tejto práce skúmať jednotlivé systémy matematické, išlo tu iba o zistenie, že analytický systém matematický nie je nijako podstatne odchodný od iných systémov analytických. Aj on skrísa zvolením axióm, ktoré sú pôvodom syntetické vety a podlieha práve tak verifikácii ako systémy iné, totiž prevodom na syntetické vety a porovnaním so skúsenosťou. Nie je teda v matematických vetách nič apriorné, nič nevyhnutné — nevyhnutnými stávajú sa matematické vety iba tým, že prijmeme určité axiomy ako pravdivé a z nich potom druhé vety odvodzujeme.

Nie je teda možné hovoriť ani o pravdivosti alebo nepravdivosti analytického systému matematického, no zasa iba o jeho vhodnosti alebo nevhodnosti.

Dávame tým teda do istej miery za pravdu B e h m a n n o v i, ktorý tvrdí, že matematické vety sú aj syntetické aj analytické, podľa toho ako ich chápeme; nie je však možné súhlasiť s jeho tvrdením, že použitie analytického systému je vraj n á h o d n é;¹ veď axiómy volíme tak, aby sa práve mohli použiť a meníme ich, ak ich použiť nemôžeme.

Názory tohto druhu, práve tak ako presvedčenie o apriornosti, nevyhnutnosti, evidentnosti, intuitívnosti matematiky, vznikajú z okolnosti, že matematika je bohato rozvinutý systém analytických viet a má teda aj vysokú autonomiu; jej abstraktná symbolika nedovolí zbadať rozpory s príslušnými syntetickými vetami a umožňuje odvodzovať nové a nové vety bez hocikakého obmedzenia, aj keby sa prípadne rozpor stupňoval až do absurdnosti.

40. So spomínanou exaktnosťou matematiky súvisí aj otázka, prečo možno použiť spojený systém matematický a systém z iného vedného odboru na aproximáciu bez toho, že by sme systém museli zavrhnúť aj pri neprestajne sa prejavujúcej neshode pri verifikácii.

Skrsá tu vlastne akýsi paradox, so zvýšenou exaktnosťou, t. j. zvýšenou použiteľnosťou sa použiteľnosť súčasne znižuje.

Tento paradox spočíva v samej podstate nášho poznávania sveta. Použitie matematiky dovoľuje odvodzovať veľké množstvá nových viet zo zvolených axióm, čím teda prirodzene musí vzrastať rozpor medzi systémom analytickým a syntetickým, ako sme už aj zistili v predchádzajúcich úvahách. S týmto rozporom sa teda treba nielen smieriť, no on je priamo podmienkou vývinu vedy, núti nás hľadať zavše nové axiómy a teda nové, dokonalejšie verifikované vety syntetické a tým spresniť naše pozorovania.

Ak v skutočnosti meriame objem, tlak a teplotu plynu, musíme sa smieriť s určitou hranicou presnosti; ak rátame tieto veličiny z v a n d e r W a a l s o v e j (alebo inej) rovnice, môžeme tieto veličiny vyrátať s presnosťou ľubovoľnou. Aby sme vety, odvodené takto v analytickom systéme, mohli verifikovať prekladom na vety syntetické, musíme zdokonaľovať naše pozorovania. Rozpor medzi vetami z rovnice odvodenými a vetami vyslovenými na základe viet protokolových, t. j. na základe pozorovania, tým prirodzene vzrastie. Musíme teda napokon hľadať nejakú rovnicu lepšiu, t. j. nové

¹ B e h m a n n, *Sind die mathematische Urteile analytisch oder synthetisch*, Erkenntnis IV, 1934, 1—27.

axiómy. Celý tento proces sa neprestajne opakuje v dialektickej súhre a postupujeme tak pri poznávaní vždy vyššie a vyššie, aj keď sa niekedy zdanlivo vraciame tam, odkiaľ sme vyšli.

Išlo by teda ešte o preskúmanie, do akej miery musí tento rozpor vyrásť, aby nás donútil meniť axiómy.

Rozhoduje tu predovšetkým určitá zotrvačnosť systému, ktorá dokazuje súčasne jeho inštrumentálnu hodnotu; práve tak sa napríklad v technickej praxi stále používa záznam zvuku na gramofonových platniach, hoci by aj optický záznam na filme alebo magnetický na kovovom prúžku bol dokonalejší, ba azda aj pohodlnejší. Práve tak v technickej praxi ako pri použití analytického systému dávame prednosť nástroju, ktorý je azda menej dokonalý, no ktorý už máme hotový a vyskúšaný, pred nástrojom azda dokonalejším, no nevyskúšaným, prípadne ešte ani nevyrobeným.

Ďalej rozhoduje aj vedomie obmedzenosti nášho poznávania, hlavne mechanická nedokonalosť našich smýslových orgánov.

Uspokojíme sa teda takým psychickým nástrojom, t. j. analytickým systémom, ktorý poskytuje vety, ktoré sa pri preklade na vetu syntetickú neodchyľujú od pozorovanej skutočnosti vo väčšej miere, než akú nám zaručujú naše smysly, prípadne nástroje fyzické, ktorými svoje smysly zdokonaľujeme. Niekedy sme, pravda, ešte skromnejší a pripustíme aj odchýlky, ktoré presahujú hranicu presnosti pri pozorovaní. Práve tak v praxi pri meraní železnej traverzy nepoužijeme katetometer, ktorý meria na tisíciny milimetra, ale spokojíme sa s meradlom oveľa nedokonalejším. Sme si totiž vedomí, že odchýlka v tisícinách milimetra nespôsobí vážne následky pri konštrukcii, na ktorú traverzu použijeme. Práve tak pripustíme napríklad pri rovnici $v \text{ a n d e r W a a l s o v e j}$ aj odchýlky oveľa väčšie, než sú hranice presnosti pri našom pozorovaní, keď pri ďalších výpočtoch, t. j. vo vzťahoch, ktoré z rovnice $v \text{ a n d e r W a a l s o v e j}$ odvodíme, nebude sa táto odchýlka zväčšovať. O tom, pravda, môžeme rozhodnúť nie azda vo vnútri systému analytického, ale iba verifikáciou, t. j. cestou sémantiky.

Keď budú tieto odchýlky veľké a ak budú odvodzovaním viet ďalších dokonca vzrastať, budeme musieť hľadať nový systém axióm. Netreba, pravda, vždy meniť hneď celú sústavu, zmeníme napríklad iba jedinú axiómu alebo jedinú definíciu, či už zo samého systému vedy alebo z priradovacích definícií. Je to umožnené aj tým, že pri aplikácii matematiky zavádzame neraz aj do systému už inakšie hotového a dobre vybudovaného axiómy ďalšie, ako hypotézu, aj keď nie sme si celkom istí, či nie je možné tieto axiómy odvodiť z axióm už zvolených a či prípadne nie sú tieto axiómy dokonca

v logickom rozpore s axiómami už zvolenými. Súvisí to so skutočnosťou, že sa nám ešte nepodarilo vo vedách, kde aplikujeme matematiku (a tým menej vo vedách iných) zostaviť pevnú sústavu axióm a definícií, z ktorých by bolo možné odvodiť všetky vety celej príslušnej vedy. Uspokojujeme sa zpravidla (napríklad vo fyzike) zavádzaním axióm iba pre jednotlivé čiastočné odbory príslušnej vedy a postupným skúšaním hľadáme možnosť vytvoriť napokon sústavu axióm, ktorá by už umožňovala odvodiť všetky vety zo všetkých odborov.

41. Pre úplnosť treba sa zmieniť ešte o vetách geometrických.

Moderná fyzika ukazuje, že priestor je vlastnosťou hmoty a vety geometrické teda tvoria skôr súčasť systému viet fyzikálnych. No predsa len je možné vybudovať aj samostatný analytický systém viet geometrických. Jeho vznik je súčasne ideálnym príkladom vzniku analytických systémov vôbec.

Z potrieb čisto praktických, staviteľských, zememeračských a iných skrsla napred hrubá sústava viet syntetických, ako je možné sledovať napríklad na geometrii egyptskej.

Euklidova sústava je už, pravda, systém analytický, jeho axiómy a definície sú však celkom jasne zvolené vety syntetické, ktoré možno verifikovať prechodom do sémantiky, pravda, s výnimkou nešťastnej axiómy piatej, kde sa hovorí o predlžovaní do nekonečna. Je celkom pochopiteľné, že vznikalo toľko pokusov práve túto axiómu odvodiť z iných alebo ju aspoň nahradiť novou.

Objavy G a u s s a, B o l y a i h o a L o b a č e v s k é h o po prvý raz ukázali vtedy prekvapujúci fakt, že sama logická konzistencia nezaručuje objektívnu pravdivosť — museli by sme potom uznať, že súčasne sú pravdivé dva alebo aj viac druhov geometrií.

Vrcholom je nesporne formálna sústava H i l b e r t o v a, ktorá vylúčila všetky nejasnosti a omyly Euklidove a jasne dokázala, že je možné voľbou rozličných axióm vybudovať analytické systémy geometrie, ktoré sú od seba odchodné a predsa len logicky bezchybné. Potvrdila sa tým zasa správnosť nášho tvrdenia, že nemá smysl hovoriť, že analytický systém je pravdivý alebo nepravdivý a že tu môže ísť o zrejme iba o použiteľnosť alebo nepoužiteľnosť. Možnosť takýchto rozličných systémov dokazuje aj určitú autonómiu analytického systému: môžeme si zvoliť axiómy do značnej miery ľubovoľne a odvodzovať z nich logicky správne vety bez ohľadu na použiteľnosť alebo nepoužiteľnosť; ak však táto činnosť nemá byť iba akýmsi cvičením v logickom myslení, musím mať možnosť práve tak axiómy, ako odvodené vety verifikovať, teda naplniť obsahom a prejsť tak k vetám syntetickým, čím práve rozhodnem o použiteľnosti systému.

42. Podobné úvahy platia aj o pojme pravdepodobnosti.

V podstate tvrdenie, že nejaká veta je pravdepodobná, je zasa len vyslovenie zákonitosti reálneho sveta, vyjadrené vetou:

..., „Ak vo veľmi veľkom počte prípadov po A nasledovalo B, môžem očakávať, že aj v ďalších prípadoch po tomto A nasleduje zasa B.“

Súčasne to, pravda, značí aj priznanie, že nevieme ovládnuť odrazu celú zákonitosť sveta a že nemôžeme vylúčiť, že sme pri našom pozorovaní nezanedbali nejakú zákonitosť, ktorá môže očakávaný výsledok zmeniť.

Niet pritom nijakého rozdielu medzi vetami o minulosti a o budúcnosti. Ak v minulosti po A ozaj nasleduje B, môžeme, pravda, usúdiť, že toto B bolo nevyhnutné, pokiaľ sme sa o tomto fakte mohli presvedčiť. Ak nie, zostáva aj veta o minulosti iba pravdepodobnou práve tak, ako vety o budúcnosti. Úvahy o platnosti vety o vylúčení treťom pre budúcnosť sú s tohto stanoviska zbytočné, aj keby sme nedbali na spory o definíciu non-*A*, z ktorej sa pritom vychádza.

Keď uvážime našu neschopnosť postihnúť odrazu celý proces reálneho sveta, musíme uznať, že vlastne všetky syntetické vety sú iba pravdepodobné, pravda, s rozličným stupňom pravdepodobnosti.

Keď chceme tento stupeň pravdepodobnosti zachytiť exaktne, neostáva než použiť matematiku. Potom, pravda, treba vytvoriť určitý analytický systém a zvoliť axiómy tak, ako to napríklad urobil Reichenbach.¹ O takom systéme prirodzene platí všetko, čo sme už o analytických systémoch povedali.

Keďže všetky syntetické vety sú pravdepodobné a teda aj vety, ktoré volíme za axiómy v hociktovej sústave analytickej, je pochopiteľné, že analytický systém pravdepodobnostný je možné v týchto systémoch použiť, osobitne v takých, na ktoré sme už boli aplikovali matematiku. Použitie pravdepodobnosti pri vyjadrovaní zákonitosti sveta neznačí prirodzene nijaké poprenie kauzality alebo determinizmu, axiómy, ktoré sme pre matematický systém pravdepodobnosti zvolili, sú predsa práve vyjadrením našej dôvery v zákonitosť a determinovanosť sveta. Pravda, v samotnom systéme analytickom nemožno o determinovanosti hovoriť.

Určitý zmätok pôsobí nešťastne zvolený termín „náhodných“ zjavov. Náhodným sa mi môže zdať nejaký zjav iba so subjektívneho stanoviska, je to prostý dôsledok toho, že nepoznáme úplne celkovú zákonitosť sveta; objektívne je každý zjav determinovaný. Práve použitie pravdepodobnosti je vyjadrením presvedčenia, že aj

¹ Reichenbach, *Wahrscheinlichkeitslehre*, Leyden 1935.

procesy, ktoré sa nám subjektívne javia ako náhodné, sú objektívne determinované. Schlickova definícia náhodných zjavov ako takých, na ktoré môžeme aplikovať počet pravdepodobnosti,¹ by teda bola vlastne správna, keby, pravda, Schlick, ako väčšina formalistov, nezabúdal, že možnosť aplikácie, teda použiteľnosti, je daná vhodným výberom axiém a definícií.

Ak tvrdí Keynes, že pravdepodobnosť je „druh“ pravdy,² platí to prirodzene len vo vzťahu k vetám syntetickým, ktoré takýmto spôsobom získame, nie však o vetách analytických.

III. Záver

43. Všetky predchádzajúce úvahy môžeme teda shrnúť takto:

a) Pravdivé alebo nepravdivé sú iba vety syntetické, vyslované na základe subjektívnych procesov. Prijímame pritom iba také vety, pri ktorých môžeme súčasne udať aj spôsob, akým ich možno verifikovať.

b) Neverifikovateľné môžu byť syntetické vety len na základe technickej nemožnosti vykonať verifikáciu, ich neverifikovateľnosť je teda vždy len aktuálna. Ak vyslovujú niečo o objektoch neexistujúcich, sú nepravdivé, keďže bazirujú na verifikovateľných, no nepravdivých vetách existenčných. Práve tak je možné rozhodnúť o prípadných nejasných pojmoch alebo vzťahoch a tak stanoviť pravdivosť vety. Zásadná neverifikovateľnosť by mohla vzniknúť iba vo vnútri systému, tam však nie je možné hovoriť o pravdivosti alebo nepravdivosti.

c) Hoci vyslovujeme syntetické vety len na základe subjektívnych procesov, jednako len môžu vypovedať aj o objektívnom svete, pravda, len ak stojíme na stanovisku realizmu a monizmu.

d) Zvolením určitých syntetických viet za axiómy prechádzame od syntetického systému do systému analytického, t. j. k logickej syntaxi.

e) Analytický systém sám osebe nie je ani pravdivý ani nepravdivý, má hodnotu výlučne inštrumentálnu a je teda iba vhodný alebo nevhodný, použiteľný alebo nepoužiteľný.

f) O použiteľnosti systému rozhodujeme prechodom k vetám syntetickým, teda sémantikou.

¹ Schlick, *Gesetz und Wahrscheinlichkeit*, Gesammelte Aufsätze, Wien 1938.

² Keynes, *A treatise on probability*, London 1921.

g) Medzi analytickým a syntetickým systémom vzniká nevyhnutne rozpor, ktorý nás najprv núti uspokojiť sa s určitou aproximáciou. Pri určitom kvantitatívnom nahromadení sa rozporov musíme zmeniť systém aj kvalitatívne, t. j. hľadať novú sústavu axióm.

h) Analytický systém nereprezentuje priamo zákonitosť reálneho sveta, participuje na nej len nepriamo voľbou axióm.

i) Analytický systém viet logických neodlišuje sa nijako od analytických systémov iných. Nie je teda ani apriorný, ani evidentný, ani nevyhnutný. Jeho význačné postavenie spočíva v tom, že obsahuje pravidlá na tvorenie iných systémov analytických.

j) Práve tak nie je ani apriorný ani evidentný alebo nevyhnutný analytický systém viet matematických, ktoré teda nie sú ani pravdivé ani nepravdivé, a matematický systém viet neodlišuje sa s tejto stránky od analytických systémov iných. Jeho osobitné postavenie medzi inými systémami je v tom, že pri spojení s inými systémami zvyšuje ich exaktnosť; tým sa súčasne zvyšuje rozpor medzi príslušným systémom viet analytických a systémom viet syntetických a urýchljuje sa tak vývin vedy a poznania vôbec. (1948)

APPLICATION AND VALIDITY OF MATHEMATICAL SENTENCES

SUMMARY BY ST. FELBER

True or false are only synthetical sentences pronounced on the base of our subjective processes; we accept such sentences only if we are able to indicate the way of their verification.

To accept objective validity of sentences, i. e. to avoid subjectivism and solipsism, we must accept realism, monism and determinism.

Accepting certain sentences as axioms, we form an analytical system. Its sentences being logical tautologies do not pronounce anything about the real world, but they participate on its laws through the synthetical sentences chosen as axioms. Analytical system and its sentences are neither true nor false, such a system is an instrument only and therefore useful or unuseful, suitable or insuitable. We may decide about its usability by translating the deduced sentences into synthetical ones, i. e. through semantic. By codifying certain synthetical sentences as axioms, we create allways a conflict between theory and praxis; certain degree of that conflict compels us to choose new axioms.

The analytical system of logic is of the same sort as other systems, it is an instrument to form new instruments. The proof of its usability is indirect. Modern natural sciences have proved, that the system of classical and formal logic is of no use and we are obliged to use dialectical logic.

The analytical sentences of mathematics is a system of the same sort too, its axioms are in their origin synthetical sentences. We may unite the mathematical system with other systems, becuase its sentences refer to the widest class of objects. Its sentences are neither apriori nor necessary, but they are usually verified indirectly through sentences deduced mathematically in other systems. In applying mathematics on other systems we often modify the mathematical axioms and that enables us to deduce true sentences by means of formal mathematics, which contains logical discrepancies and uses an insuitable logic.

Application of mathematics increases the exactitude of other systems increasing in the same time the conflict between praxis and theory a such accelerating the evolution of sciences.